erizzi@unibg.it

PROGRAMMA
News
risp. a SdC

- **I – STRUTTURE**
  - AC geometrica ed analitica di schemi non elementari. Dualità statica/cinematica. Calcolo RV e AI col PLV. Travature reticolari. Aste curve.
  - Travi deformabili. PLV e LE con effetti anelastici e cedimenti. Strutture più volte iperstatiche.
- **II – SOLIDI**
  - Meccanica dei continui: completamento sforzo e deformazione; legame cost.
  - Pb. elastico: formulazione generale, DIM. PLV, th. di unicità (Kirchhoff)
  - Pb. di DSV: trattazione generale. Torsione – Profili sottili aperti e chiusi.

- ANALISI CINEMATICA (dei sistemi articolati di corpi rigidi)
  - Volta a stabilire se ∃ o meno possibilità di movimento (in particolare per atti di moto, spost. ∞esimi dalla conf. ne di rif.)
  - Sistema labile: movimenti possibili, finiti o ∞esimi. Se ne studia la cinematica, a prescindere dalle cause (NO dinamica ⇒ v. FDIS)
  - Nella SdC un sistema labile si dice dotato di vincoli mal posti o inefficaci (a garantire la fissità del sistema)
    - Sistema fisso, non labile (vincoli ben posti o efficaci) ⟶ Sistema cinematicamente determinato (conf. ne univocam. nota)
    - Sistema spostabile, labile (vincoli mal posti o inefficaci) ⟶ Sistema cinematicamente indeterminato (conf. ne non univoc. nota)
  - Per il sistema labile: descrizione cinematica del meccanismo o spostata o catena cinematica, in funzione dei gdl residui assunti (coord. lagrangiane), in n° pari al grado di labilità L del sistema.
  - CN di non labilità o di determinazione cinematica (nel piano):

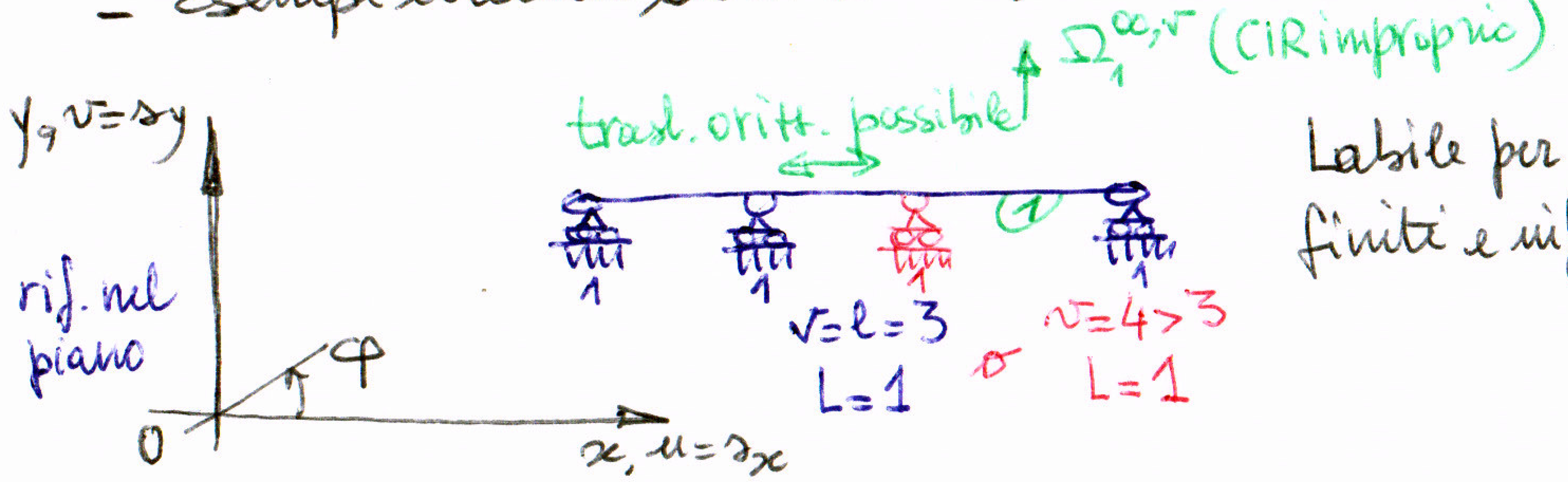
Vincoli: – ideali – perfetti (con cedim.) – bilateri

$$gdv = v \geq gdl = l = 3n$$

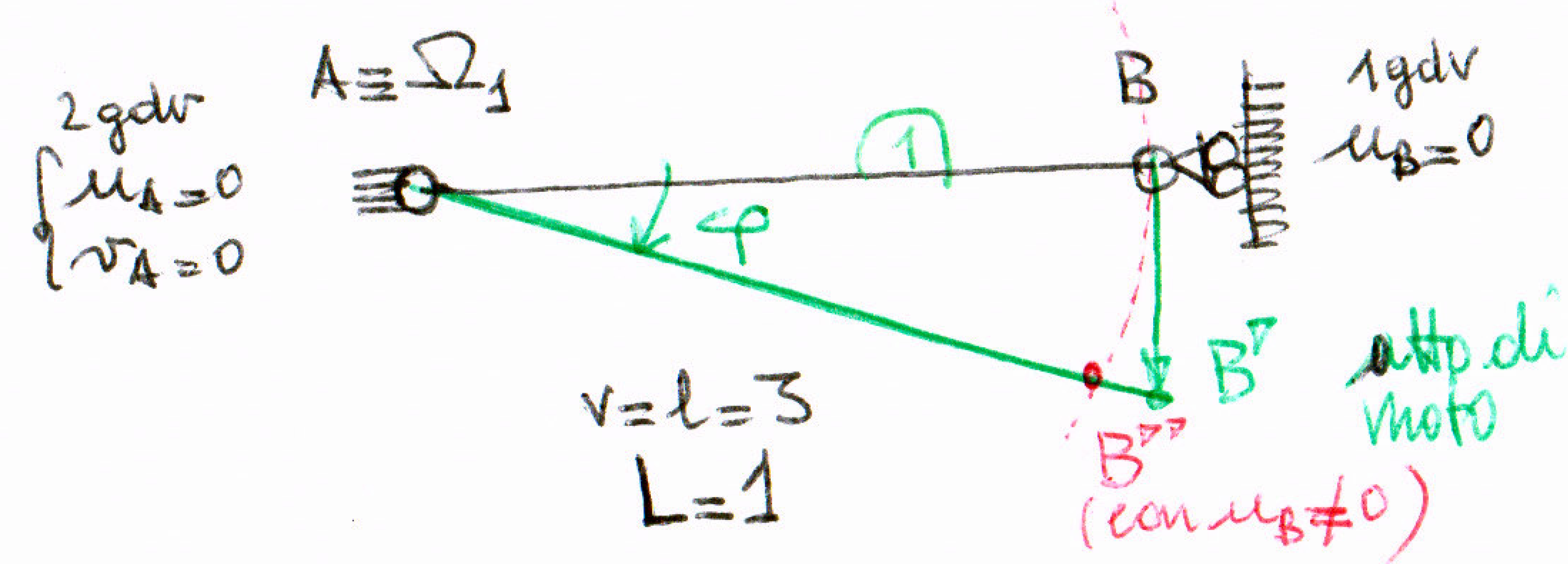
gradi di vincolo ≥ gradi di libertà; n: n° di corpi rigidi nel piano

Sistemi determinati: ISO determinato: $v = l$; IPER determinato: $v > l$

- Esempi evidenti di labilità:



Labile per spostamenti finiti e infinitesimi



Labile per soli atti di moto

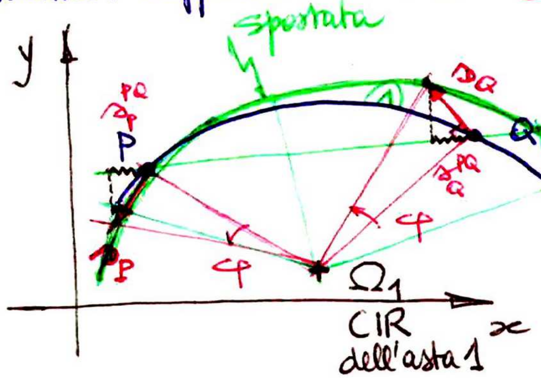
Svolgimento dell'A.C. (approcci possibili)

- Sequenza di montaggio di schemi fondamentali (analisi di schemi elementari $\Rightarrow$ vedi SolC)
- Analisi cinematica geometrica: ricostruzione di tutti i potenziali CR, assoluti e relativi, in base a condiz. di allineamento (I e II Th. sulle catene cinematiche), con tracciamento di cv. spostata e mappe di componenti di spostamento.
- Analisi cinematica analitica: scrittura esplicita delle eq.ni di vincolo, assoluto e relativo (sistema di congruenza). Analisi delle proprietà algebriche di tale sistema.

Approccio GEOMETRICO

	2D	3D
ω	1	3
s_P	2	3
	3	6

- Richiami: rappresentazione di ATTO DI MOTO RIGIDO (piano)



- Ammette la rappresentazione analitica:

$$s_Q = s_P + \omega \wedge (Q-P) \quad \text{(atto di moto rototraslatorio)}$$

vettore rotazione costante (rotaz.) — Qui $\omega = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi \end{Bmatrix}$ $\omega_z = \varphi$

spostamento di p.to arbitrario (traslaz.)

- Riconducibile a rotazione pura (coesima) rispetto a CIR Ω_1:

$$Q \equiv \Omega_1 \rightarrow s_Q = s_{\Omega_1} = 0 = s_P + \omega \wedge (\Omega_1 - P) \rightarrow \boxed{s_P = \omega \wedge (P - \Omega_1)}$$

Idem: $s_Q = \omega \wedge (P-\Omega_1) + \omega \wedge (Q-P) = \omega \wedge (\cancel{P} - \Omega_1 + Q - \cancel{P}) \rightarrow s_Q = \omega \wedge (Q - \Omega_1)$ OK ✓

- Vincolo di rigidità (invarianza della distanza $\overline{PQ}$)

$$s_Q - s_P = \omega \wedge (Q-P) \Rightarrow (s_Q - s_P) \cdot (Q-P) \equiv 0 \Rightarrow \underbrace{s_Q \cdot (Q-P)}_{s_Q^{PQ} \cancel{\|Q-P\|}} = \underbrace{s_P \cdot (Q-P)}_{s_P^{PQ} \cancel{\|Q-P\|}}$$

(poichè $\|Q-P\| = cost$)

- Sovrapposizione (somma) di rotazioni rigide coesime

$$\left.\begin{aligned} s_Q^{①} &= s_P^{①} + \omega^{①} \wedge (Q-P) \\ s_Q^{②} &= s_P^{②} + \omega^{②} \wedge (Q-P) \end{aligned}\right\} s_Q = s_Q^{①} + s_Q^{②} = \underbrace{s_P^{①} + s_P^{②}}_{s_P} + \underbrace{(\omega^{①} + \omega^{②})}_{\omega} \wedge (Q-P) = s_P + \omega \wedge (Q-P)$$

con $\boxed{\omega = \omega^{①} + \omega^{②}}$

arizzi@unibg.it

 erizzi@unibg.it

- Atto di moto piano e sua rappresentazione con mappe di spostamenti orizz. e vert.

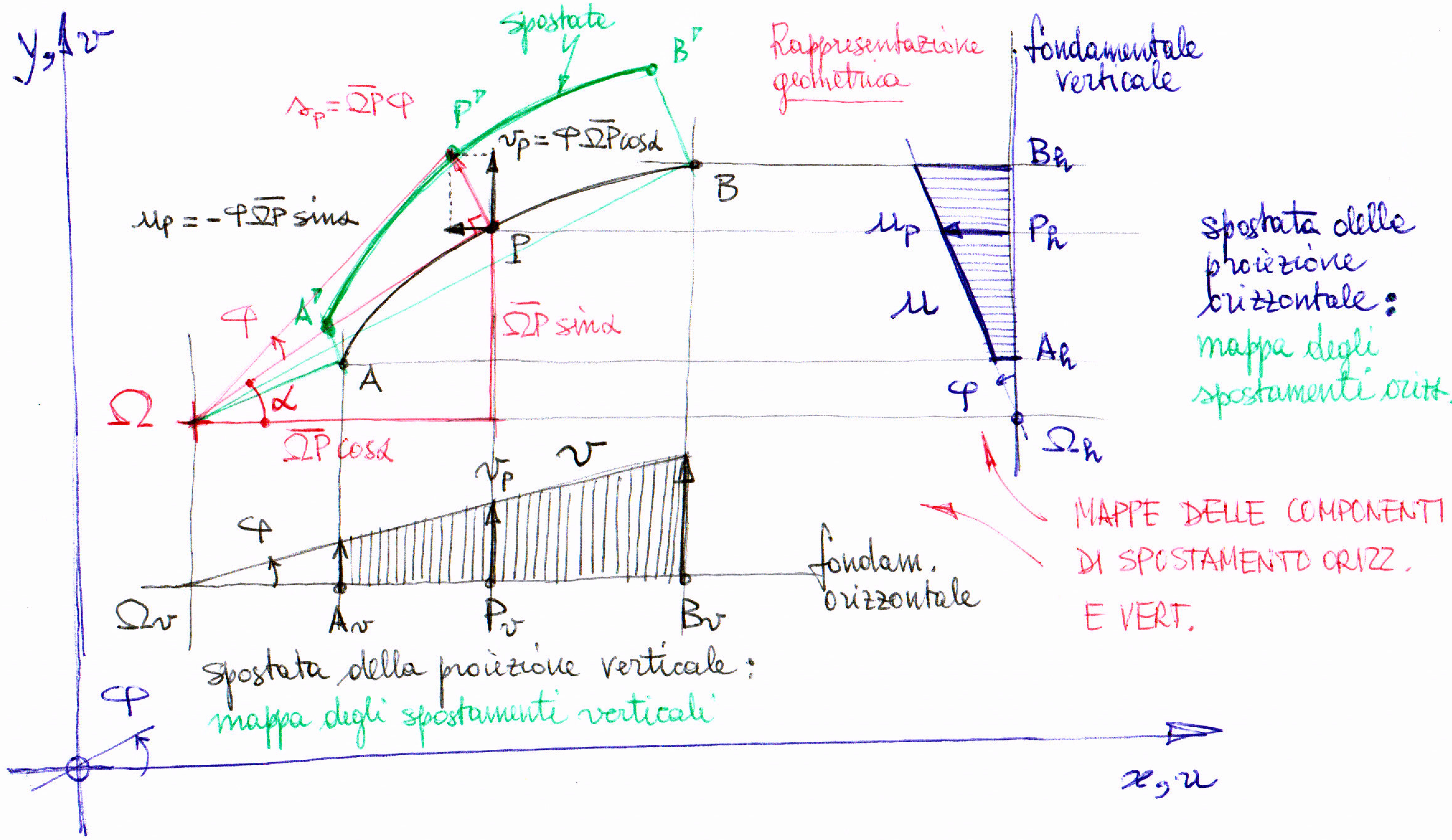
$$\Delta_p = \omega \wedge (P-\Omega) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \varphi \\ \Delta x & \Delta y & \Delta z \end{vmatrix} =$$

Rappresentazione analitica

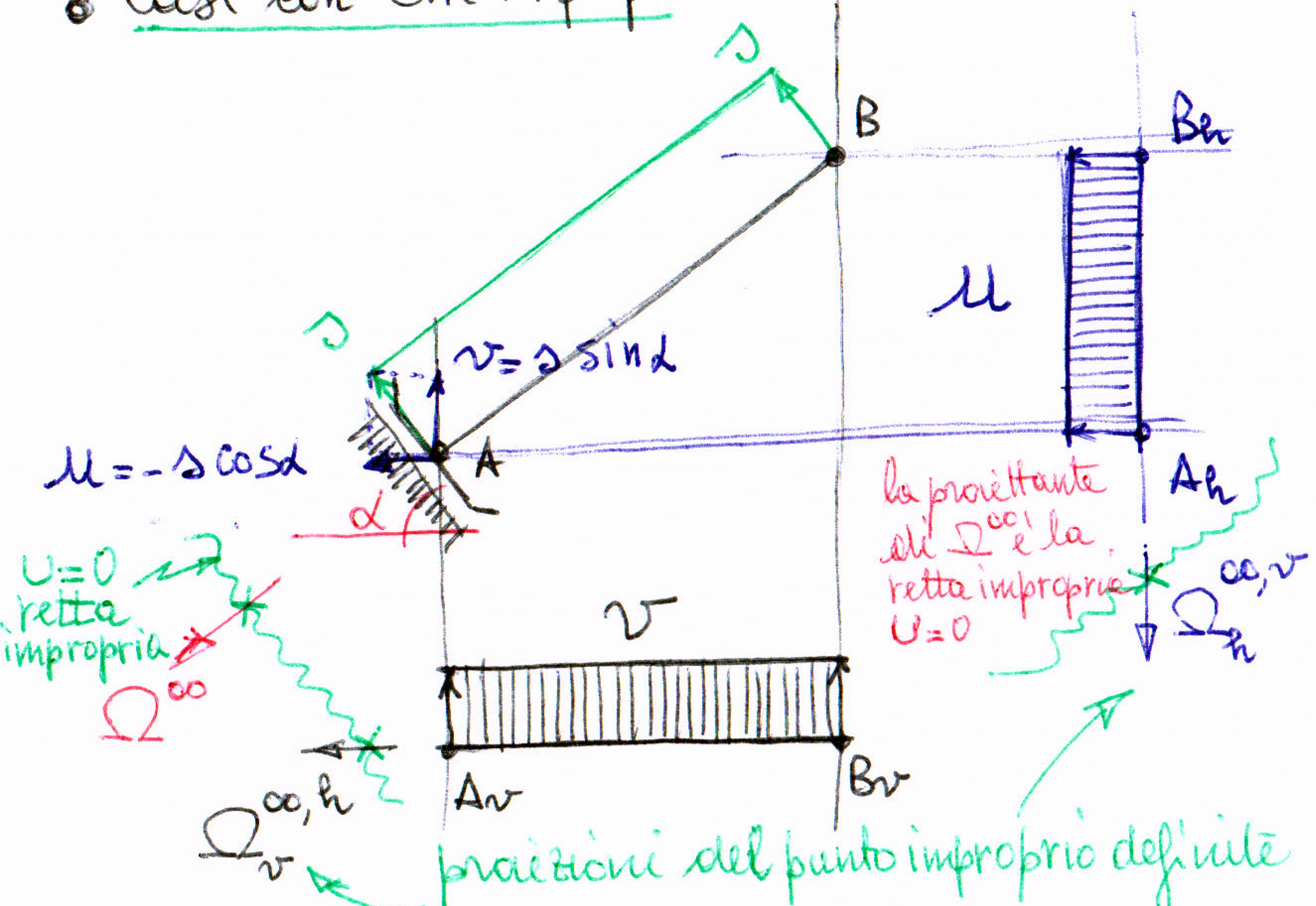
$$= -\varphi\left(\Delta y\, i - \Delta x\, j\right) =$$

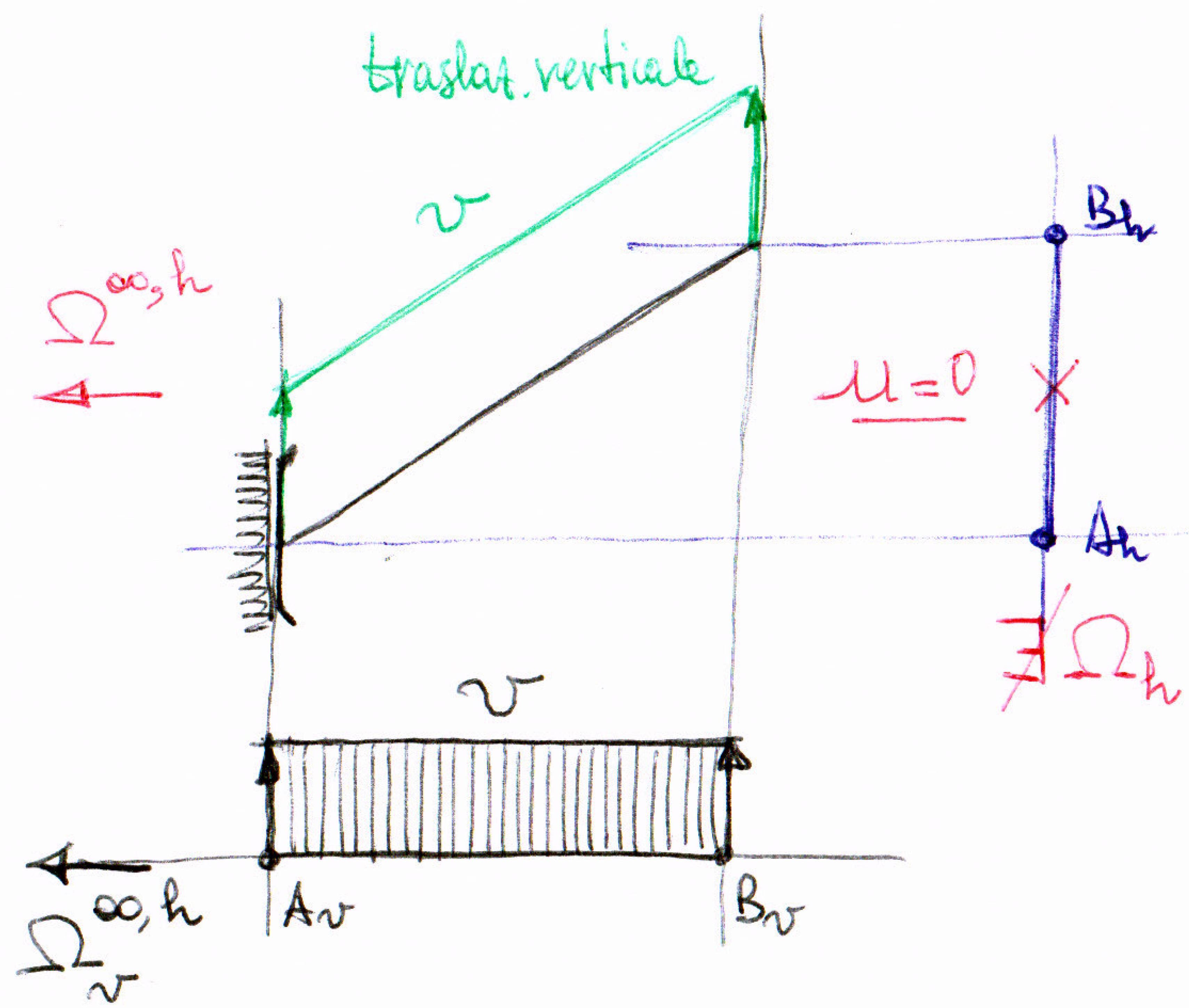
$$= \underbrace{-\varphi \Delta y}_{u_p}\, i + \underbrace{\varphi \Delta x}_{v_p}\, j = u_p\, i + v_p\, j$$

$$\begin{cases} u_p = -\varphi \overbrace{(y_p - y_\Omega)}^{\Delta y} = -\varphi\, \overline{P\Omega} \sin\alpha \\ v_p = \varphi \underbrace{(x_p - x_\Omega)}_{\Delta x} = \varphi\, \overline{P\Omega} \cos\alpha \end{cases}$$



- Casi con CIR impropri

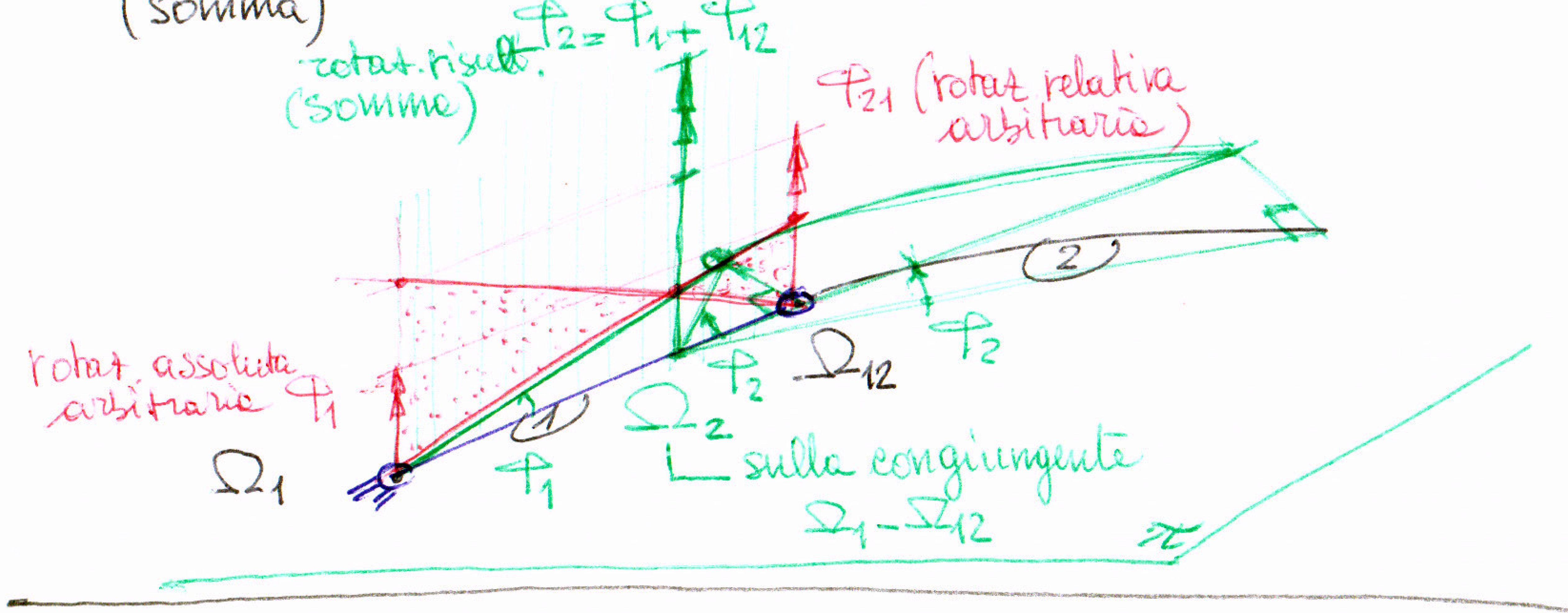


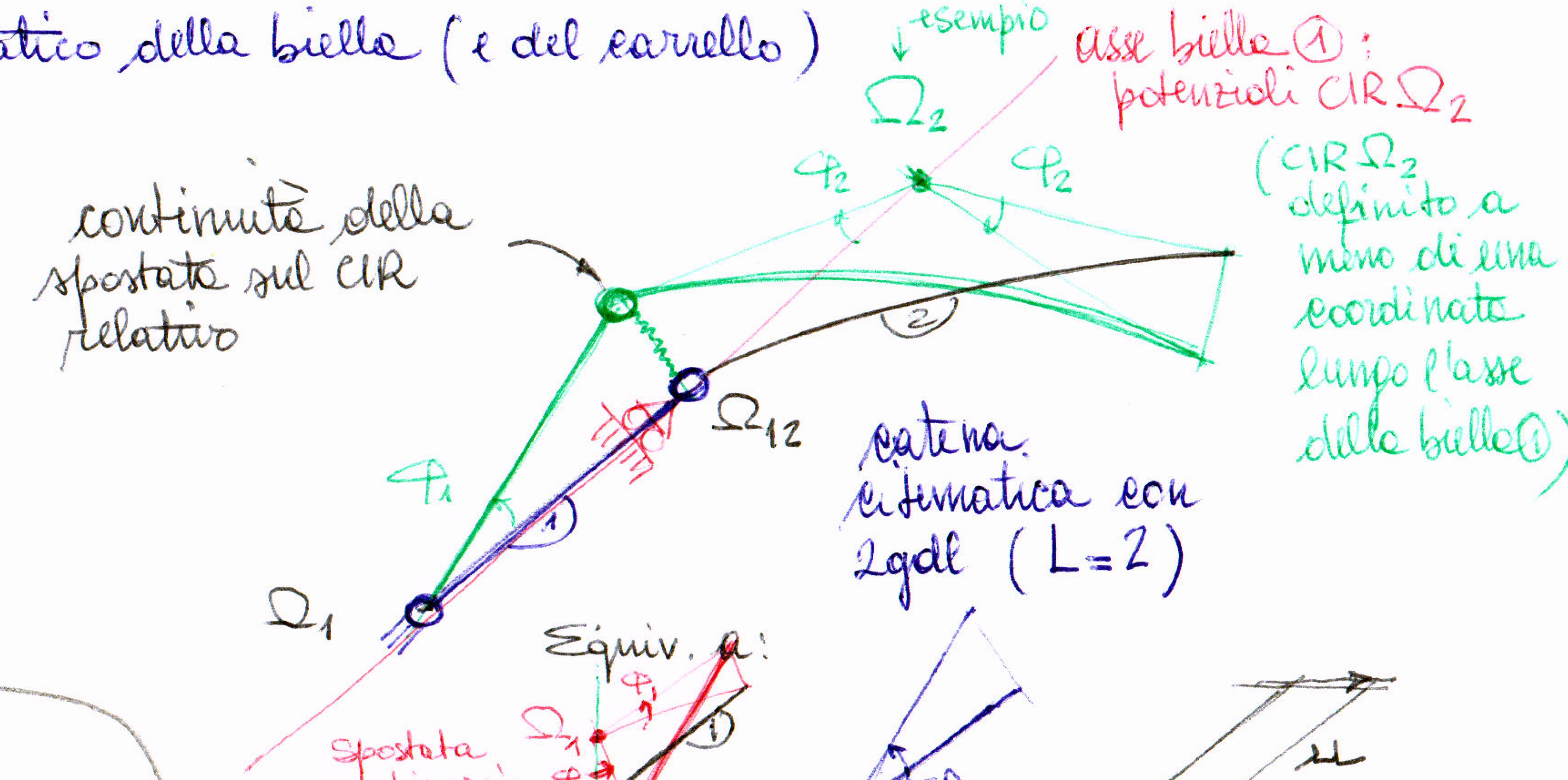


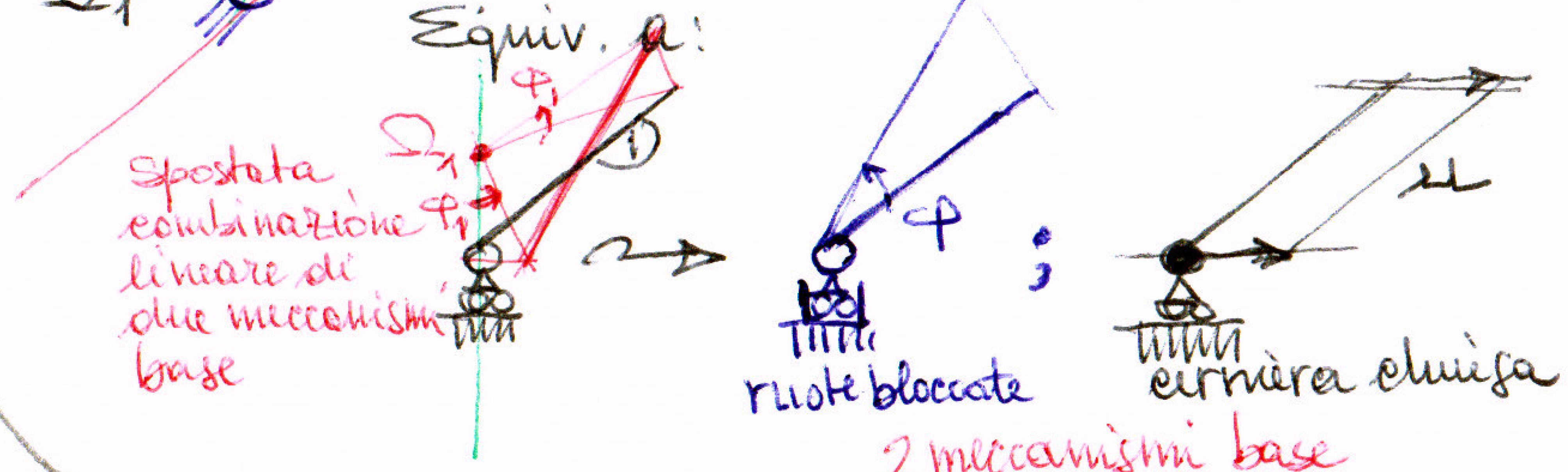
N.B.

- Se il p.to improprio da proiettare è distinto dalla direzione di proiezione ($\perp$ alla fondamentale) la sua proiezione è il p.to improprio della fondamentale.
- Se il p.to improprio $\equiv$ con la direzione di proiezione il CIR proiettato $\nexists$ (e conseguentemente la competente mappa di spostamento è nulla)

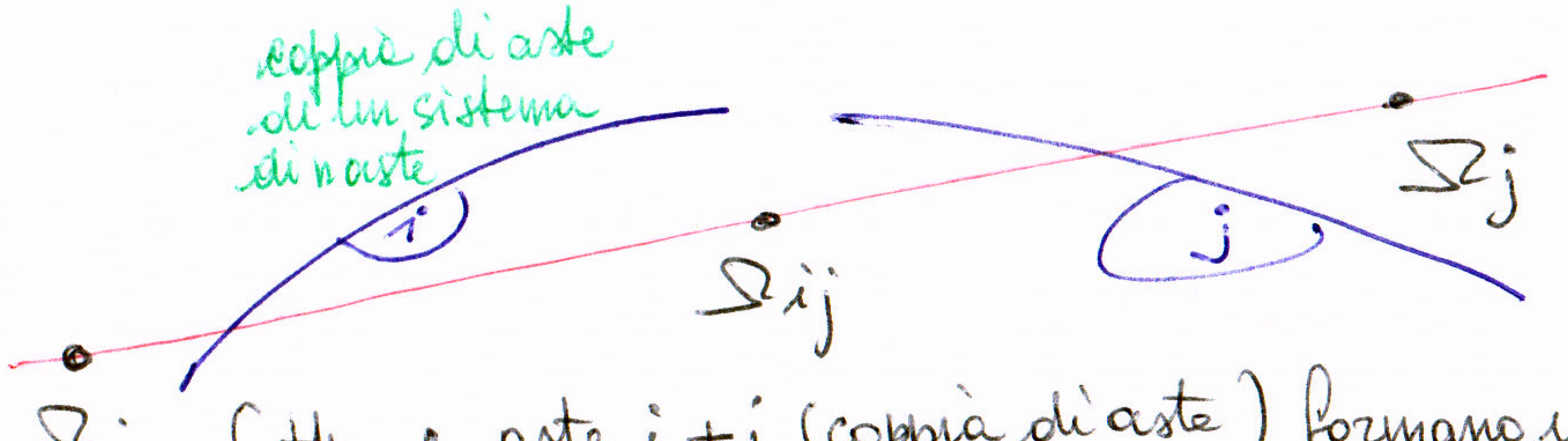
- Sovrapposizione di rotazioni rigide asesime (somma) $\Rightarrow$ ruolo cinematico della biella (e del carrello)







- I Th. sulle Catene Cinematiche

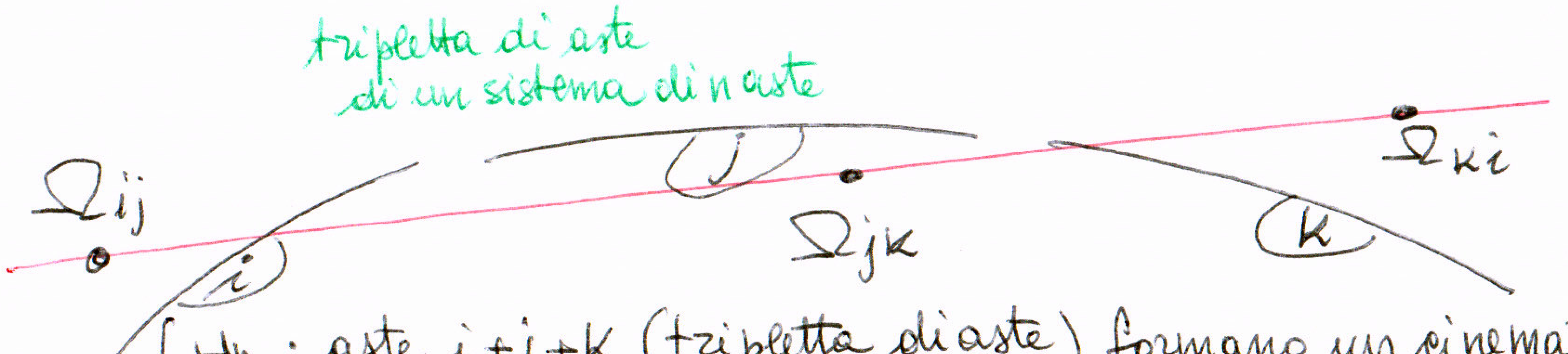


Hp.: aste $i+j$ (coppia di aste) formano un cinematismo
Th.: $\Omega_i, \Omega_j, \Omega_{ij}$ allineati (condizione di allineamento)

è CN di labilità del sottosistema formato dalle 2 aste

DIM.: $\rightarrow$ vedi composizione delle rotazioni come sopra.

- II Th. sulle Catene Cinematiche

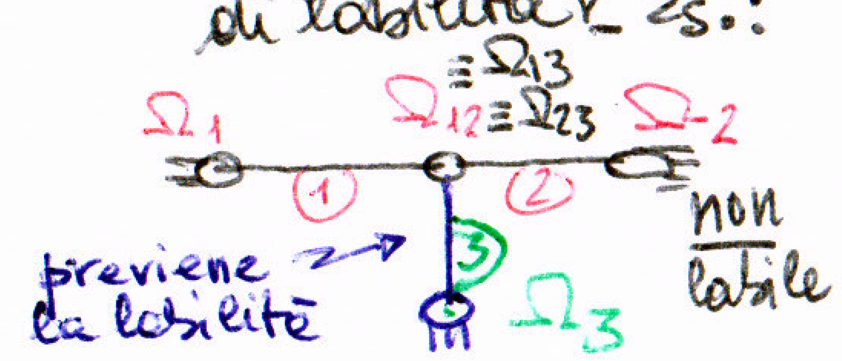


Hp.: aste $i+j+k$ (tripletta di aste) formano un cinematismo relativo
Th.: $\Omega_{ij}, \Omega_{jk}, \Omega_{ki}$ allineati (condizione di allineamento)

è CN di labilità interna alle 3 aste

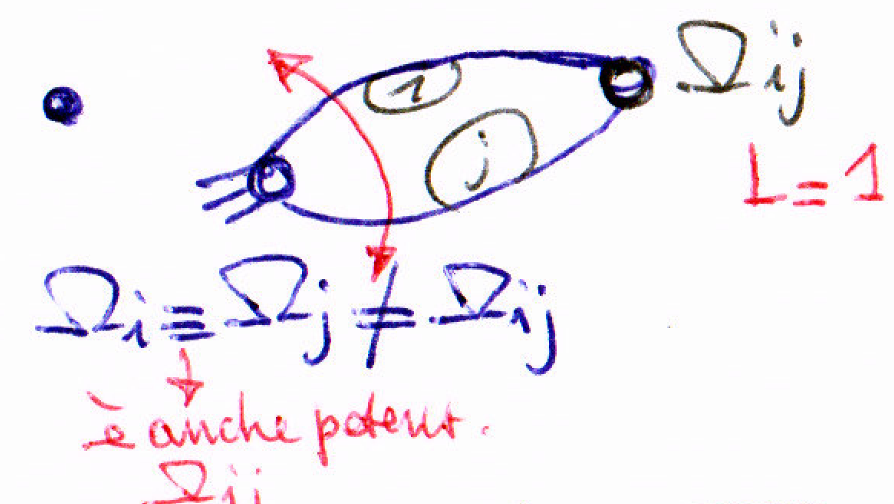
DIM.: $\rightarrow$ vedi caso precedente, immaginando di porre a terra una delle aste

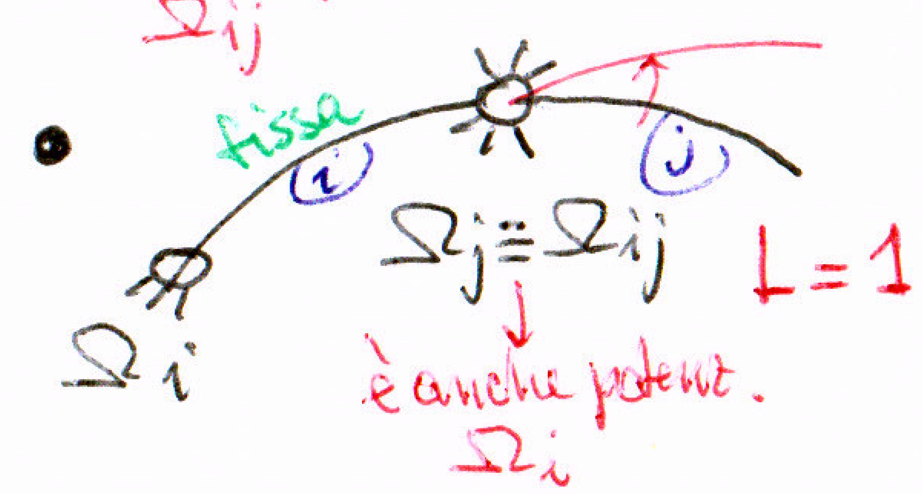
- I è CS di labilità se $n=2$
- In generale non è CS di labilità se $n>2$. Es.:

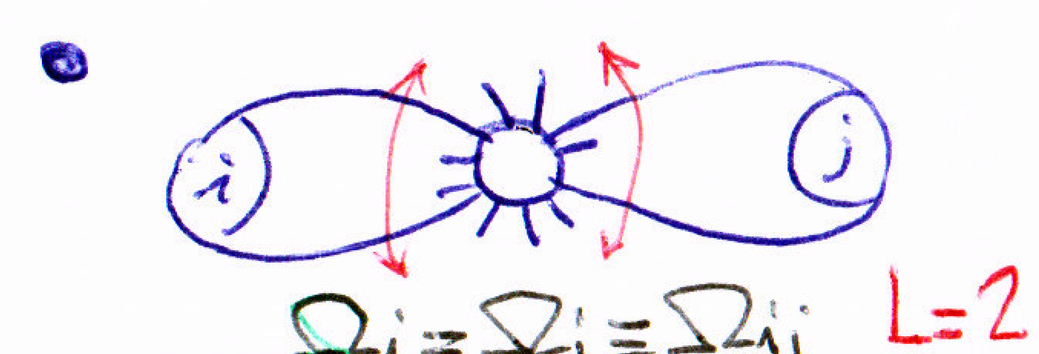


- I + II valide per sottosistema di m aste, di sistema di n aste, sono CNS di labilità per tale sottosistema

CASI DEGENERI con CIR coincidenti (altrettanto labili)

- 

- 

- 

crissi@unibg.it

– Idem per soli CIR relativi inerenti triplette per il II teorema.