Università degli studi di Bergamo
Scuola di Ingegneria (Dolmine)
CCS Ingegneria Edile
LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Complementi di Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

A.A. 2020/2021

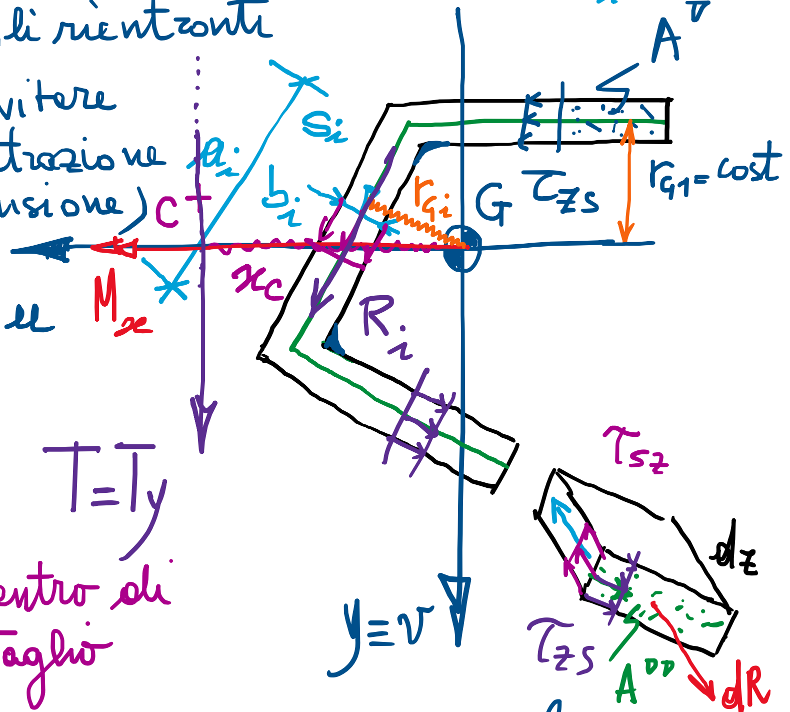
prof. Egidio RIZZI
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 25

Taglio in profili sottili aperti formati da rettangoli sottili ($b_i = \text{cost}$ in ogni tratto)

"smussi" in spigoli rientranti (per evitare concentrazione di tensione)

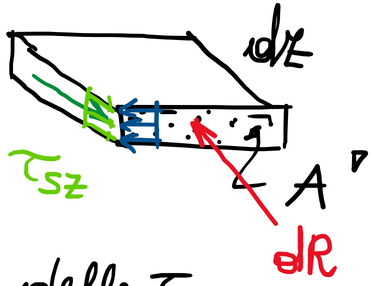
$b_i \ll a_i \ll a = \sum_i a_i$ sviluppo della linea media



$T = T_y$

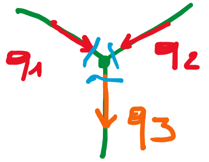
C: Centro di Taglio

- $$\tau_{zs_i}(s_i) = \frac{T_y \, S_x^{\triangledown\triangledown}(s_i)}{J_x \, b_i} = -\frac{T_y \, S_x^{\triangledown}(s_i)}{J_x \, b_i}$$



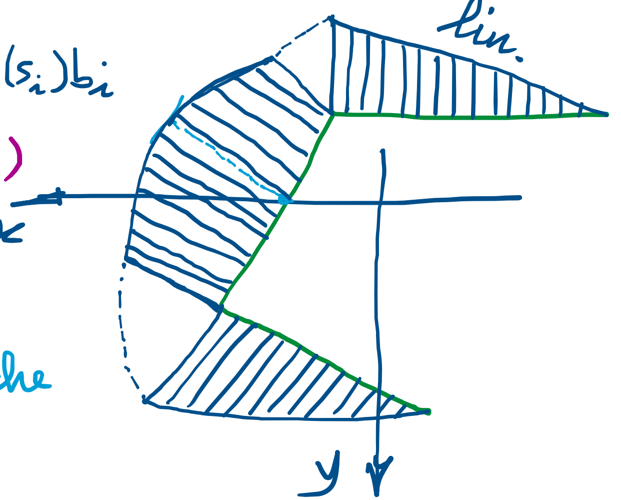
verso delle τ_{zs} secondo ragionamento di Jourawsky (equil. alla trasl. in direzione z)

- $S_x^{\triangledown}(s_i)$ al più parabolico in $s_i \sim s_i^2$, in quanto $A_i^{\triangledown} \sim s_i$ e $G_i^{\triangledown}$ di tale porzione ha distanza da x altrettanto lin. in s_i ($\sim s_i$).
- Se tratto i-esimo // all'asse x, $r_{G_i} = \text{cost}$, $S_x^{\triangledown}(s_i) \sim s_i$ lin. (caso particolare)
- In punto ove la linea media tocchi l'asse x, si registra punto di stazionarietà di $S_{x_i}^{\triangledown}(s_i)$, max. rel., potenziale punto con $\tau_{zs_i}^{max}$.
- Bilancio di "flussi delle tensioni tangenziali", entranti/uscenti nei nodi della linea media:



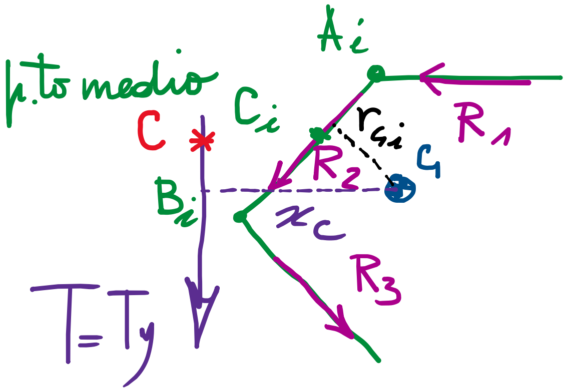
$$q_3 = q_1 + q_2 \Leftrightarrow S_{x3}^{\triangledown} = S_{x1}^{\triangledown} + S_{x2}^{\triangledown}$$

$q_i(s_i) = \tau_{zs_i}(s_i)\, b_i \sim S_x^{\triangledown}(s_i)$



2> τ_{zs_i} dip. anche dai b_i

– Per determinare il CT_a, quale punto di applicazione del risultante delle tensioni tangenziali (alla Jourawsky) dovute al taglio, risulta comodo valutare le risultanti R_i delle τ_{zs_i} sui vari tratti:



$$R_i = \int_0^{a_i} \underbrace{\tau_{zs_i}(s_i)\, b_i}_{q_i(s_i)}\, ds_i = -\int_0^{a_i} \frac{T_y}{J_x} S_x^*(s_i)\, ds_i$$

$$= -\frac{T_y}{J_x} \underbrace{\int_0^{a_i} S_x^*(s_i)\, ds_i}_{\text{formula di Simpson}} \longleftrightarrow \text{forma analitica}$$

bastano tre valori dei momenti statici

$$= \frac{a_i}{6}\left(S^*_{xA_i} + 4 S^*_{xC_i} + S^*_{xB_i}\right)$$

formula di Simpson (integra esattamente una parabola)

– Quindi, imporre la condizione di equivalenza statica (in termini di momento torcente) rispetto al baricentro G (o altro punto comodo):

$$T_y\, x_C = \sum_i R_i\, r_{G_i} \Rightarrow \boxed{x_C = \sum_i \frac{R_i}{T_y} r_{G_i}}$$

$x_c \leftarrow T_y = 1$

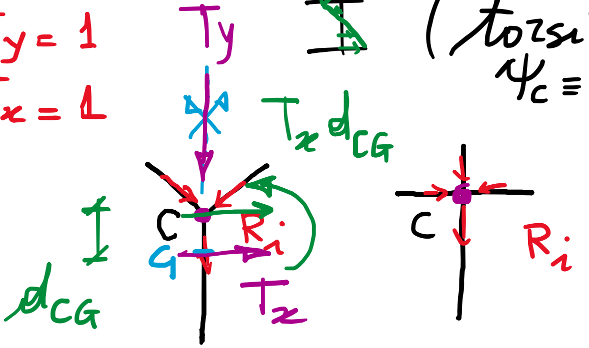
$y_c \leftarrow T_x = 1$

Att. al momento "parassita"

M_t (M_{tp})

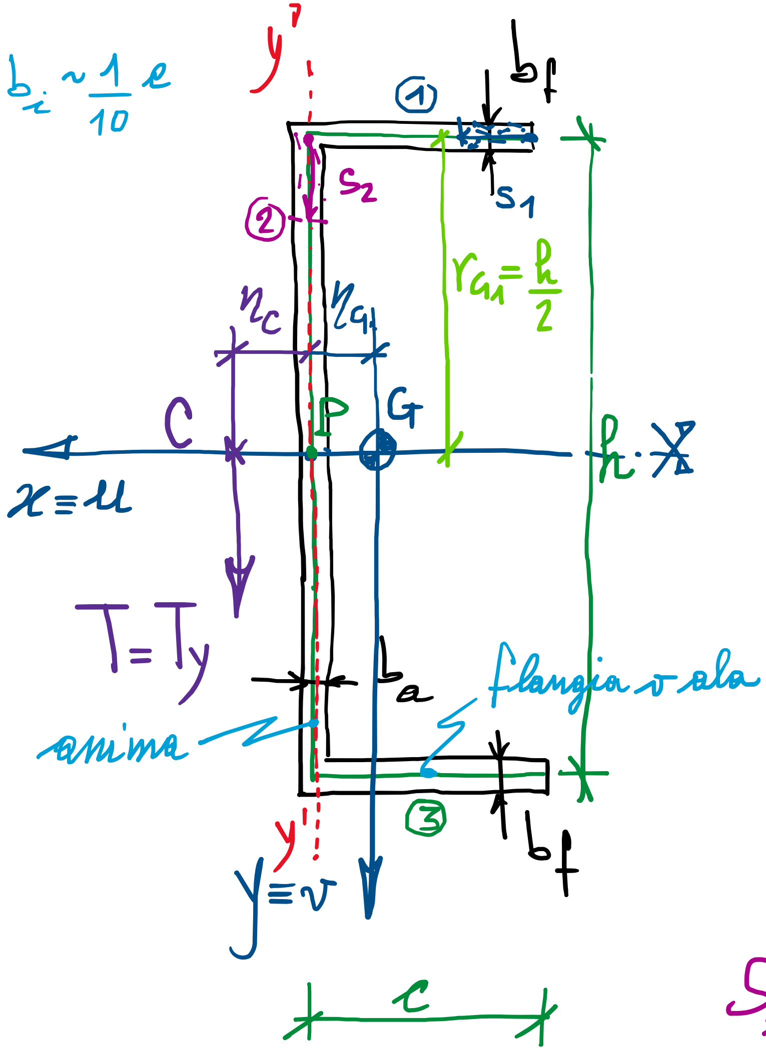
τ_{zs}

(torsione $\psi_c \equiv 0$)



– N.B.: nei profili a stella, il CT_a coincide col centro della stella (poiché tutte le R_i convergono in esso)

Profilo a [e suo CTa



• $A = 2 e b_f + h b_a = b_f e \left(2 + \frac{b_a h}{b_f e}\right)$

$b_a = b_f,\ h = 3e;\ \eta_G = \frac{e}{5}$

• $\eta_G = \frac{S_{y'}}{A} = \frac{\cancel{2} e b_f \frac{e}{\cancel{2}}}{A} = \frac{\cancel{b_f} e^{\cancel{2}}}{\cancel{b_f} \cancel{e}\left(2 + \frac{b_a h}{b_f e}\right)} = \boxed{\frac{e}{2 + \frac{b_a h}{b_f e}} = \eta_G}$

• $J_x = \frac{1}{12} b_a h^3 + 2\left(\cancel{\frac{1}{12} e b_f^3} + e b_f \frac{h^2}{4}\right) = \frac{b_f e h^2}{12}\left(6 + \frac{b_a h}{b_f e}\right)$

Tensioni tangenziali $\tau_{zs_i}^J$

① $\tau_{zs}(s_1) = -\frac{T_y S_x^*(s_1)}{J_x b_f}$; $S_x^*(s_1) = -s_1 b_f \frac{h}{2}$ lin. in s_1

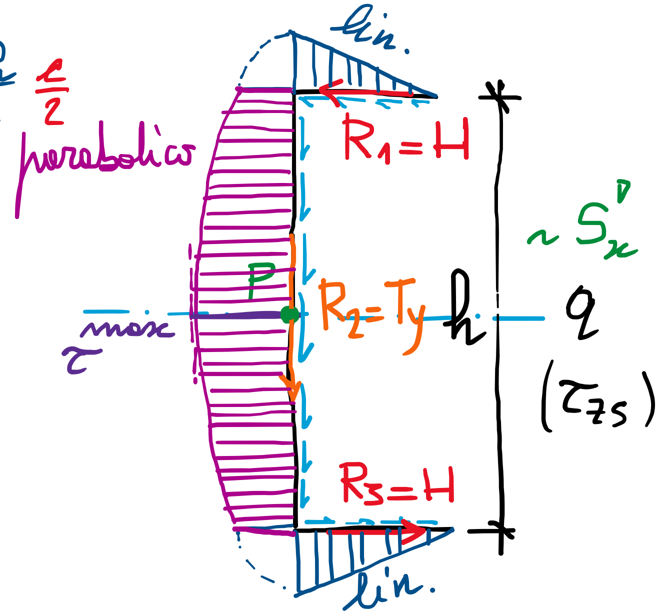
$\tau_{zs_1}^{max} = \frac{T_y}{J_x} \frac{e h}{2}$

$H = \int_0^e \tau_{zs_1} b_f \, ds_1 = \frac{T_y}{J_x} b_f \frac{e h}{2} \frac{e}{2}$

② $\tau_{zs}(s_2) = -\frac{T_y S_x^*(s_2)}{J_x b_a} = \frac{T_y}{J_x} \frac{b_f h e^2}{4}$

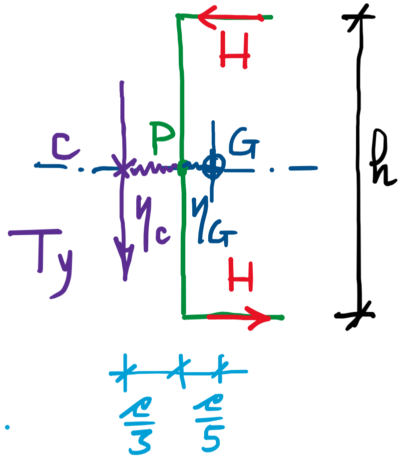
$S_x^*(s_2) = e b_f \frac{h}{2} + b_a s_2 \left(\frac{h}{2} - \frac{s_2}{2}\right) \sim s_2^2$ parab.

$\tau^{max} = \tau_{zs}\left(s_2 = \frac{h}{2}\right) = \frac{T_y}{J_x} \frac{h^2}{8}\left(1 + 4 \frac{b_f e}{b_a h}\right)$



Centro di taglio:

– Equivalenza statica rispetto a P (punto "comodo")



coppia generata dalle H

$$\boxed{T_y \, \eta_c = H h}$$

N.B. C a sinistra dell'anima verticale

$$\Rightarrow \eta_c = \frac{H}{T_y} h = \frac{1}{J_x} \frac{b_f h c^2}{4} h$$

$$= 3 \frac{1}{6 + \frac{b_a h}{b_f c}} c$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{3} \frac{b_a h}{b_f c}} c > \eta_G \Leftarrow \frac{c}{5}$$

es. $b_a = b_f$, $h = 3c$; $\eta_G = \frac{c}{3}$

$\overline{CG} = \eta_c + \eta_G \Rightarrow \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) c = \frac{8}{15} c$

$$\eta_c = \frac{3c}{4 + c/\eta_G} = \eta_G \frac{3c/\eta_G}{4 + c/\eta_G}$$

N.B.: per $T = T_y$ applicato in $O \neq C$ (ad es. tipicamente in G), cioè "eccentrico" rispetto al CTa, nasce, da considerare, un concomitante momento torcente parassita $M_{tp} = T_y \, \eta_{CO}$ (es. $O \equiv G$ ecc. $\eta_{CG} = \eta_c + \eta_G$)