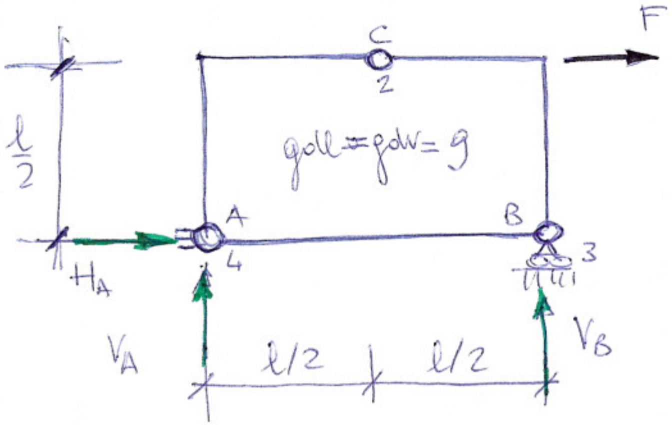
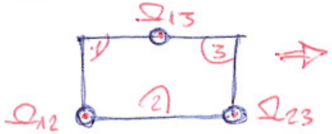
erizzi@unibg.it

# Calcolo delle RV dei sistemi articolati



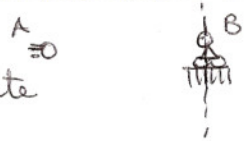

AC interpretabile in due modi (così anche la risoluzione statica).

① – anello chiuso isostatico con tre cerniere interne non allineate



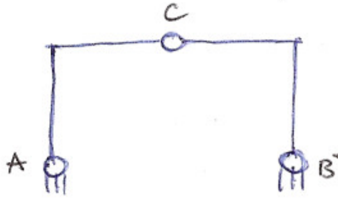

⇒ non sono possibili moti relativi tra le tre aste ⇒ è come se fosse un unico corpo rigido (internam. isostatico)

– posto a terra con schema isostatico di cerniera-carrello in A e B (avente asse del carrello non passante per la cerniera).




② – asta cerniera-carrello AB


– arco a tre cerniere ABC




← ora considerabile a terra (solo ora!)

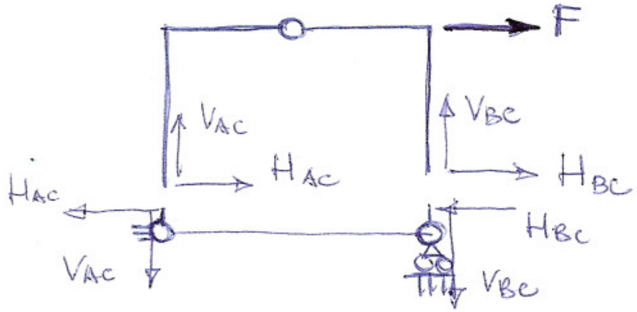
Secondo la visione ①:

– si determinano subito le reazioni a terra considerando ABC come corpo rigido:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow V_B \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow V_B = \frac{F}{2} \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow -V_A \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow V_A = -\frac{F}{2} \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + F = 0 \Rightarrow H_A = -F \end{cases}$$

[Infatti: $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 0$]
verifica

– Occorre però ora determinare anche le reazioni vincolari nei vincoli interni (vorremo determinare le azioni interne all'anello chiuso). Di fatto occorre aprire ogni anello in almeno un punto.



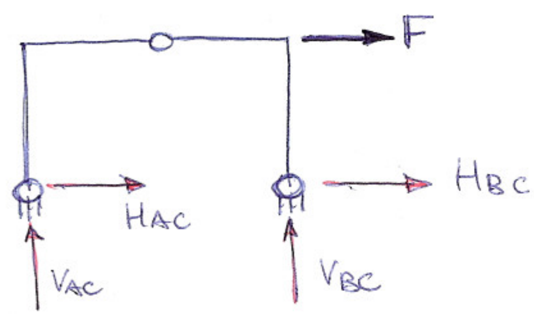

reazioni vincolari interne mutue

(Sono le RV a terra dell'arco a tre cerniere ABC secondo l'interpretazione ②).

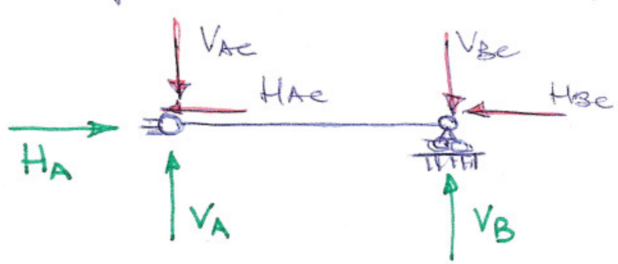
– Ciò corrisponde alla visione ②: Seguendo la sequenza inversa a quella di montaggio:

– Si risolve l'arco a tre cerniere ABC

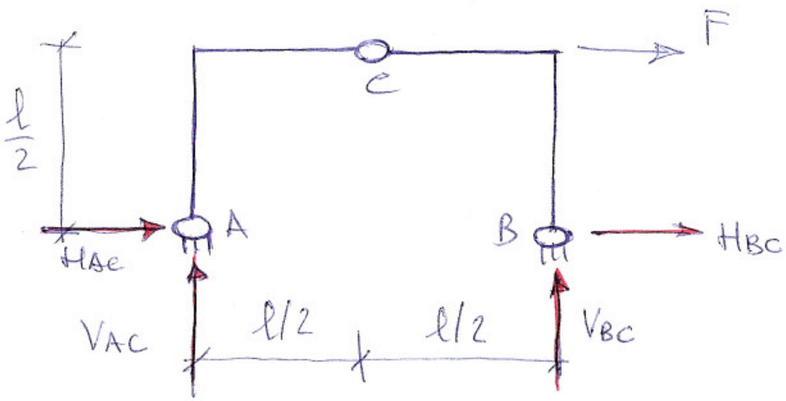
Analisi statica secondo la sequenza inversa di quella riconosciuta nell'analisi cinematica




– Si riportano le reazioni uguali e contrarie e si risolve la trave cerniera-carrello



## - Soluzione dell'arco a tre cerniere:




Ovviamente per le incognite non bastano le sole tre equaz. cardinali della statica. Trattandosi di un sistema articolato occorre aggiungere l'equazione relativa al vincolo mutuo in C (snodo che lascia libera la rotazione relativa).

4 eq. in 4 inc.:

- $\sum M_A = 0 \Rightarrow V_{BC} \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow V_{BC} = \frac{F}{2}$
- $\sum M_B = 0 \Rightarrow -V_{AC} \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2}$

è comandata dal vincolo relativo in C

new! ⇒ • $\sum M_C^{AC} = 0 \Rightarrow -V_{AC} \cdot \frac{l}{2} + H_{AC} \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} = -\frac{F}{2}$

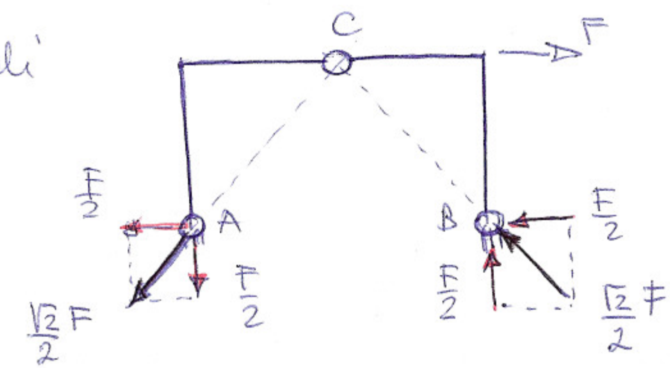
Eq. di equilibrio relativo!

- $\sum F_x = 0 \Rightarrow H_{AC} + H_{BC} + F = 0 \Rightarrow H_{BC} = -H_{AC} - F = \frac{F}{2} - F = -\frac{F}{2}$

oppure [ $\sum M_C^{BC} = 0 \Rightarrow V_{BC} \cdot \frac{l}{2} + H_{BC} \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow H_{BC} = -V_{BC} = -\frac{F}{2}$ ]

Altra eq. di equilibrio relativo!

Struttura con valori RV finali

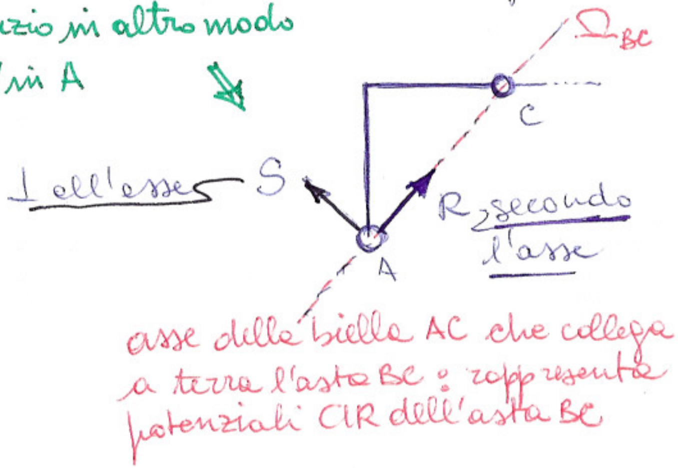



⇐ reazioni finali nel loro vero verso

**NOTA**: Infatti l'asta AC, biella cinematica, è anche una biella dal punto di vista statico: essa è asta incernierata agli estremi senza carichi applicati lungo l'asta.

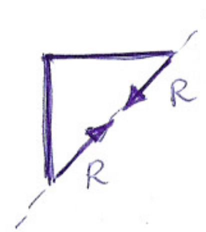
Alle sue estremità agiscono azioni dirette come l'asse della biella (congiungente le cerniere di estremità):

evidenzio in altro modo le RV in A



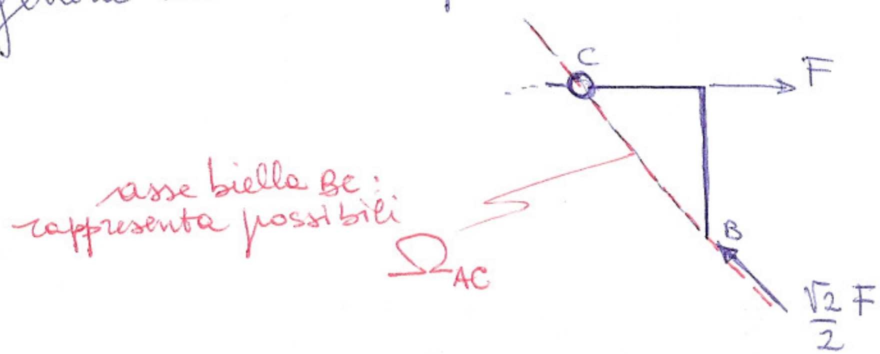

Per l'eq. di equil. alla rotaz. relativa rispetto a C:

$$\sum M_C^{AC} = 0 \rightarrow -S\, l_{AC} + \cancel{R \cdot 0} = 0 \rightarrow S = 0 \,!$$




quindi una biella statica è soggetta solo ad azioni dirette come l'asse della biella stessa.

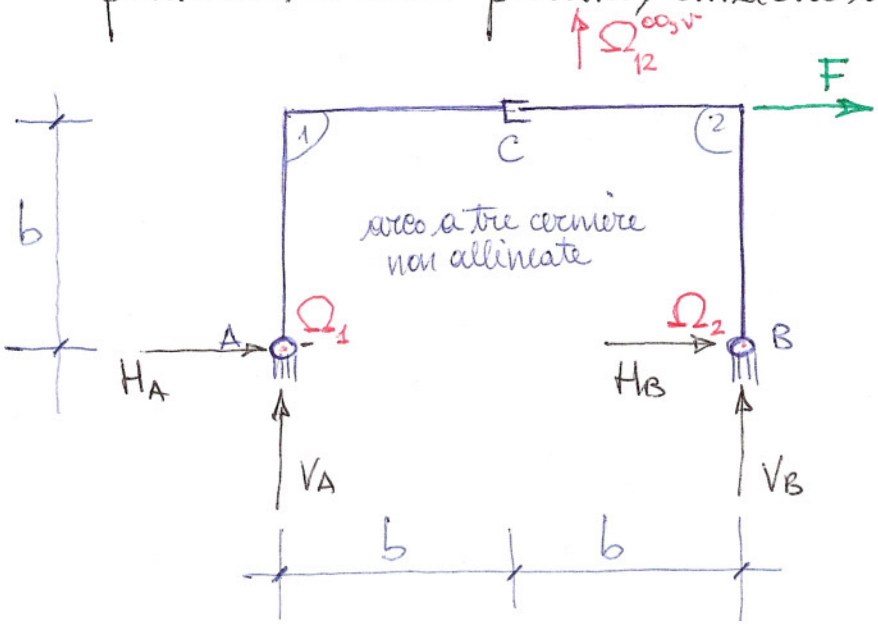
– Nel caso in esame, anche l'asta BC risulta, per caso, essere una biella statica, in quanto il carico presente su di essa passa per C e quindi non genera momento rispetto a C




biella statica solo per questa combinazione di carico (mutando la forza F applicata la $R_B$ non sarebbe più diretta lungo l'asse della biella).

## Variazione sul tema:

poniamo in C un pattino, anzichè una cerniera (in modo da realizzare comunque un arco a tre cerniere non allineate)




**Equazioni di equilibrio:**

- $\sum M_B^{(1+2)} = 0 \Rightarrow -V_A \cdot 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_A = -\frac{F}{2}$
- $\sum M_A^{(1+2)} = 0 \Rightarrow V_B \cdot 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_B = \frac{F}{2}$
- $\sum F_x^{(1)} = 0 \Rightarrow H_A = 0$
- $\sum F_x^{(2)} = 0 \Rightarrow H_B = -F$

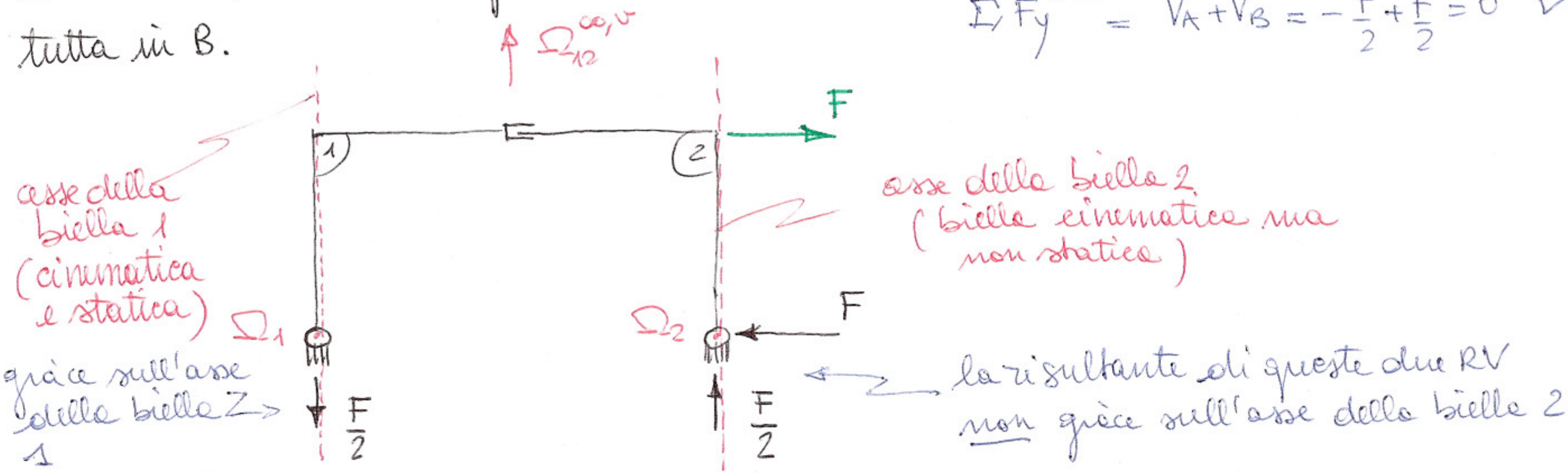
eq.ni di equilibrio relativo

[ Verifica:

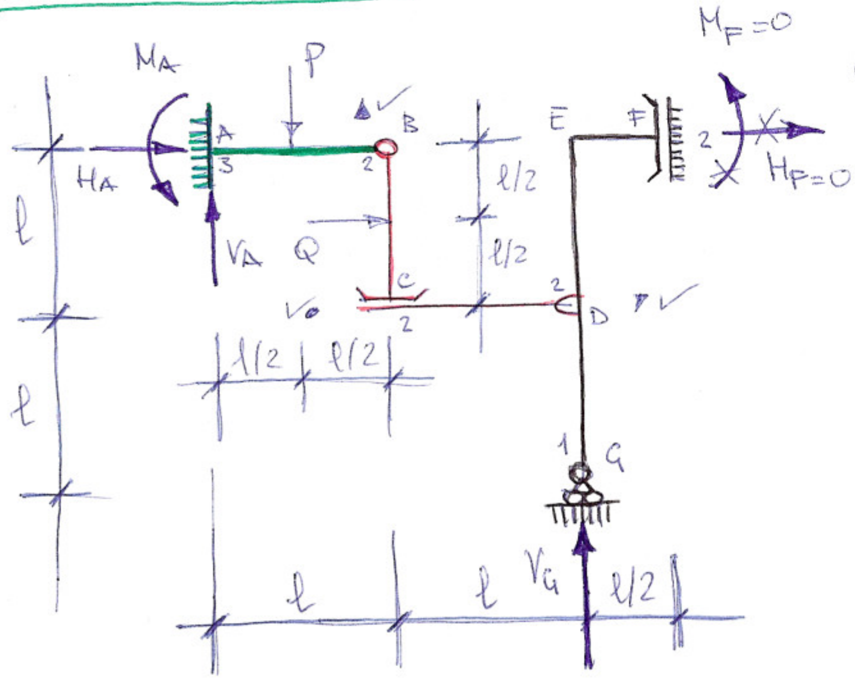
$$\sum F_x^{(1+2)} = H_A + H_B + F = -F + F = 0 \quad \checkmark \text{ ok}$$

$$\sum F_y^{(1+2)} = V_A + V_B = -\frac{F}{2} + \frac{F}{2} = 0 \quad \checkmark \text{ ok}$$ ]

A differenza del caso precedente l'azione orizzontale dovuta alla forza F si scarica tutta in B.



Es.: Sistema articolato




AC

$gdv = 3+2+2+2+2+1 = 12$
$gdl = 3\cdot 4 = 12$ | CN isost. soddisfatta

Sequenza di montaggio:

- asta incastrata AB → cerniera in B a terra
- asta cerniera-carrello GF → cerniera in D a terra
- arco a tre cerniere non allineate BCD

ISOSTATICA

Calcolo delle RV:

- Evidenzio le RV incognite, in numero di 6.

- Scrivo 6 equazioni di equilibrio: 3 assoluto, 3 relativo → le eq.ni di equilibrio sono comandate dai vincoli interni (dagli svincoli in pratica)
L'ordine è arbitrario, scelgo quello più comodo.

$\sum F_x^{CDGF} = 0 \Rightarrow H_F = 0$ (svincolo alla traslaz. oriz. in C)

$\sum M_D^{GDF} = 0 \Rightarrow M_F = 0$ ( " " rotazione in D)

$\sum M_B^{BCDGF} = 0 \Rightarrow V_G = -\frac{Q}{2}$ ( " " " " B)

equaz. di equil. relativo

$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = Q$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = -V_G + P = P + \frac{Q}{2}$

$\sum M_B^{AB} = 0 \Rightarrow M_A = V_A \ell - P\frac{\ell}{2} = P\ell + \frac{Q}{2}\ell - P\frac{\ell}{2} = (P+Q)\frac{\ell}{2}$ ← anche questa di equil. relativo, xchè più comoda. Ma avrei potuto scrivere eq. assoluta.

erizzi@unibg.it