

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

( ICAR/08 - SdC ; 9 CFU )

A.A. 2020/2021

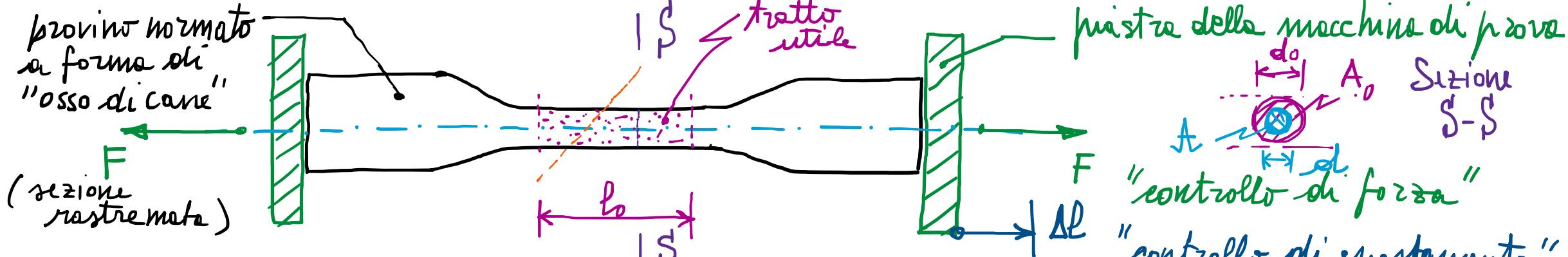
prof. Egidio RIZZI

[egidio.rizzi@unibg.it](mailto:egidio.rizzi@unibg.it)

LEZIONE 08

Meccanica dei Solidi (o dei mezzi continui): Introduzione sui concetti di sforzo e tensione, deformazione e legge costitutiva (legge sforzo-deformazione) - comportamento meccanico del materiale

- Prova di trazione monoassiale (1D) [es. materiale metallico, acciaio dolce]



$$l = l_0 + \Delta l \quad [\Delta l = l - l_0] \quad \text{Allungamento}$$

$$d = d_0 + \Delta d \quad [\Delta d = d - d_0] \quad \text{Contrazione trasversale}$$

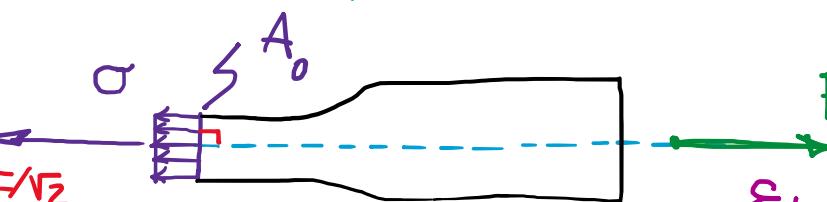
Sforzo-tensione (nominale)

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad [\sigma] = \frac{[F]}{[L]^2}$$

$$\sigma_{45^\circ} = \frac{F\sqrt{2}}{\sqrt{2}A_0} = \frac{\sigma}{2}$$

$$\tau_{45^\circ} = \frac{F\sqrt{2}}{\sqrt{2}A_0} = \frac{\sigma}{2}$$

Tangenziale o tagliente  $F/\sqrt{2}$



Deformazione

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 > 0 \ll 1$$

deformat. normale (longitudinale)

$$\epsilon_t = \frac{\Delta d}{d} = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{d}{d_0} - 1 < 0 \quad [\epsilon_t = -1]$$

deformat. (normale) trasversale  $\epsilon_t < 1$

coeff. di contrazione trasversale vedi Poisson

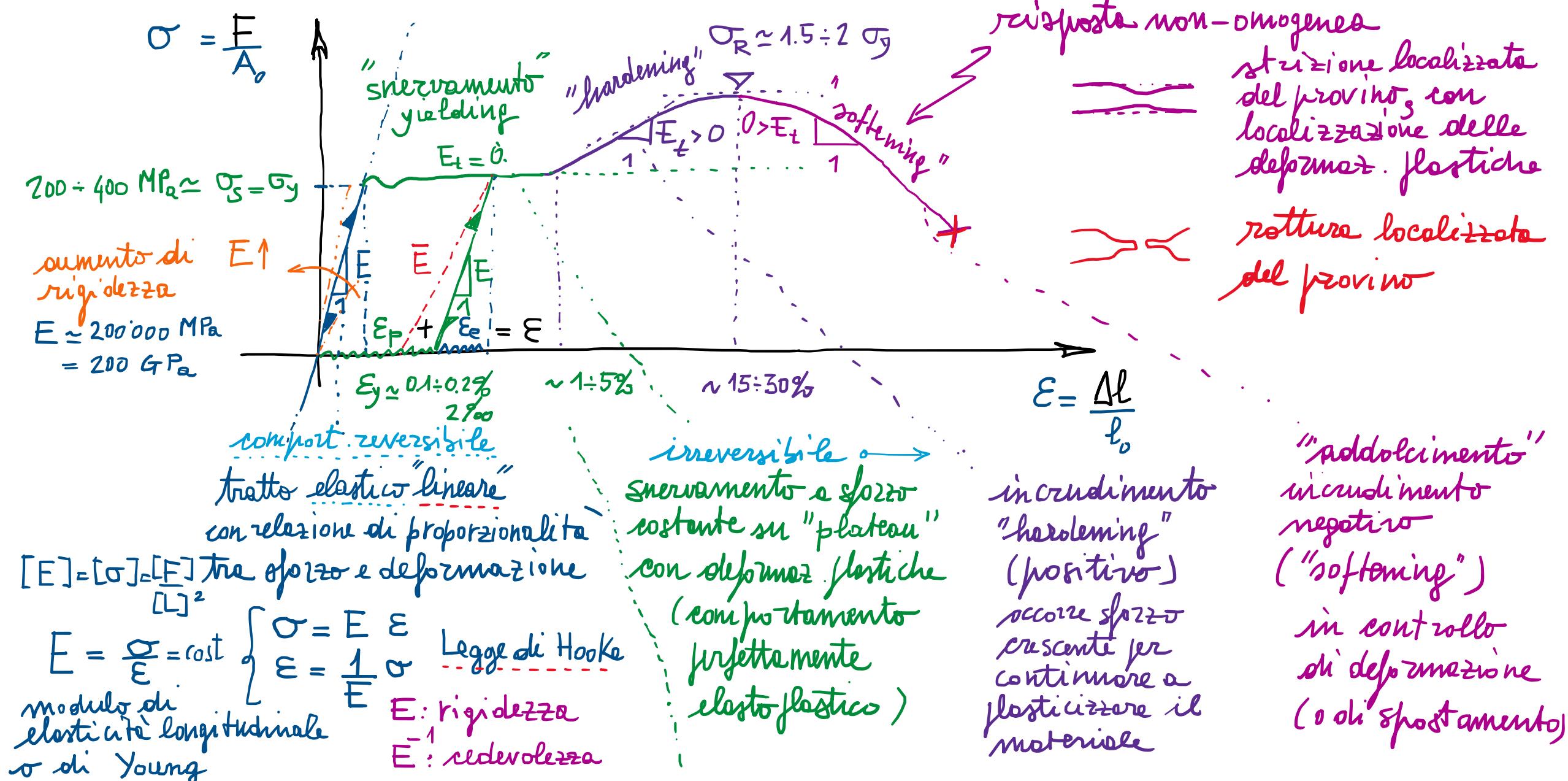
γ = - $\frac{\epsilon_t}{\epsilon}$

45° Sezione inclinata

Comp. normale e tangenziale variabili con l'inclinazione (giacitura)

$$\gamma = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon}$$

Risposte del materiale ("curva" di trazione)  $\Rightarrow$  classi tipiche di comportamento meccanico del materiale  
 (es. acciaio dolce,  $T = 20^\circ\text{C}$ )



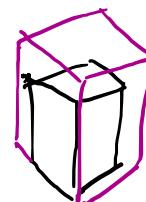
## Contrazione trasversale

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$$

coefficiente di contrazione trasversale (coefficiente di Poisson)

[segno - introdotto per avere parametro positivo]

parametro caratteristico del comportamento (elastico) del materiale



regime elastico con  $\nu \approx \text{cost}$

$$\nu = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\nu_0 \approx 0.3 \div 0.33$$

$$\frac{1}{3}$$

Osservazione sperimentale:

deformazioni plastiche e volume  $\sim$  costante e variazioni (deviatoriche) di forma

comportamento assintotico incomprensibile

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

generalizzazione al 3D (tensori delle piccole deformazioni)

Vedremo deformaz. volumetrica:

$$\nu = \frac{dV - dV_0}{dV_0} = \frac{dV}{dV_0} - 1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}} = \frac{-\varepsilon_t}{\text{tr } \varepsilon}$$

$$= \varepsilon - 2\nu\varepsilon = \frac{\text{tr } \varepsilon}{\sum_i \varepsilon_{ii}}$$

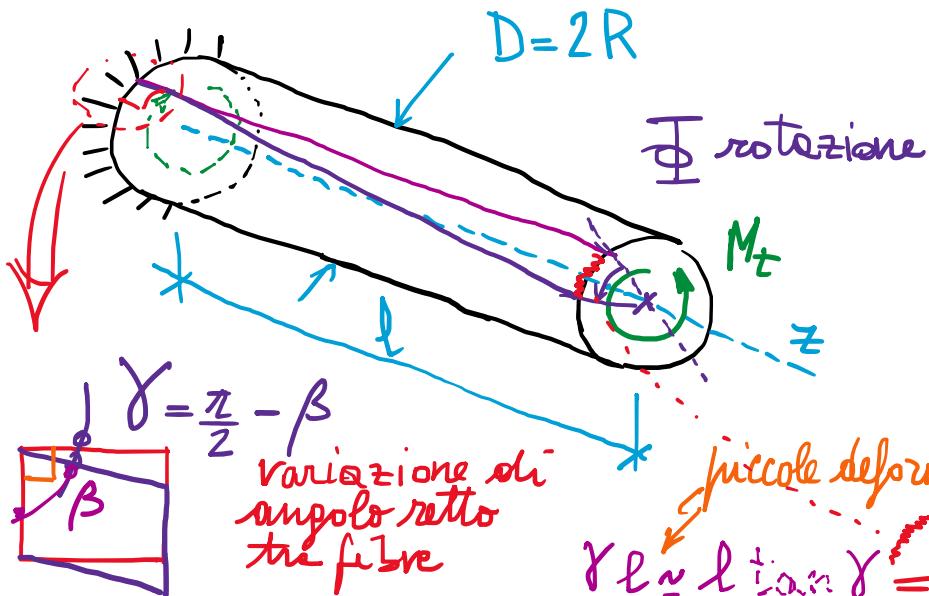
$$= (1-2\nu)\varepsilon \rightarrow 0$$

$$\nu \rightarrow \frac{1}{2} = 0.5$$

(materiale incomprensibile)

Risposte tagliente  $\Rightarrow$  prova di torsione (ingenera stato teso-deformativo tagliente)

circolare

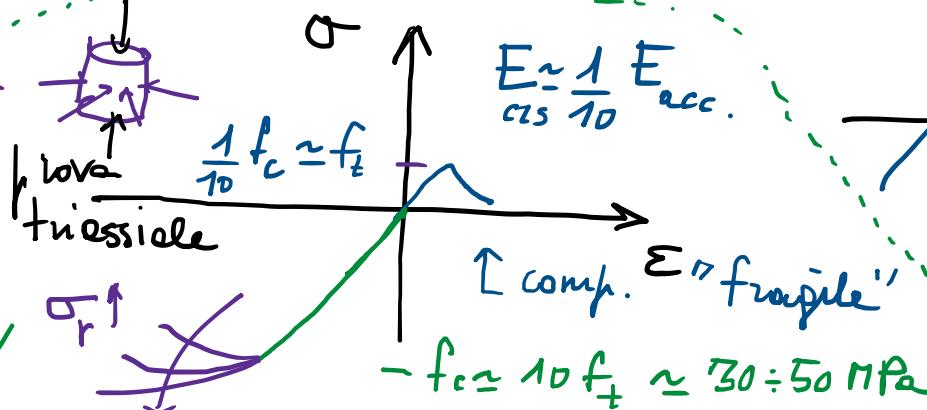


scorrimento angolare  
(deformazione tagliente)



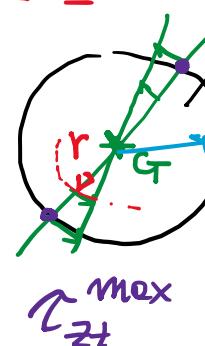
appoggio elastomerico

Altri comportamenti  
(materiali lapidei)  
asimmetrica a trazione/  
compressione



$$0 \leq r \leq R$$

$$A = \pi R^2 \tau$$



Gibricentro

$$\tau_{zt} = \frac{M_t}{J_G} r = \frac{2 M_t}{\pi R^4} r$$

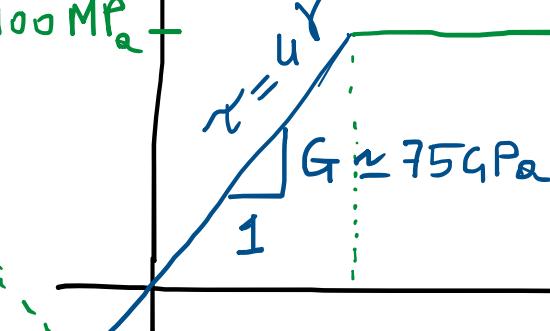
$$= \int_A r^2 dA$$

$\angle$  momento d'inerzia polare rispetto a G  $J_G = \frac{\pi R^4}{2}$

$$\tau_{zt}^{\max} (r=R) = \frac{2 M_t}{\pi R^3} = \bar{\tau} \quad (\bar{\tau} \approx M_t)$$

$$\tau$$

risposta a taglio



Materiale elastico  
lineare isotropo

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\nu = \frac{1}{3} \Rightarrow G = \frac{3}{8} E$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau = G \gamma \\ \gamma = \frac{1}{G} \tau \end{array} \right\}$$

rigidità a taglio  
G: modulo di elasticità tangenziale o modulo di taglio