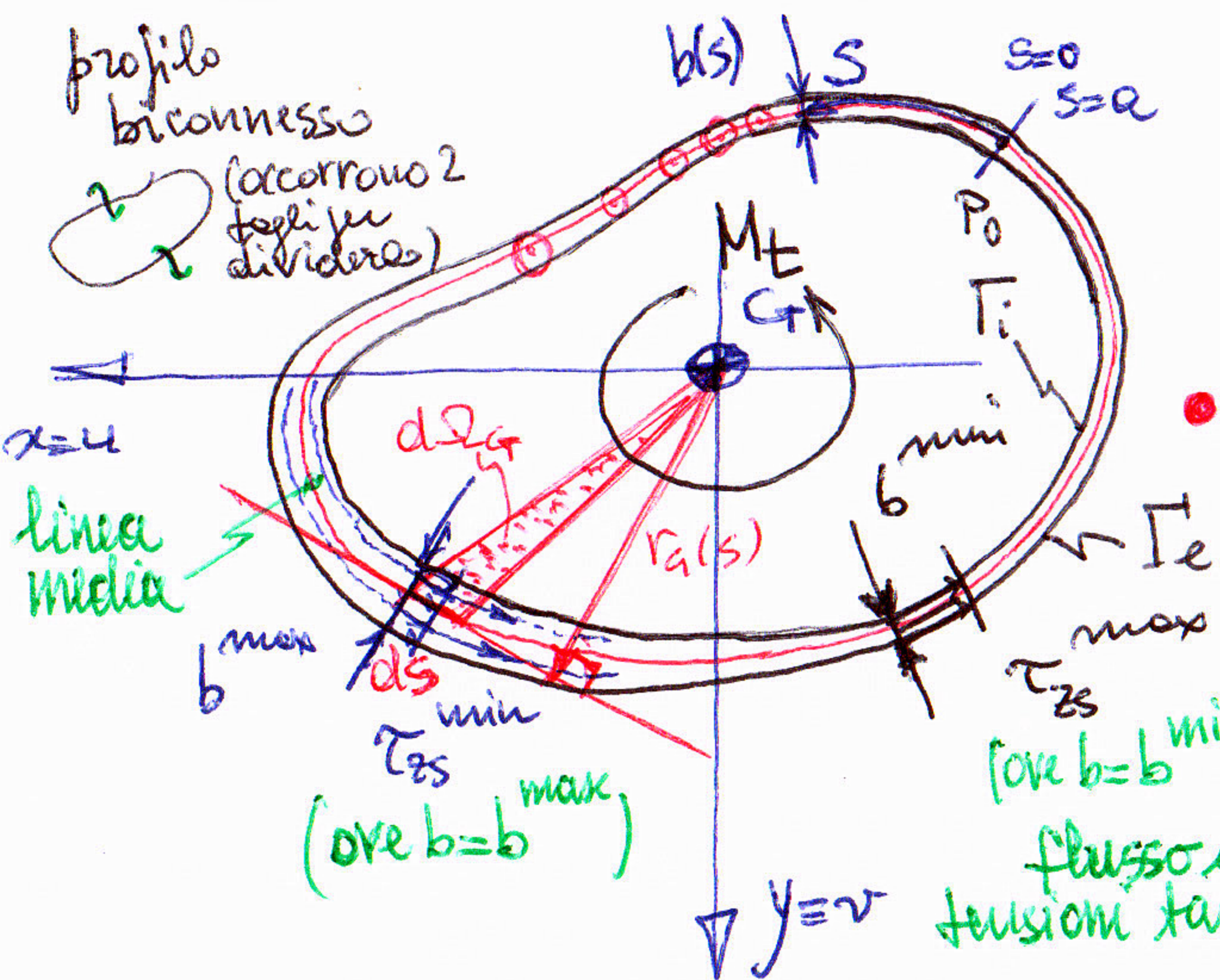




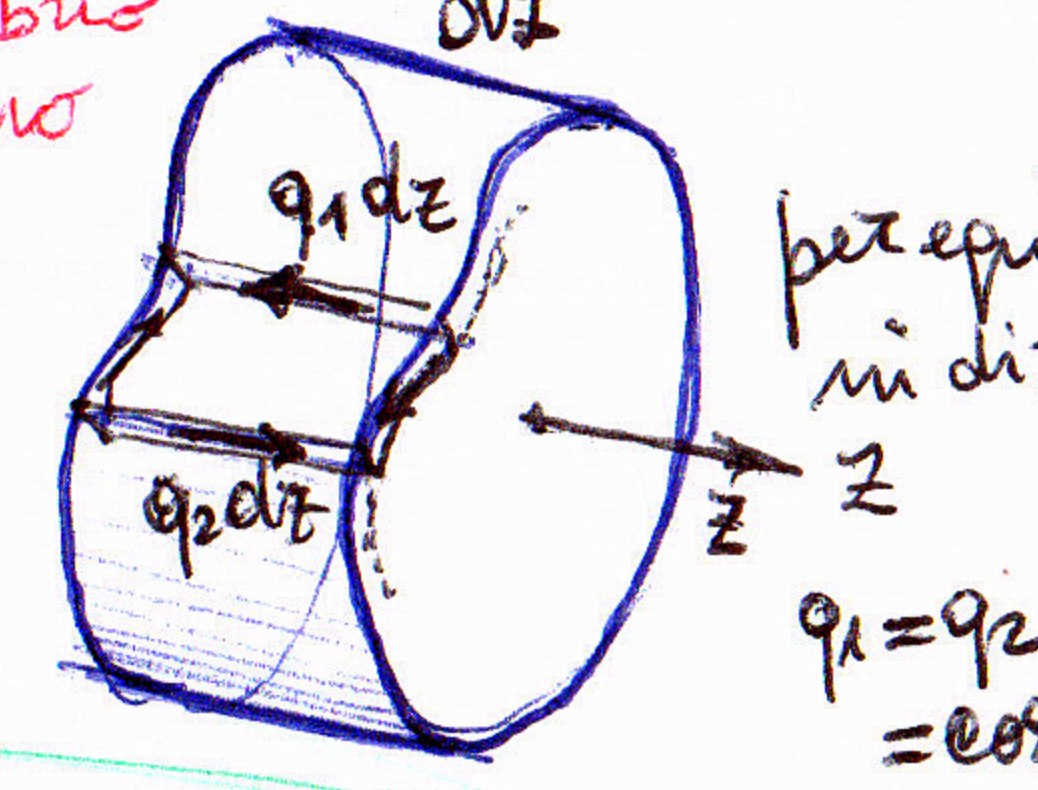
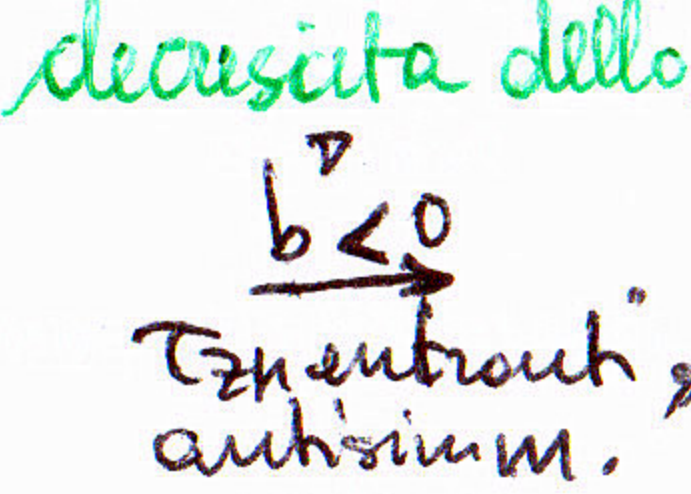
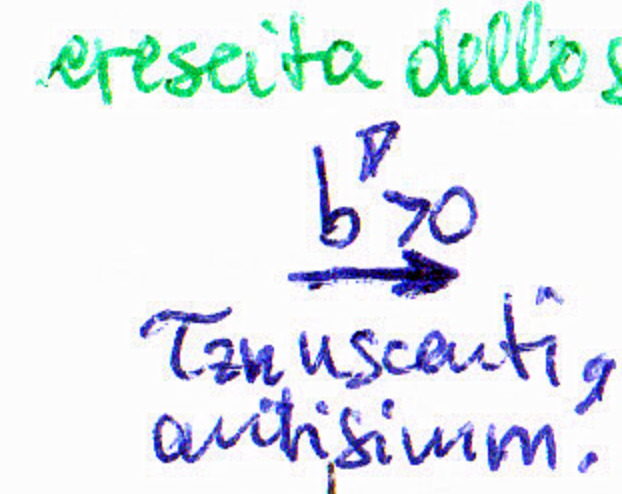
- Profilo sottile $b(s) \ll a$ e $b(s) \ll h$ dim. caratteristica dell'ingombro della sezione
- in generale sviluppo delle linee medie
- spessore variabile, con continuità e restando piccolo.

Analogia idrodinamica:

- traiettorie che abbracciano l'intero profilo
- τ_z circa // alle linee medie (τ_{zn} trasv.) $\rightarrow \tau_{zs}$
- $\tau_{zs} \approx \text{cost}$ sullo spessore e con flusso

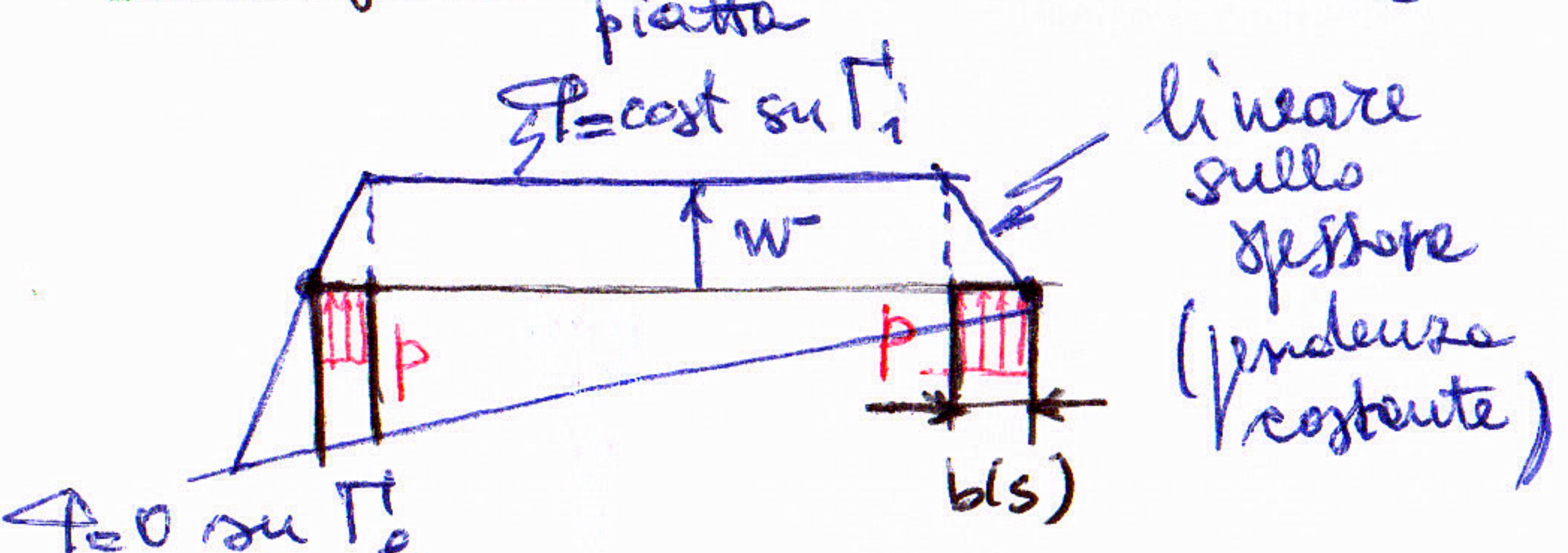
$$q(s) = \tau_{zs}(s) b(s) = \text{cost}$$

- quindi τ_{zs}^{max} in b^{min} e τ_{zs}^{min} in b^{max}



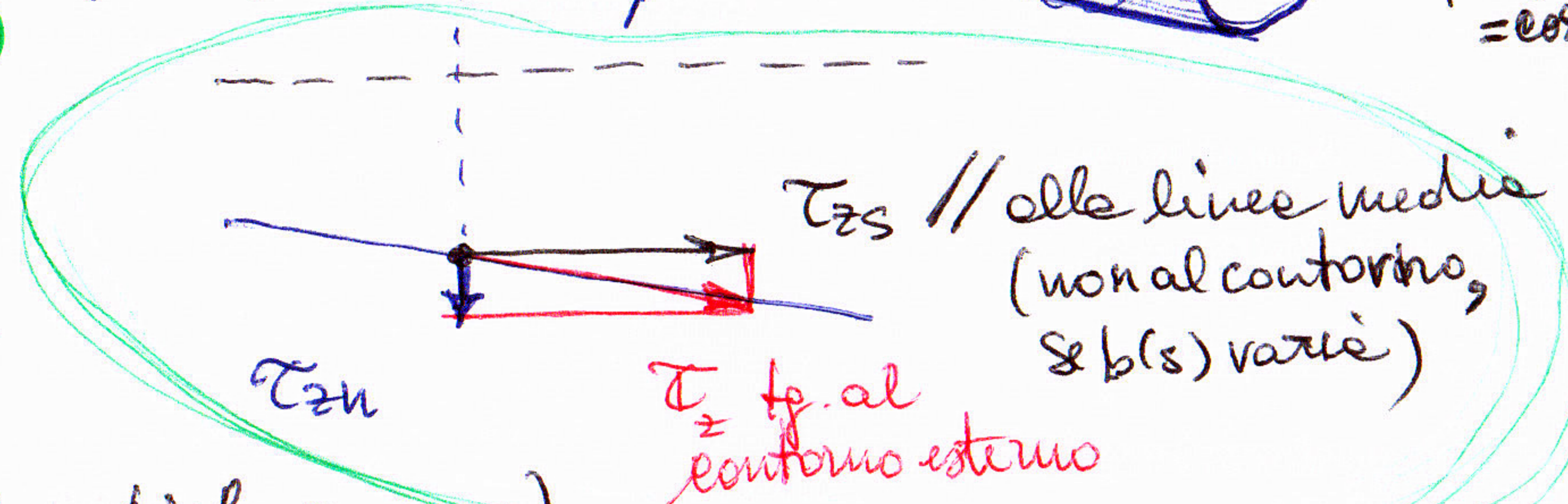
Analogia della membrana:

(con due contorni, due e.c. $\varphi = \text{cost}$ da imporre)



$$\begin{cases} \tau_{zs} = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \text{cost} \\ \tau_{zn} = -\frac{\partial \varphi}{\partial s} \approx 0 \end{cases}$$

ph. staticamente determinato



Formule di BREDT (~1896) (Determinazione "isostatica" del campo di sforzo τ_{zs})

Con $q(s) = \tau_{zs}(s) b(s) = \text{cost}$, equiv. statica: $\tau_{zs} \leftrightarrow M_t$

Quindi $q = \tau_{zs}(s) b(s) = \frac{M_t}{2\Omega}$ e

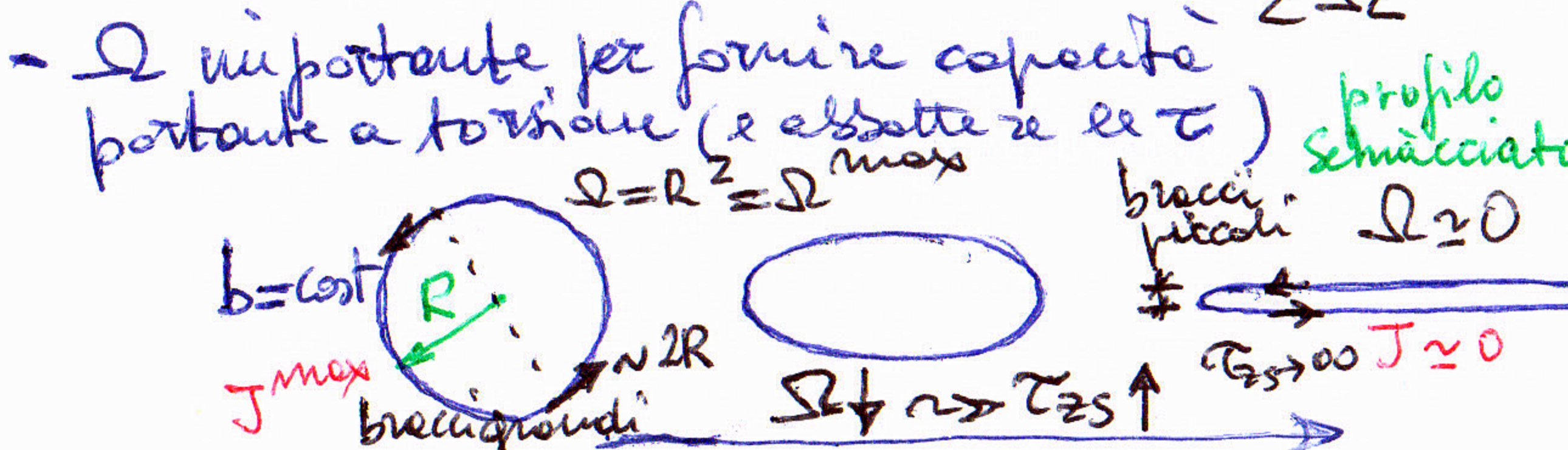
$$M_t = \oint \tau_{zs}(s) b(s) ds \cdot r_g(s) = 2q \oint \frac{1}{2} r_g(s) ds = 2q \Omega$$

area racchiusa all'interno della linea media (indip. da q)

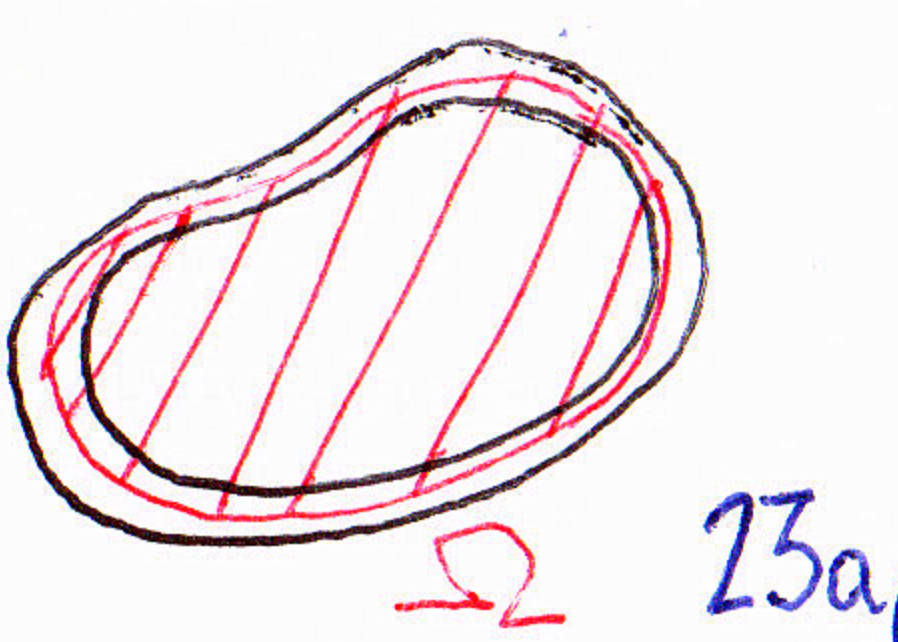
$$\tau_{zs}(s) = \frac{M_t}{2\Omega b(s)}$$

formula di BREDT

τ_{zs} dir. prop. a M_t
inv. prop. a Ω e $b(s)$



- Mi aspetto che anche J (le cui det. non è stata necessaria per trovare lo sforzo) sia dip. da Ω ($\propto \Omega$) a differenza rispetto ai profili aperti



- J valutabile a valle del calcolo di τ_{zs} , tramite il PLV:

$$\beta = \frac{M_t}{GJ}; \quad J = \frac{M_t}{\beta G}$$

GJ : rigidità torsionale

lavoro specifico per unità di lunghezza

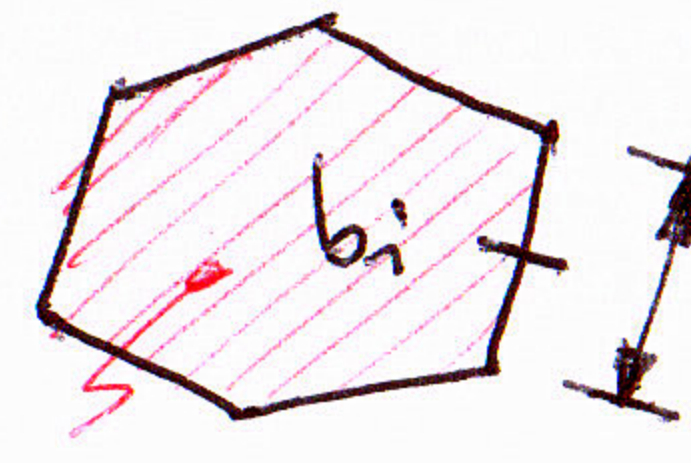
$$\frac{dL_e}{dz} = M_t \beta = \int \tau_{zs}(s) \gamma_{zs}(s) b(s) ds = \frac{dL_i}{dz} \Rightarrow G M_t \beta = \int (\tau_{zs}(s) b(s))^2 \frac{ds}{b(s)} = q^2 \int \frac{ds}{b(s)} - \text{Sost. la f. di Bredt}$$

γ_{zs} scorrimento angolare $\frac{\tau_{zs}(s)}{G}$

Casi particolari:

- Se $b(s) = b = \text{cost}$ $J = \frac{4\Omega^2 b}{a}$ a : sviluppo delle linee medie

- Se sezione scatolare formata da rettangoli allungati



$$J = \frac{4\Omega^2}{\sum_i \frac{a_i}{b_i}}$$

Momento d'inerzia torsionale $\sim \Omega^2$
(grande se si allunga o grande)

drizzi@unibo.it

- Funzione di ingobbamento $\psi_q(s)$

$$d\Omega_q = \frac{1}{2} \tau_q(s) ds$$

$\Omega_q(s)$: area settoriale

Si era ricavata:

$$d\psi_q = \frac{\tau_{zs}(s) ds}{G\beta} - 2 d\Omega_q$$

qui con $\tau_{zs}(s)$ lungo le linee medie $\neq 0$

(v. trattazione precedente per profili sottili aperti, ove si era posto $\tau_{zs} = 0$ sulla linea media)

$$= \frac{J}{M_t} \tau_{zs}(s) ds - 2 d\Omega_q - \text{Sost. le espressioni trovate:}$$

$$= \frac{1}{M_t} \frac{4\Omega^2}{\int \frac{ds}{b(s)}} \frac{M_t}{2\Omega b(s)} ds - 2 d\Omega_q$$

area racchiusa all'interno delle linee medie

l. ne area settoriale

cost. di integraz.

valor medio nullo di ψ_q in A

tale che $\int_A \psi_q dA = 0, \int_A \psi_q x dA = 0, \int_A \psi_q y dA = 0$

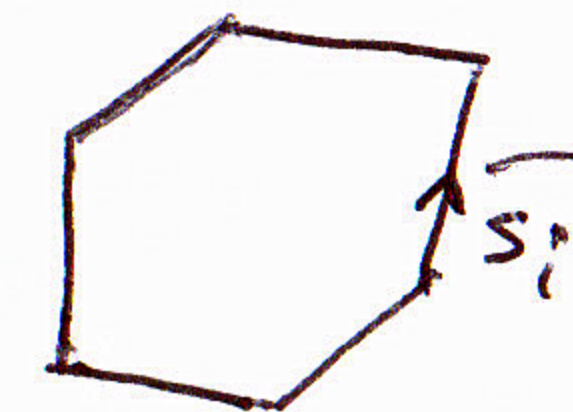
$$= \frac{2\Omega}{\int \frac{ds}{b(s)}} \frac{ds}{b(s)} - 2 d\Omega_q \rightarrow$$

$$\psi_q(s) = \frac{2\Omega}{\int \frac{ds}{b(s)}} \int_0^s \frac{ds}{b(s)} - 2\Omega_q(s) + \psi_q^0$$

può essere det. ponendo

- Note ψ_q , è possibile det. le coordinate del centro di torsione C:

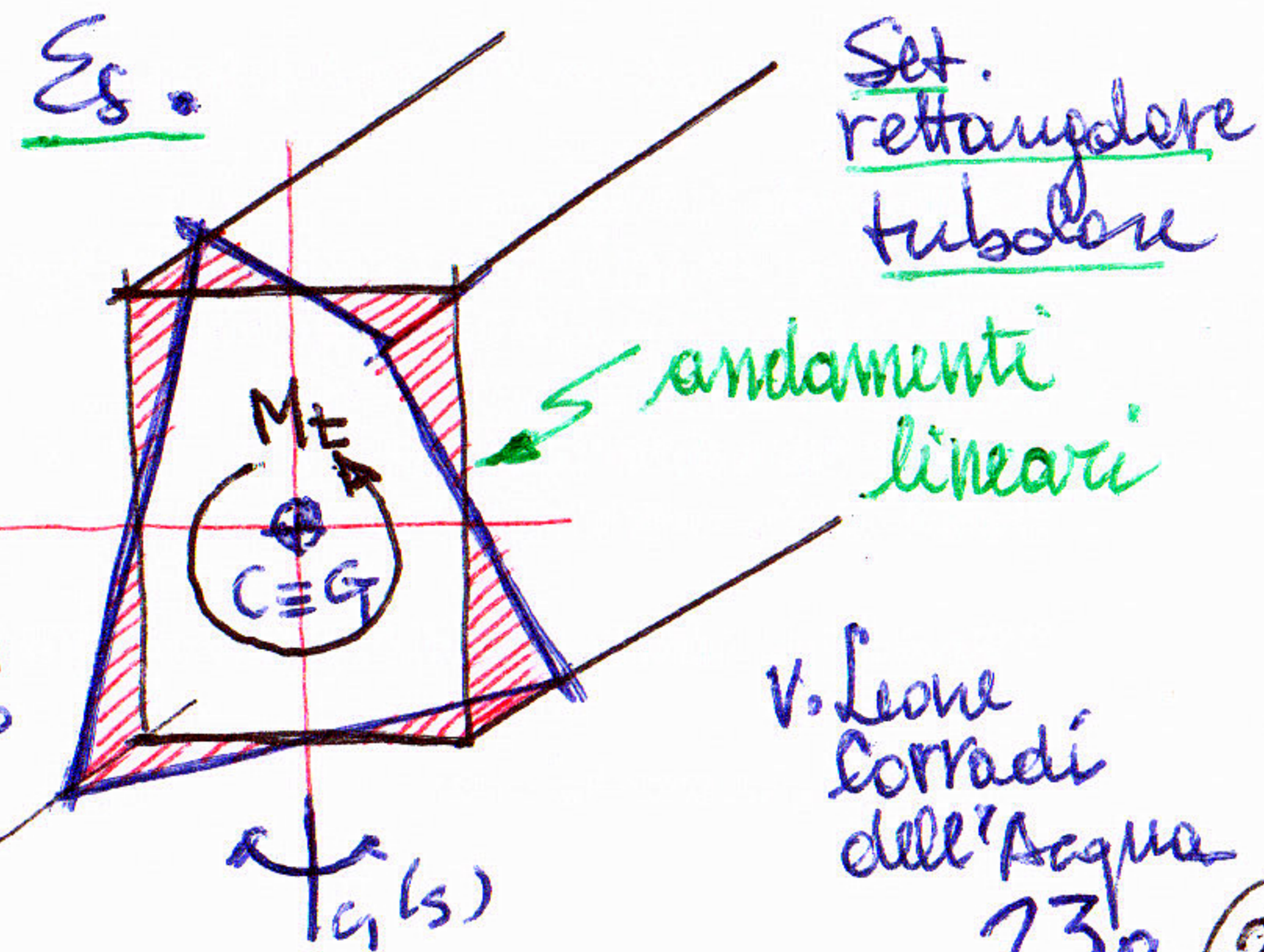
• Per profili scatolari, poiché $b = \text{cost}$ a tratti e $\Omega_q(s)$ è lineare a tratti, anche $\psi_q(s)$ è lineare in ogni tratto rettangolare



$\psi_{q \text{ lin. in si}}$

$\Delta z = \beta \psi_q$
ingobbamento fuori piano

ϵ_s



Set. rettangolo tubolare

andamenti lineari

V. Leone Corradi dell'Acqua 23a/2

$$\begin{cases} x_c = -\frac{1}{J_x} \int \psi_q(s) y(s) b(s) ds \\ y_c = \frac{1}{J_y} \int \psi_q(s) x(s) b(s) ds \end{cases}$$

N.B. Se $\exists$ asse di simmetria, $C \in a$ (come per G)

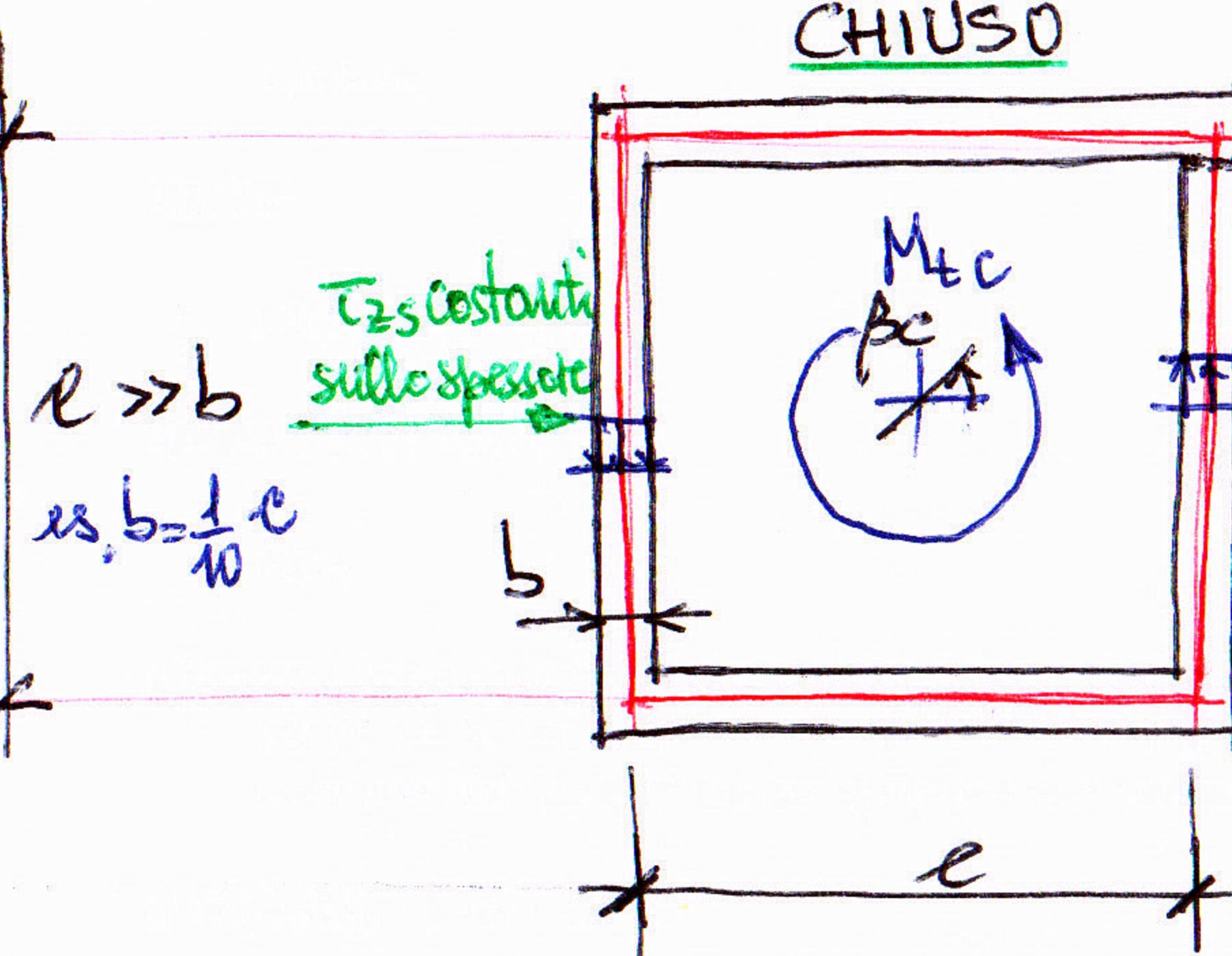
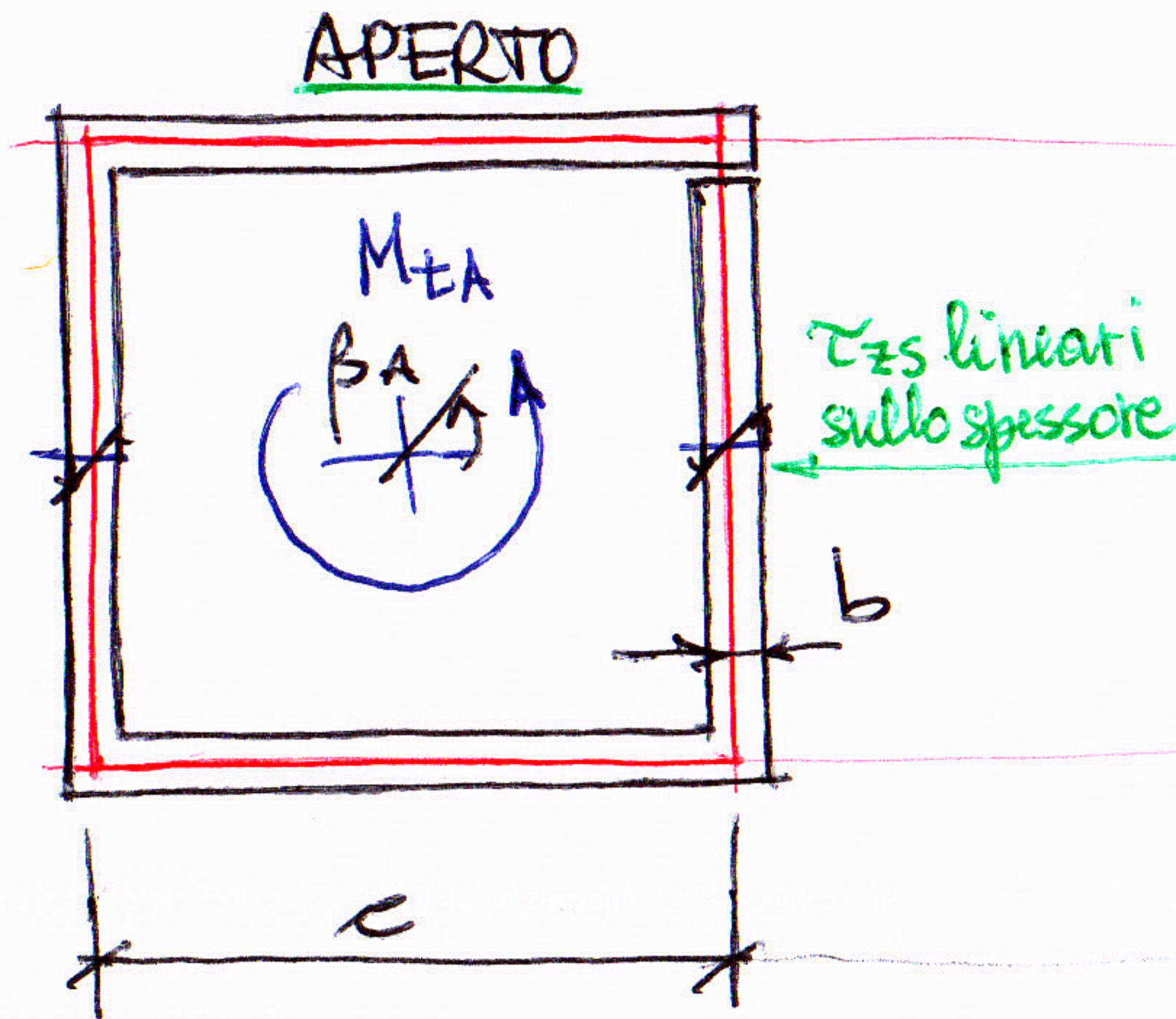
CONFRONTO TRA PROFILO APERTO E PROFILO CHIUSO

- Profilo sottile a spessore costante con linea media descritta da un quadrato di lato e .

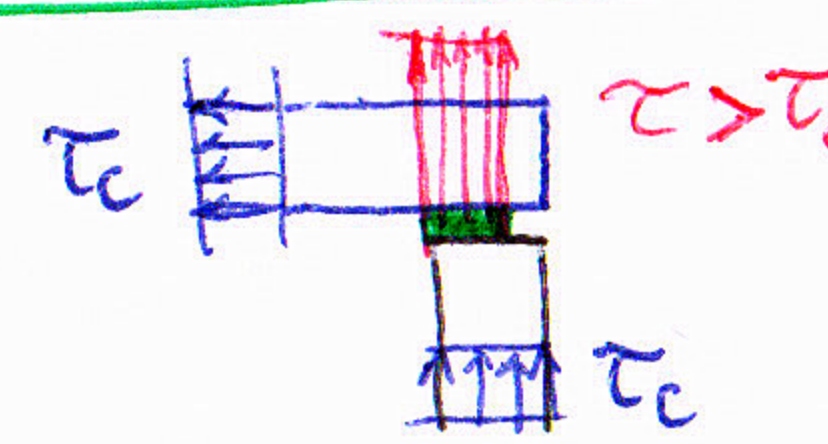
- Si vuole indagare la differenza di risposta torsionale tra profilo aperto e profilo chiuso, in termini sia di resistenza che di deformabilità.

- Si attende largamente vincente il profilo chiuso.

- Peraltro, profili aperti spesso usati in pratica per sollecitazioni di taglio e flessione. Utile operare la verifica di resistenza torsionale, qualora siano presenti sollecitazioni di torsione (ad es. dovute ad eccentricità dell'azione tagliante).



Es. chiuso mediante saldature a completa penetrazione. Att. alle saldature!



es. di attiva realizzazione: tau più elevate, per passaggio in spessore più stretto (v. analogia idrodinamica)

$$J_A = \sum_i \frac{1}{3} a_i b_i^3 = \frac{4}{3} e b^3$$

$$\tau_A^{\max} = \frac{M_{tA}}{J_A} b = \frac{3 M_{tA}}{4 e b^2}$$

Inerzia torsionale

$$J_C = \frac{4 \Omega^2 b}{\sum_i \tau_i} = \frac{\Omega^2 b}{e} = e^3 b$$

Tensione tangenziale

$$\tau_C^{\max} = \frac{M_{tC}}{2 \Omega b} = \frac{M_{tC}}{2 e^2 b}$$

$$\frac{J_C}{J_A} = \frac{e^3 b}{\frac{4}{3} e b^3} = \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \gg 1$$

es. $0.75 \cdot 100 = 75$, per $\frac{e}{b} = 10$

$$\frac{\tau_A^{\max}}{\tau_C^{\max}} = \frac{3 M_{tA}}{4 e b^2} \cdot \frac{e^2 b}{M_{tC}} = \frac{M_{tA}}{M_{tC}} \left(\frac{3}{2} \frac{e}{b} \right)$$

es. $1.5 \cdot 10 = 15$, per $\frac{e}{b} = 10$

Resistenza/capacità portante

• A parità di M_t :

$$\frac{\tau_A^{\max}}{\tau_C^{\max}} = \frac{3}{2} \frac{e}{b} \gg 1$$

• A parità di resistenza τ_0 :

$$\frac{M_{tC}}{M_{tA}^{\max}} = \frac{3}{2} \frac{e}{b} \gg 1$$

$$\frac{\beta_A}{\beta_C} = \frac{M_{tA}}{M_{tC}} \frac{J_C}{J_A} = \frac{M_{tA}}{M_{tC}} \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b} \right)^2$$

Deformabilità

• A parità di M_t :

$$\frac{\beta_A}{\beta_C} = \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \gg 1$$

• A parità di β :

$$\frac{M_{tC}}{M_{tA}} = \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \gg 1$$

N.B. Nel cf. "vince" il profilo chiuso, con ordine di grandezza ~ 10 in termini di resistenza e ~ 100 in termini di rigidità torsionale

erizzi@unibg.it