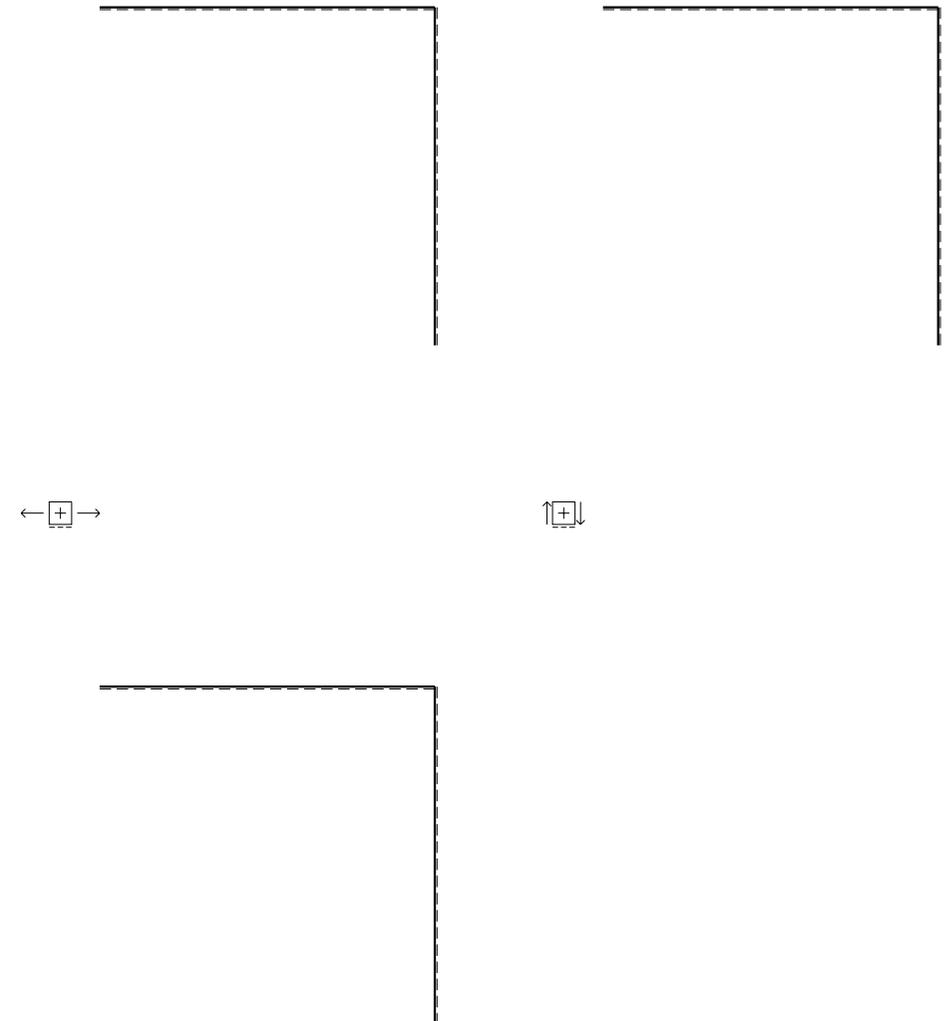
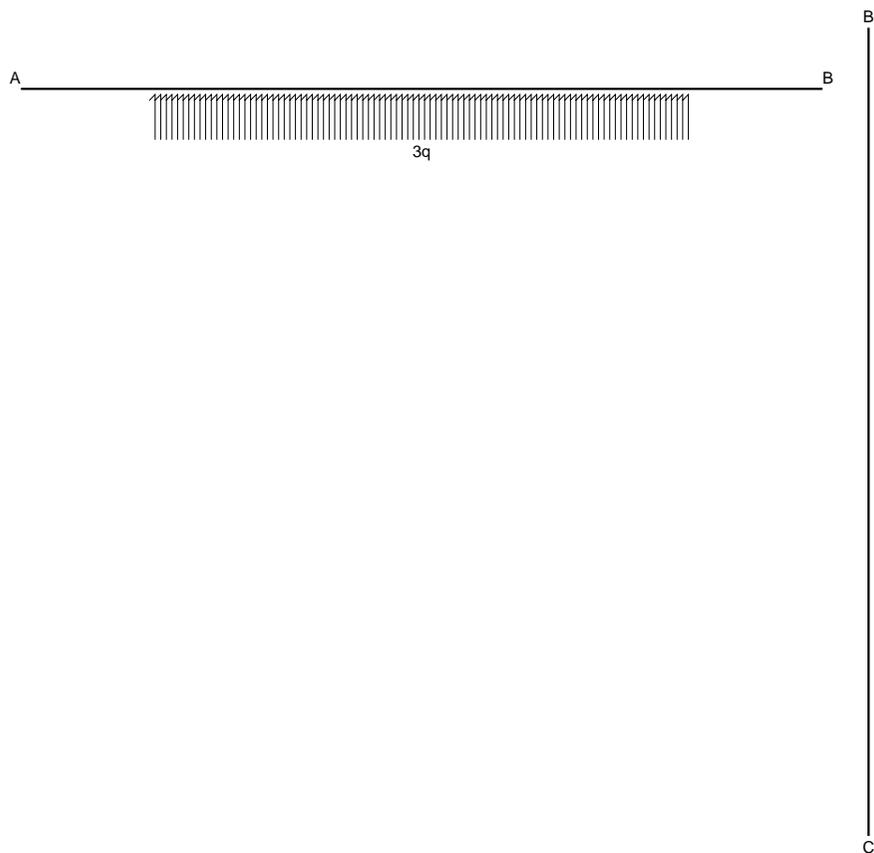


$q_{AB} = 3q = 3F/b$	$k_A = 1/4EJ/b$	$u_{CCB} = ?$
$\epsilon_{CB} = -4\alpha T = -4b^2 F/EJ$	$\varphi_A = ?$	$\varphi_{CCB} = ?$
$\theta_{AB} = 4\theta = 4\alpha T/b = 4bF/EJ$	$V_B = ?$	$EJ_{AB} = 4EJ$
$V_C = \delta = b^3 F/EJ$	$\varphi_B = ?$	$EJ_{CB} = 2EJ$



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Allungamento termico assegnato ϵ su asta CB.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Spostamento verticale assoluto v imposto al nodo C.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CB.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\varphi_A =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

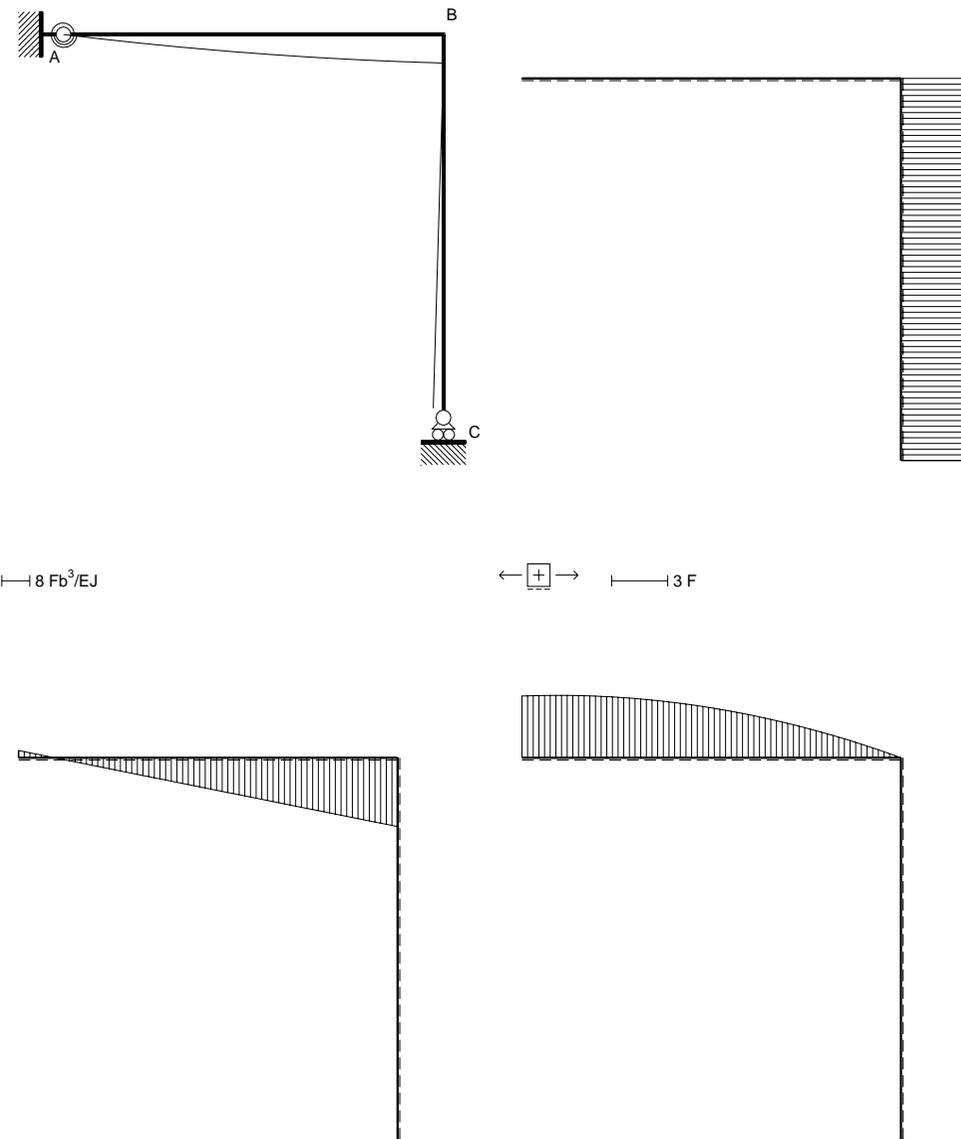
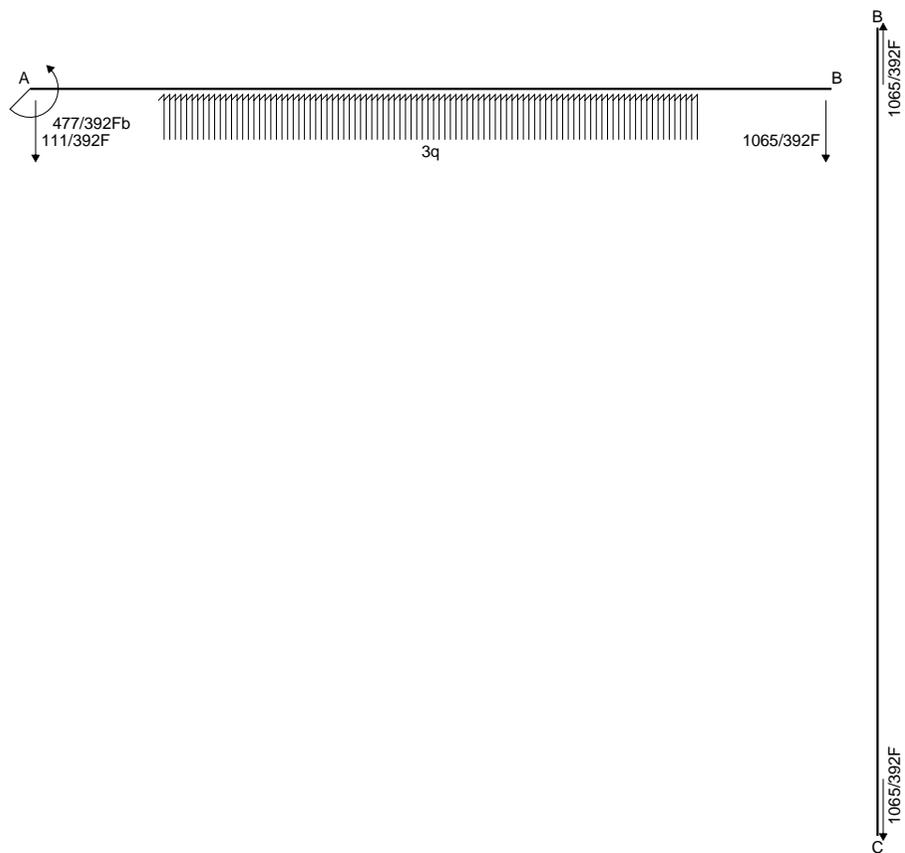
$v_B =$

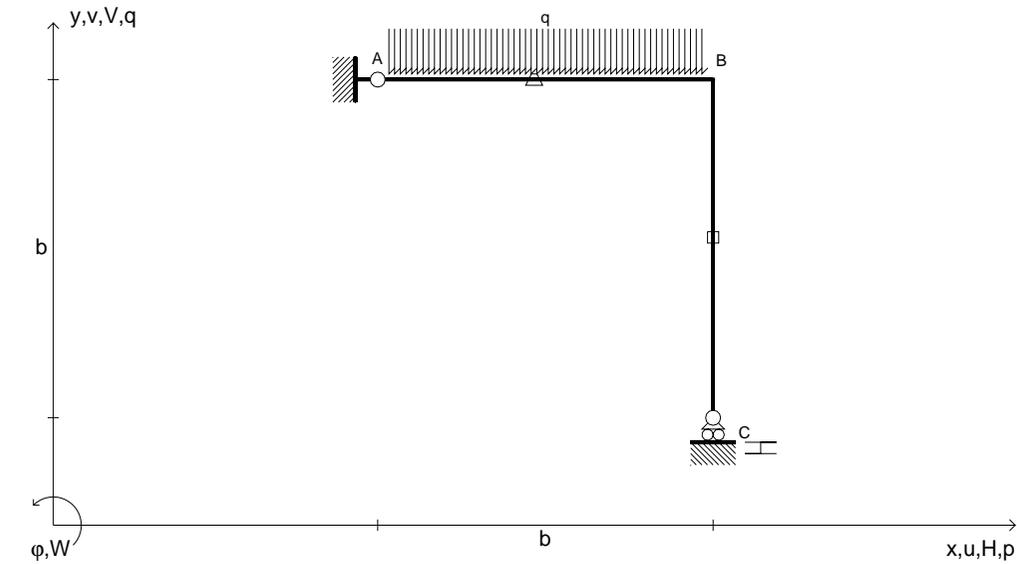
$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

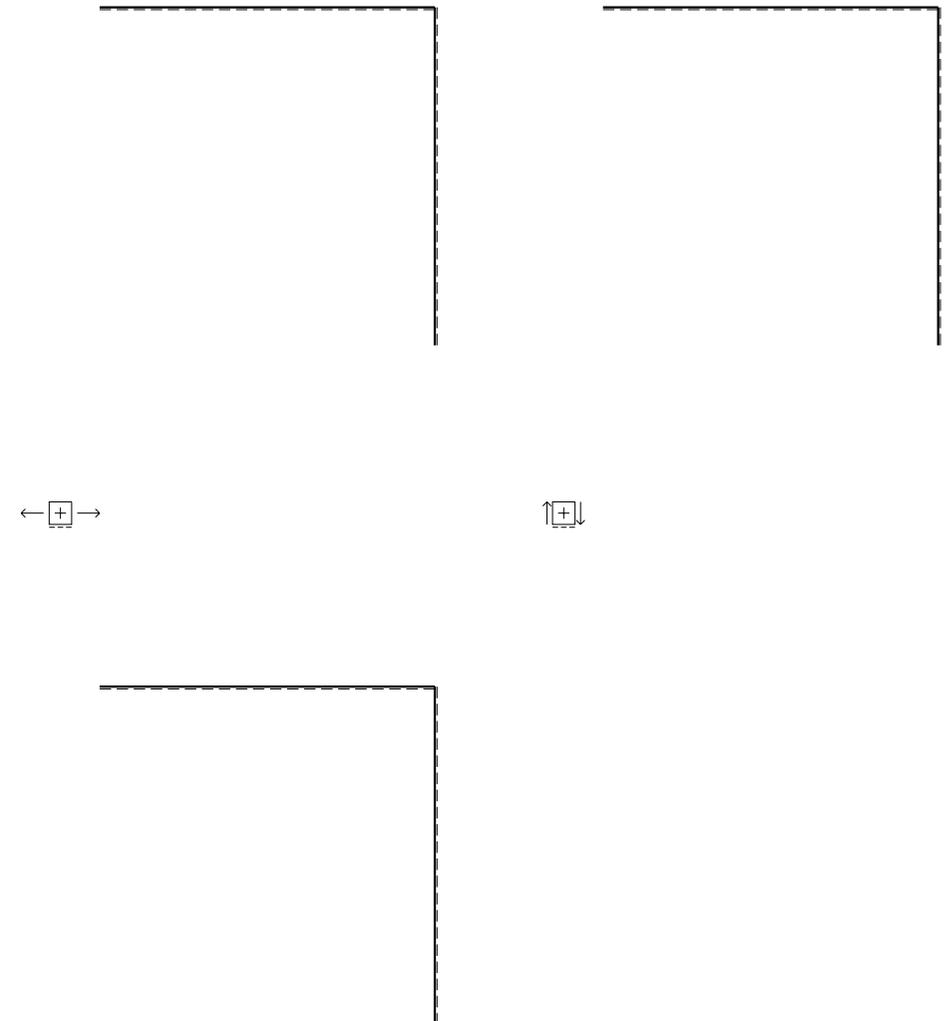
$v_C =$

$\varphi_{CCB} =$

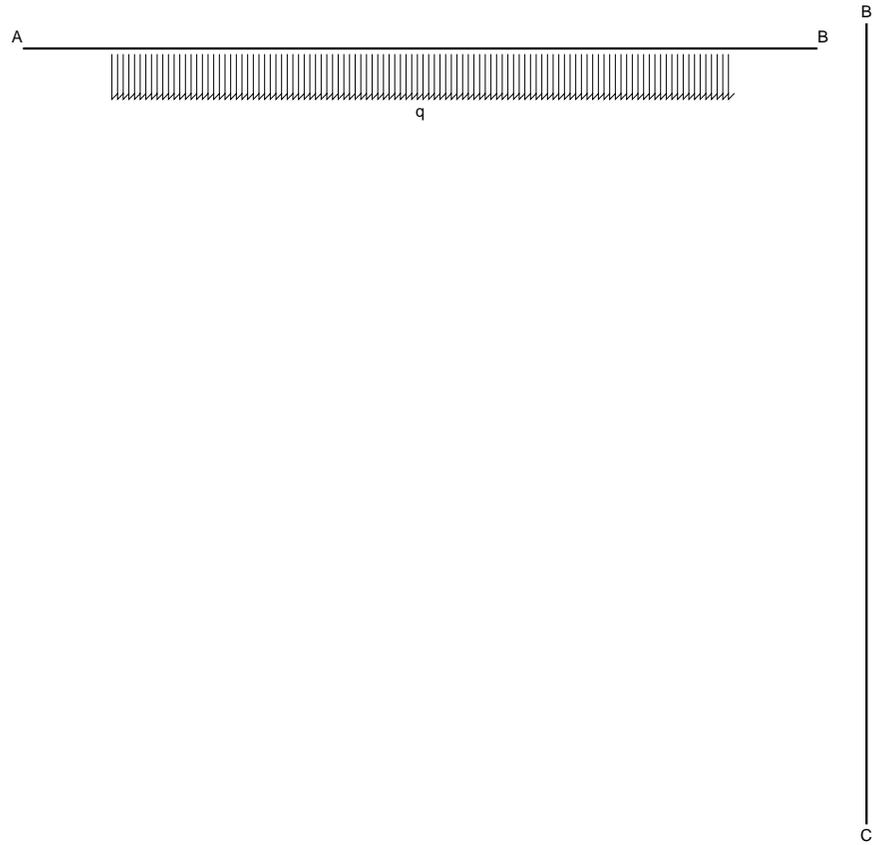




$q_{AB} = -q = -F/b$	$v_C = -\delta = -b^3 F/EJ$	$\phi_B = ?$	$EJ_{AB} = EJ$
$\epsilon_{CB} = \alpha T = b^2 F/EJ$	$\phi_{AAB} = ?$	$u_{CCB} = ?$	$EJ_{CB} = 2EJ$
$\theta_{AB} = \theta = \alpha T/b = bF/EJ$	$v_B = ?$	$\phi_{CCB} = ?$	



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} = x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Allungamento termico assegnato ϵ su asta CB.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Spostamento verticale assoluto v imposto al nodo C.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A su asta AB.
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CB.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\phi_{AAB} =$

$v_B =$

$\phi_B =$

$u_{CCB} =$

$\phi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$u_B =$

$u_{CCB} =$

$v_A =$

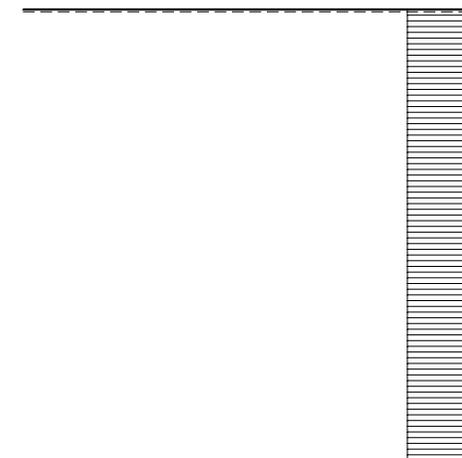
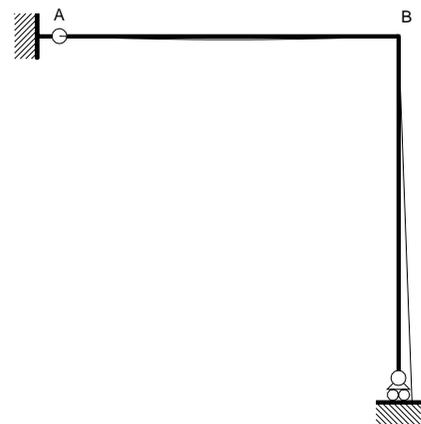
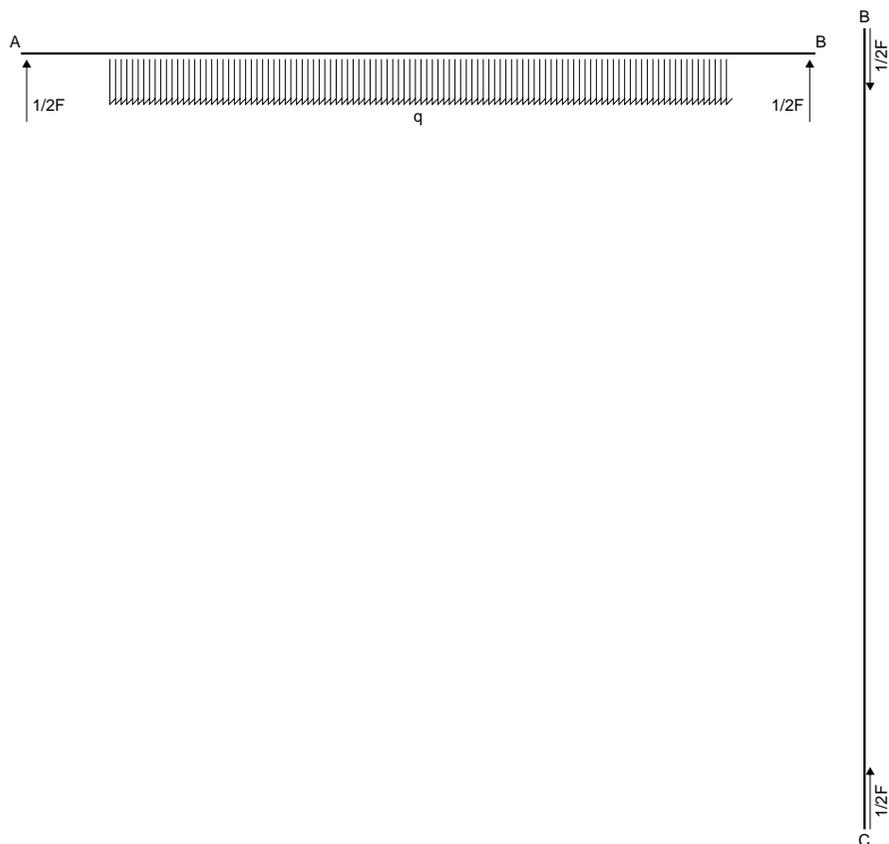
$v_B =$

$v_C =$

$\phi_{AAB} =$

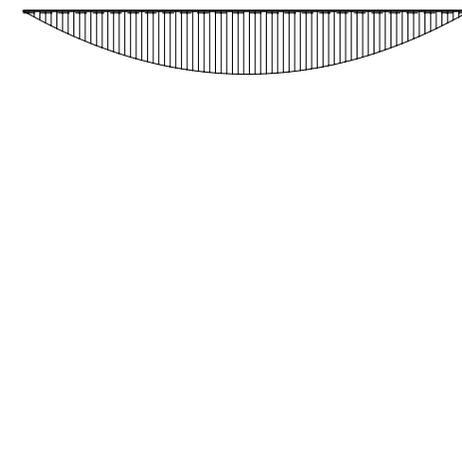
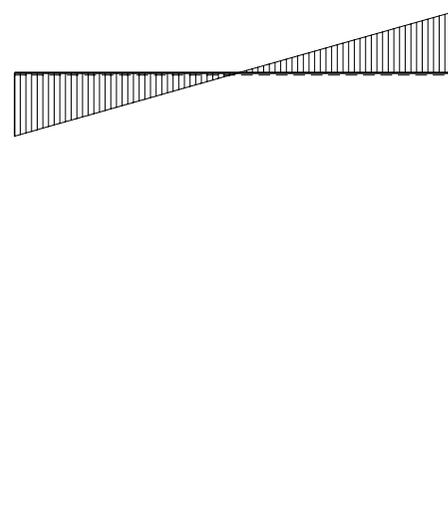
$\phi_B =$

$\phi_{CCB} =$



$\leftarrow 3 Fb^3/EJ$

$\leftarrow \boxed{+} \rightarrow \leftarrow 0.6 F$



$\uparrow \boxed{+} \downarrow \leftarrow 0.6 F$

$\curvearrowright \boxed{+} \curvearrowleft \leftarrow 0.15 Fb$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CB} K_{CB}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(b) - y'_{CB}(b) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) - \alpha T b + \delta = 0$$

$$y_{CB}(b) = 0$$

$$M_{AB} = 1/2 F x - 1/2 q x^2$$

$$E J y'' = 1/2 F x - 1/2 q x^2 + E J \theta$$

$$E J y' = 1/4 F x^2 - 1/6 q x^3 + E J \theta x + E J \varphi_{AB}$$

$$E J y = 1/12 F x^3 - 1/24 q x^4 + 1/2 E J \theta x^2 + E J \varphi_{AB} x + E J K_{AB}$$

$$M_{CB} = 0$$

$$E J y'' = 0$$

$$E J y' = E J \varphi_{CB}$$

$$E J y = E J \varphi_{CB} x + E J K_{CB}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{matrix} y'_{BA} \\ y_{AB} \\ y_{BA} \\ y_{BC} \end{matrix} \begin{bmatrix} \varphi_{AB} b & K_{AB} & \varphi_{CB} b & K_{CB} \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha T b & \delta \\ -1/12 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/24 & 1/2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB} b \\ K_{AB} \\ \varphi_{CB} b \\ K_{CB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13/24 \\ 0 \\ 13/24 \\ -13/24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F b^3/EJ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x) E J = -13/24 x F b^2 + 1/2 x^2 F b + 1/12 x^3 F - 1/24 x^4 q$$

$$BA \ y(x) E J = -13/24 x F b^2 + 1/2 x^2 F b + 1/12 x^3 F - 1/24 x^4 q$$

$$CB \ y(x) E J = -13/24 F b^3 + 13/24 x F b^2$$

$$BC \ y(x) E J = -13/24 x F b^2$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\varphi_{AAB} = -13/24 (F b^2/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = 13/24 (F b^2/EJ)$$

$$u_{CCB} = 13/24 (F b^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = 13/24 (F b^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_{AAB} = -13/24 (F b^2/EJ)$$

$$u_B = 0$$

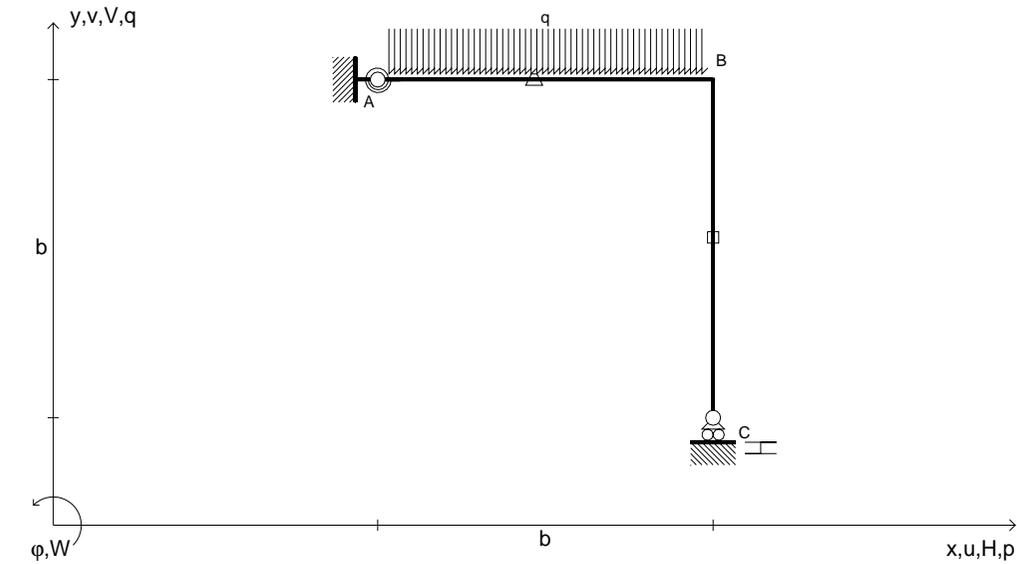
$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = 13/24 (F b^2/EJ)$$

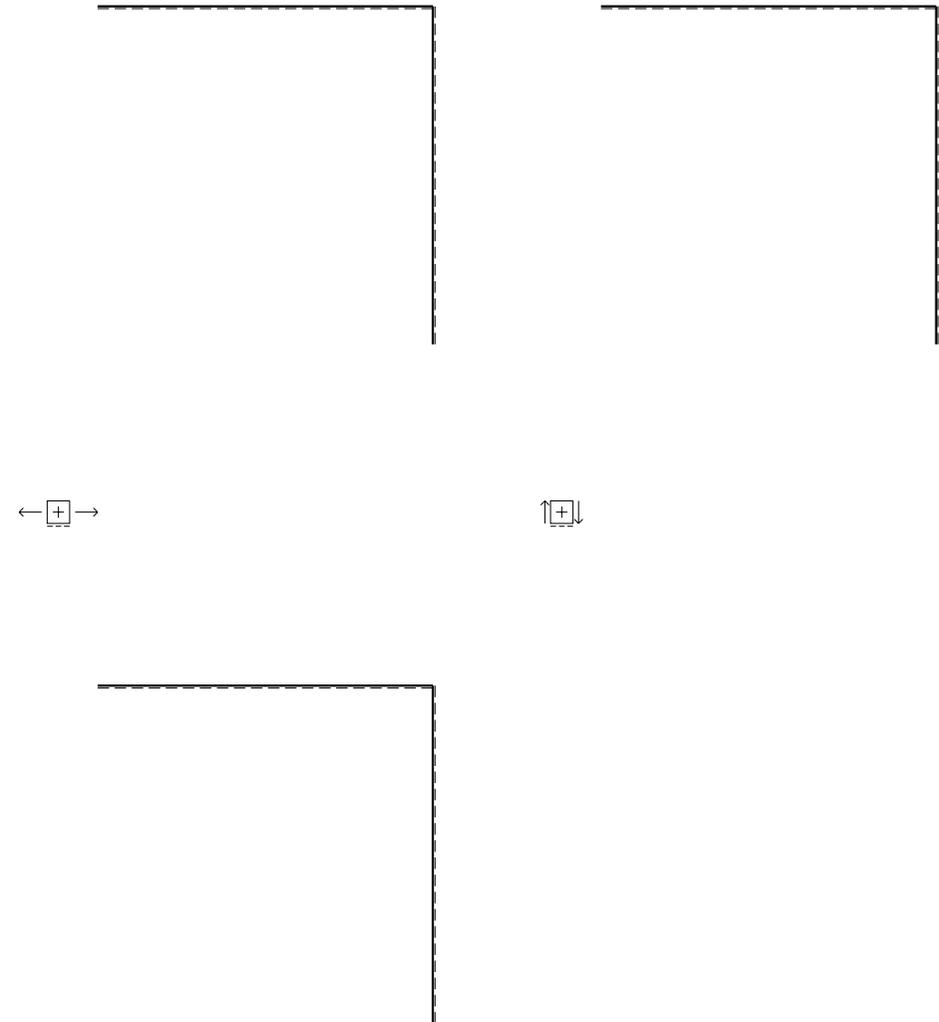
$$u_{CCB} = 13/24 (F b^3/EJ)$$

$$v_C = -(F b^3/EJ)$$

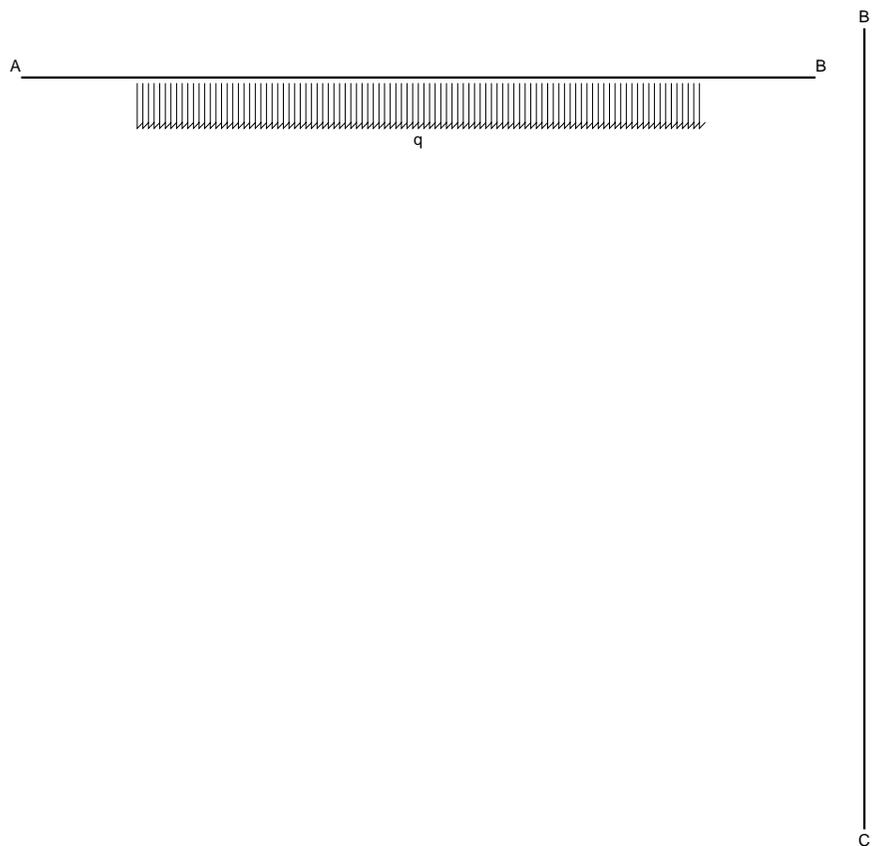
$$\varphi_{CCB} = 13/24 (F b^2/EJ)$$



$q_{AB} = -q = -F/b$	$v_C = -\delta = -b^3 F/EJ$	$v_B = ?$	$\varphi_{CCB} = ?$
$\varepsilon_{CB} = \alpha T = b^2 F/EJ$	$k_A = 1/5EJ/b$	$\varphi_B = ?$	$EJ_{AB} = EJ$
$\theta_{AB} = \theta = \alpha T/b = bF/EJ$	$\varphi_A = ?$	$u_{CCB} = ?$	$EJ_{CB} = 2EJ$



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Allungamento termico assegnato ε su asta CB.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Spostamento verticale assoluto v imposto al nodo C.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CB.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\varphi_A =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$u_B =$

$u_{CCB} =$

$v_A =$

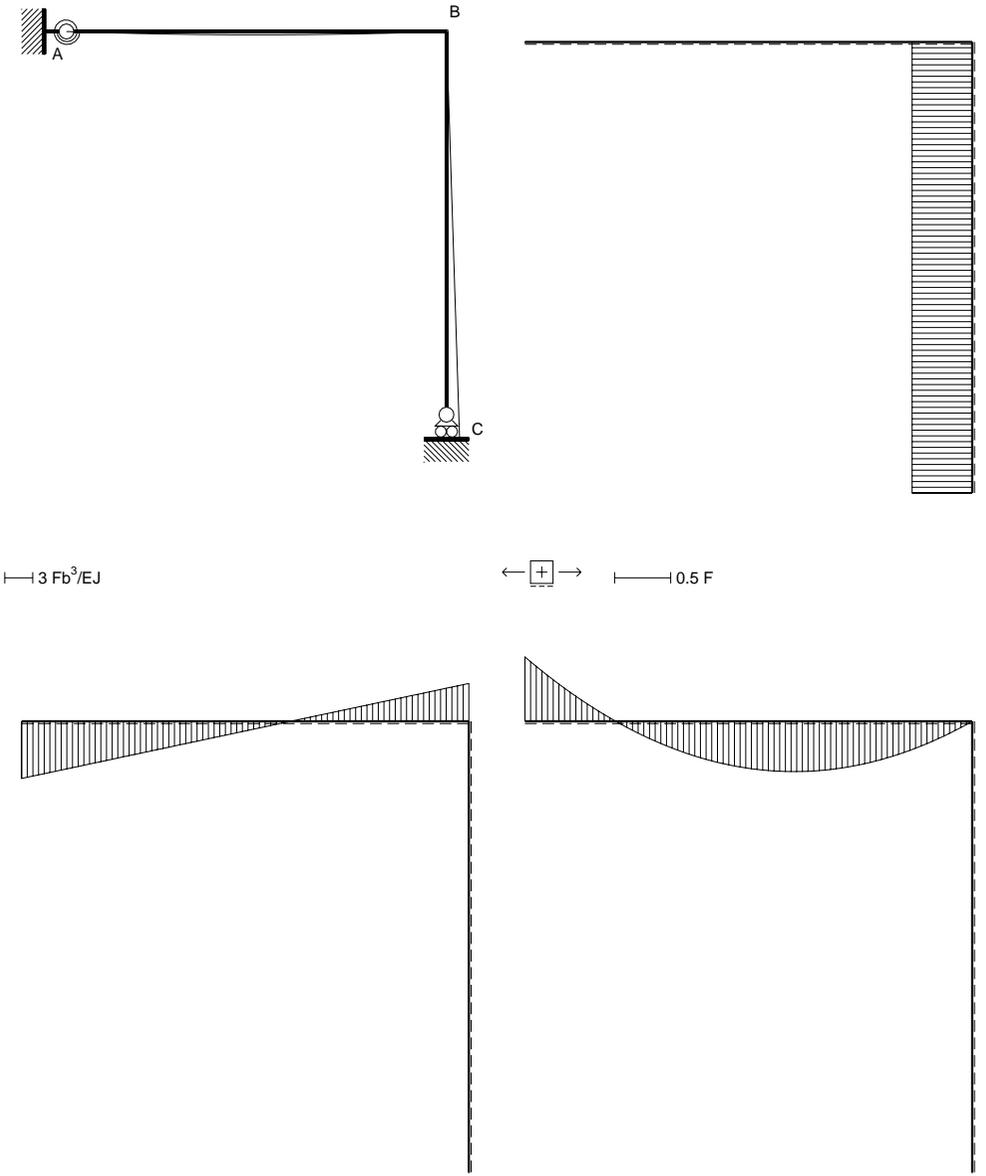
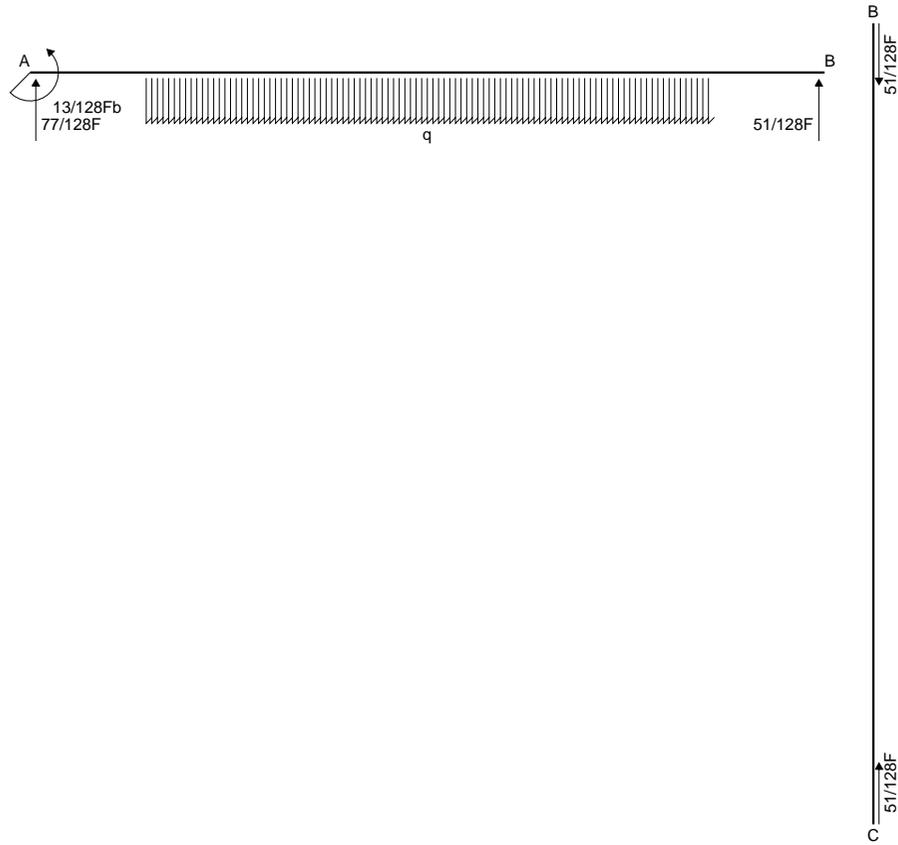
$v_B =$

$v_C =$

$\varphi_A =$

$\varphi_B =$

$\varphi_{CCB} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CB} K_{CB}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) + 5W_A b/EJ = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{CB}(b) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) - \alpha T b + \delta = 0$$

$$y_{CB}(b) = 0$$

$$M_{AB} = 1/2Fx - 1/2qx^2 + Xx/b - X$$

$$EJy'' = 1/2Fx - 1/2qx^2 + EJ\theta + Xx/b - X$$

$$EJy' = 1/4Fx^2 - 1/6qx^3 + EJ\theta x + 1/2Xx^2/b - Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 1/12Fx^3 - 1/24qx^4 + 1/2EJ\theta x^2 + 1/6Xx^3/b - 1/2Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CB} = 0$$

$$EJy'' = 0$$

$$EJy' = EJ\varphi_{CB}$$

$$EJy = EJ\varphi_{CB}x + EJK_{CB}$$

Condizioni al contorno

	$\varphi_{AB}b$	K_{AB}	$\varphi_{CB}b$	K_{CB}	Xb^2/EJ	$[qb^4/EJ$	$\alpha T b$	δ	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$	Soluzione	$\left[\begin{matrix} Fb^3/EJ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$
y'_{AB}	1	0	0	0	5	0	0	0	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$	$\left[\begin{matrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CB}b \\ K_{AB} \\ Xb^2/EJ \\ K_{CB} \end{matrix} \right]$	$\left[\begin{matrix} -65/128 \\ 403/768 \\ 0 \\ 13/128 \\ -403/768 \end{matrix} \right]$
y'_{BA}	1	0	-1	0	-1/2	-1/12	-1	0	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$		
y_{AB}	0	1	0	0	0	0	0	0	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$		
y_{BA}	1	1	0	0	-1/3	-1/24	1/2	-1	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$		
y_{BC}	0	0	1	1	0	0	0	0	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$		

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = -65/128x F b^2 + 115/256x^2 F b + 77/768x^3 F - 1/24x^4 q$$

$$BA \ y(x)EJ = -403/768x F b^2 + 1/2x^2 F b + 17/256x^3 F - 1/24x^4 q$$

$$CB \ y(x)EJ = -403/768 F b^3 + 403/768x F b^2$$

$$BC \ y(x)EJ = -403/768x F b^2$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\varphi_A = -65/128(Fb^2/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = 403/768(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCB} = 403/768(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = 403/768(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = -65/128(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 0$$

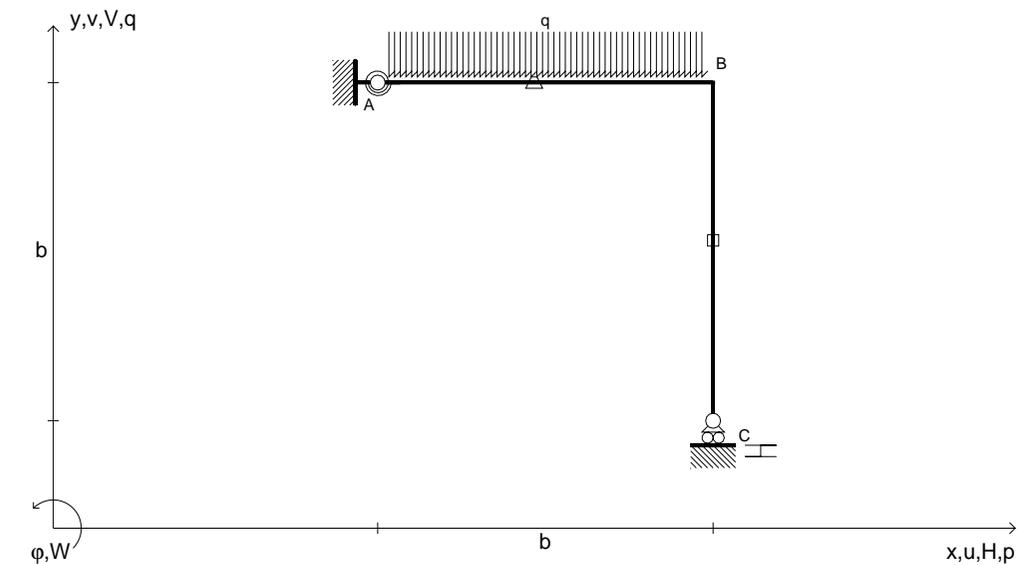
$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = 403/768(Fb^2/EJ)$$

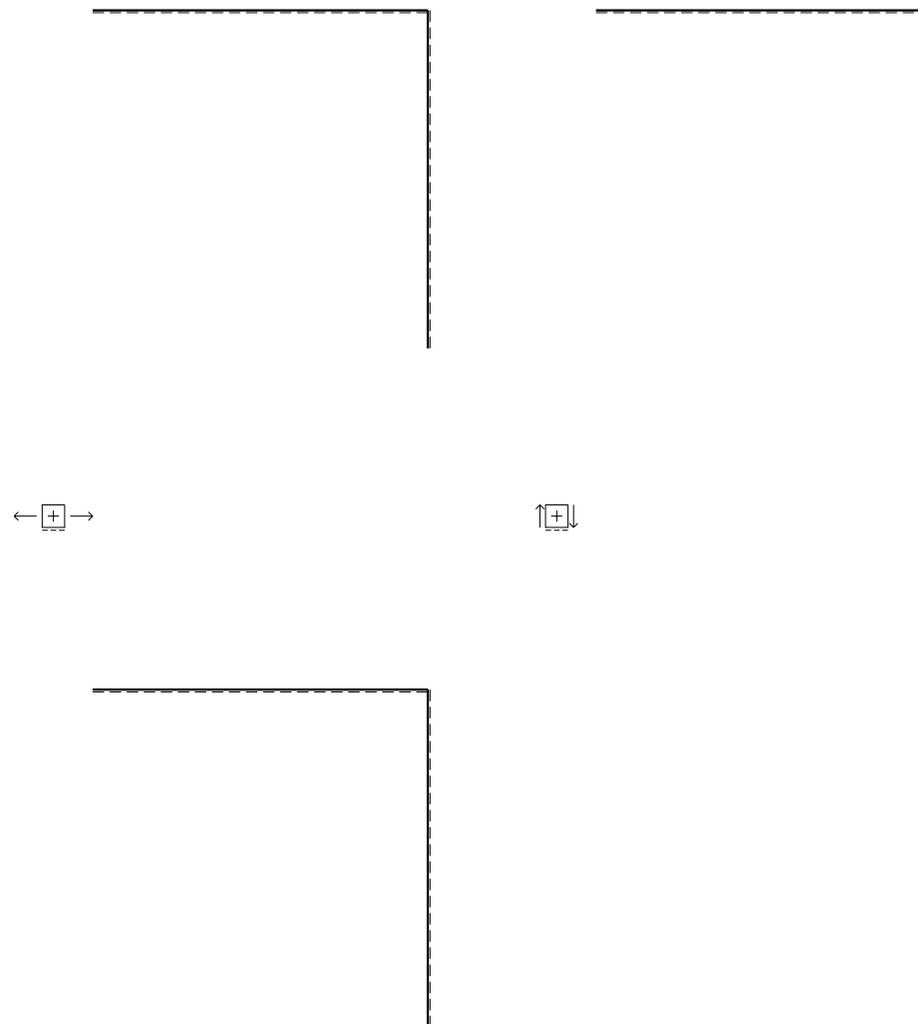
$$u_{CCB} = 403/768(Fb^3/EJ)$$

$$v_C = -(Fb^3/EJ)$$

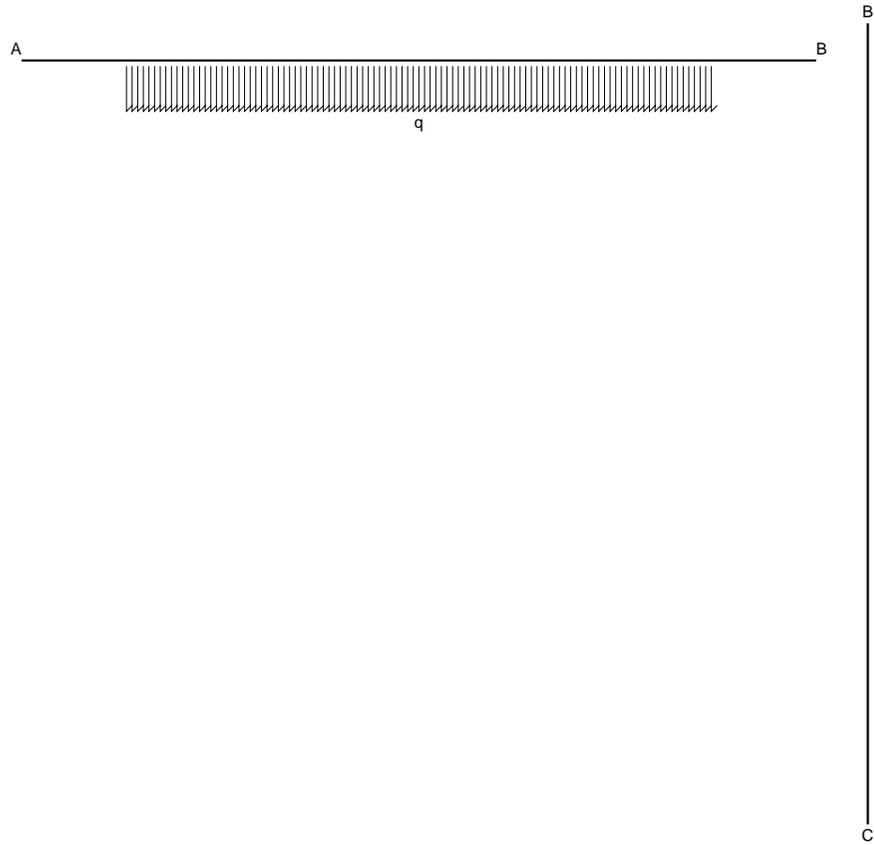
$$\varphi_{CCB} = 403/768(Fb^2/EJ)$$



$q_{AB} = -q = -F/b$	$v_C = -\delta = -b^3 F/EJ$	$v_B = ?$	$\varphi_{CCB} = ?$
$\varepsilon_{CB} = \alpha T = b^2 F/EJ$	$k_A = EJ/b$	$\varphi_B = ?$	$EJ_{AB} = EJ$
$\theta_{AB} = \theta = \alpha T/b = bF/EJ$	$\varphi_A = ?$	$u_{CCB} = ?$	$EJ_{CB} = 2EJ$



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Allungamento termico assegnato ε su asta CB.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Spostamento verticale assoluto v imposto al nodo C.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CB.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\varphi_A =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$u_B =$

$u_{CCB} =$

$v_A =$

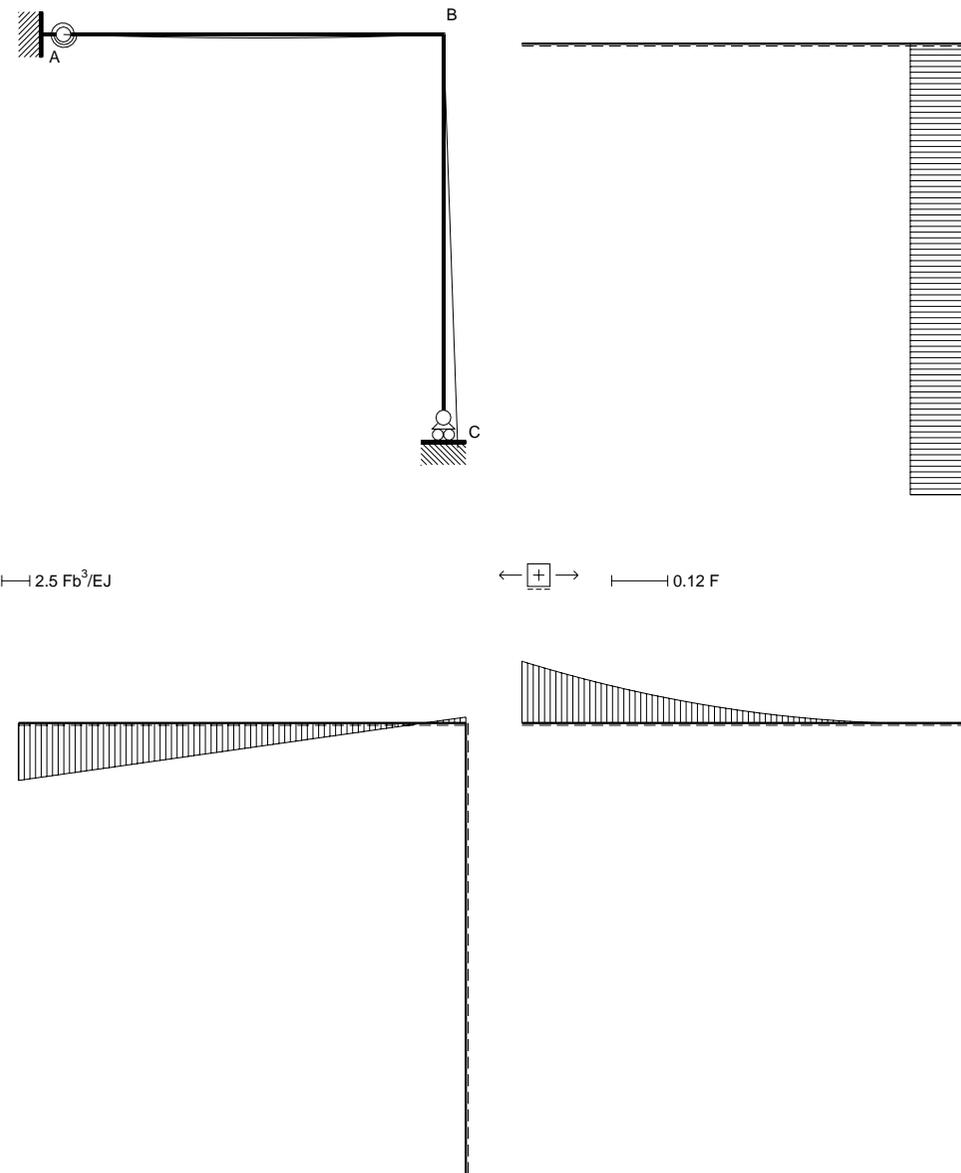
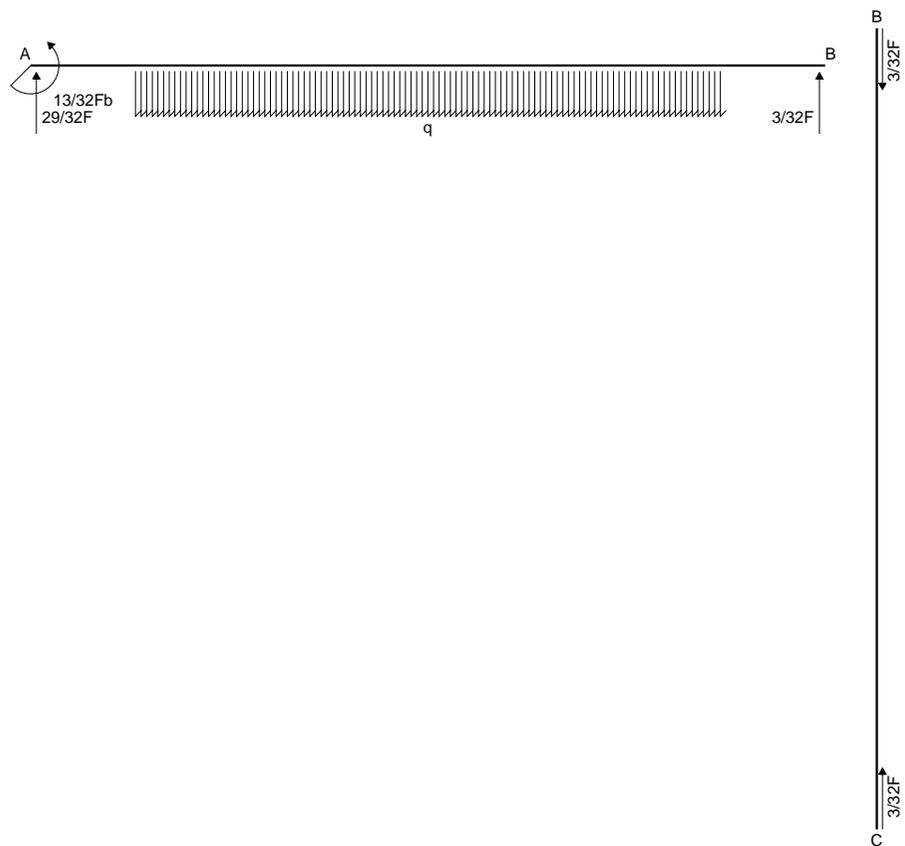
$v_B =$

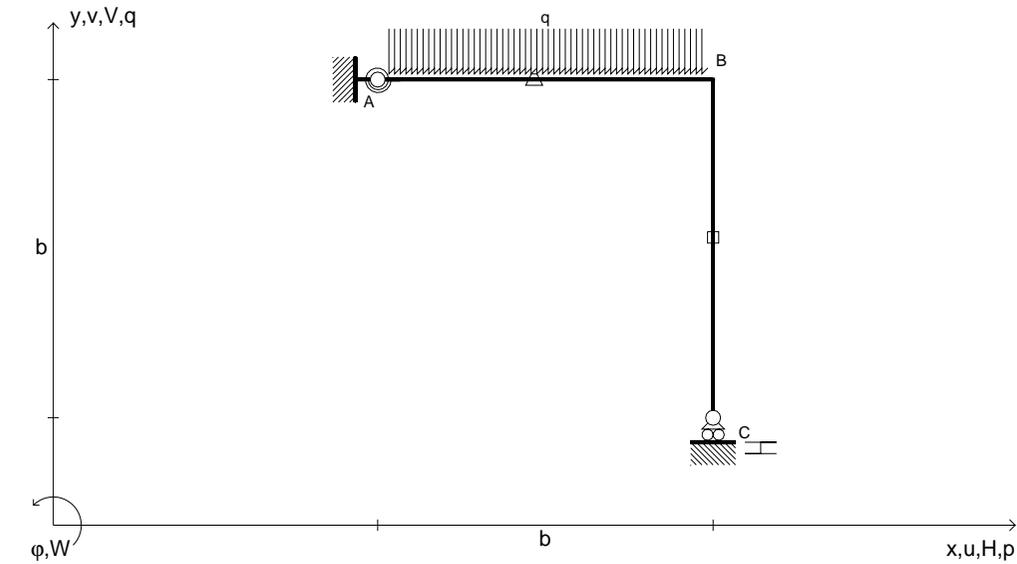
$v_C =$

$\varphi_A =$

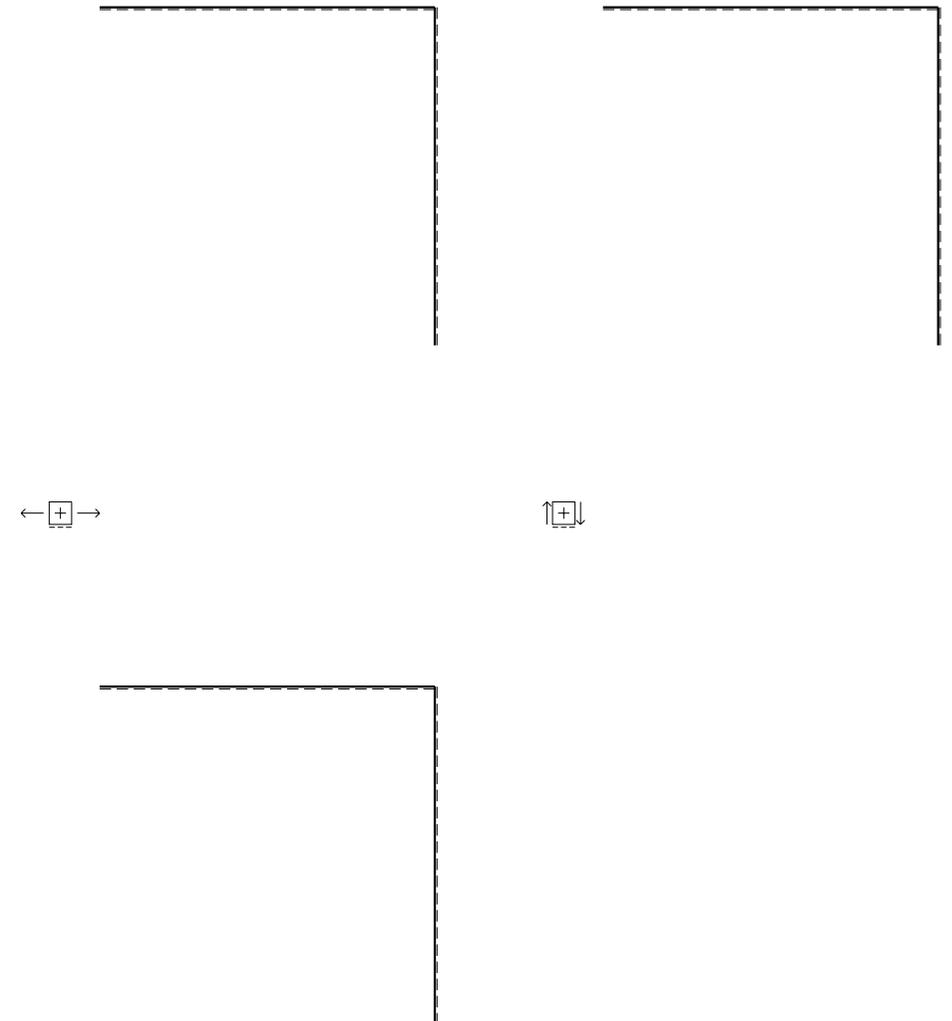
$\varphi_B =$

$\varphi_{CCB} =$

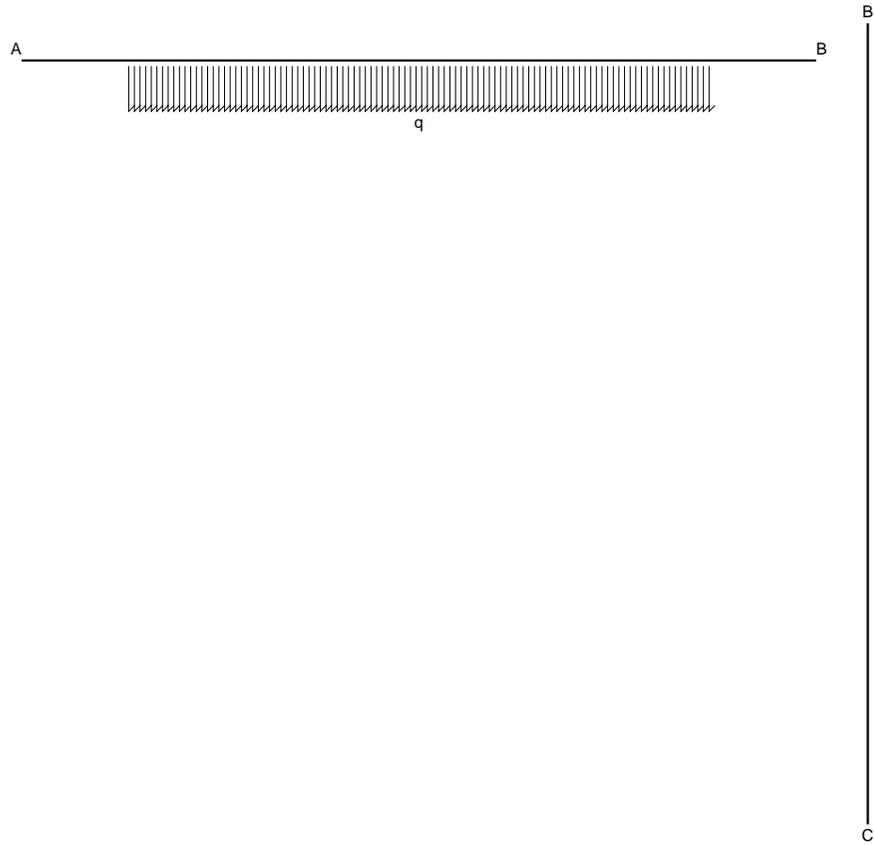




$q_{AB} = -q = -F/b$	$v_C = -\delta = -b^3 F/EJ$	$v_B = ?$	$\varphi_{CCB} = ?$
$\varepsilon_{CB} = \alpha T = b^2 F/EJ$	$k_A = 5EJ/b$	$\varphi_B = ?$	$EJ_{AB} = EJ$
$\theta_{AB} = \theta = \alpha T/b = bF/EJ$	$\varphi_A = ?$	$u_{CCB} = ?$	$EJ_{CB} = 2EJ$



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Allungamento termico assegnato ε su asta CB.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Spostamento verticale assoluto v imposto al nodo C.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CB.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\varphi_A =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$u_B =$

$u_{CCB} =$

$v_A =$

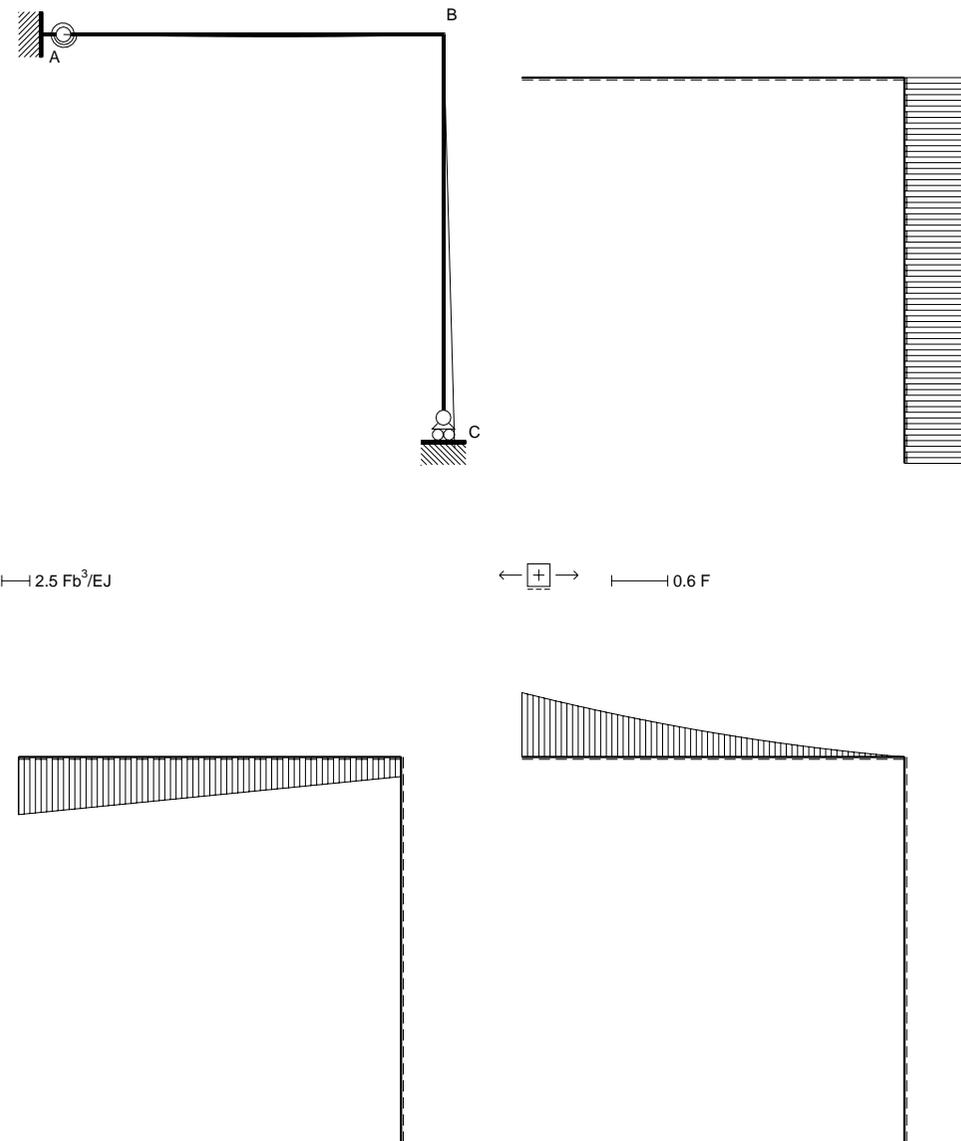
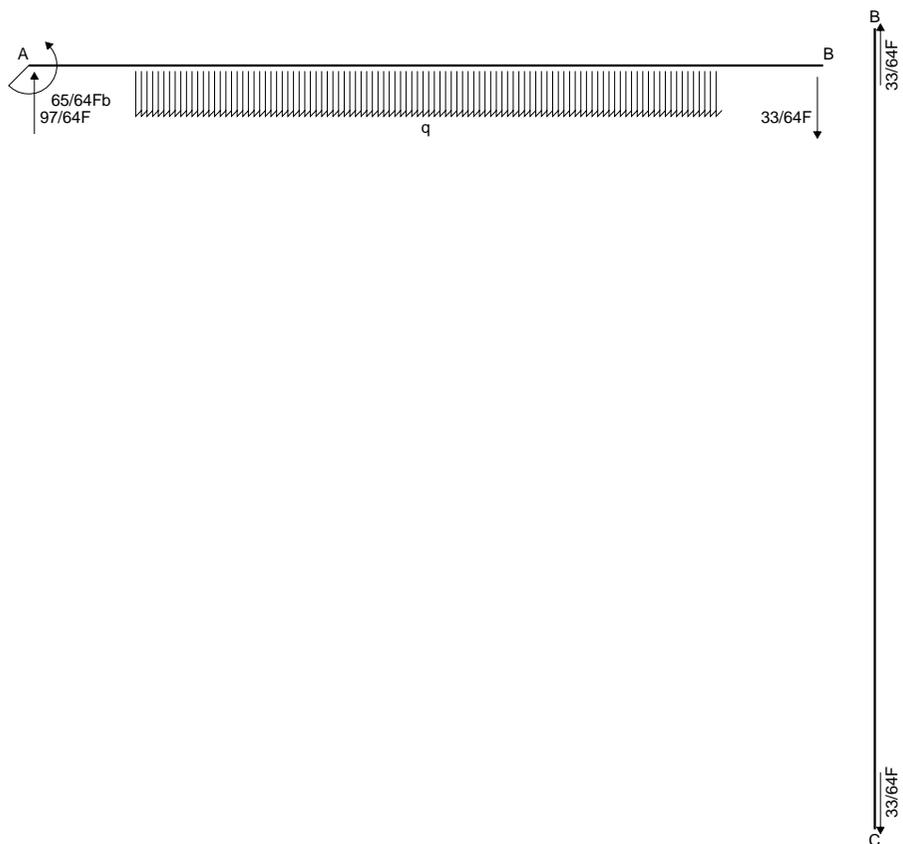
$v_B =$

$v_C =$

$\varphi_A =$

$\varphi_B =$

$\varphi_{CCB} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CB} K_{CB}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) + 1/5W_A b/EJ = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{CB}(b) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) - \alpha Tb + \delta = 0$$

$$y_{CB}(b) = 0$$

$$M_{AB} = 1/2Fx - 1/2qx^2 + Xx/b - X$$

$$EJy'' = 1/2Fx - 1/2qx^2 + EJ\theta + Xx/b - X$$

$$EJy' = 1/4Fx^2 - 1/6qx^3 + EJ\theta x + 1/2Xx^2/b - Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 1/12Fx^3 - 1/24qx^4 + 1/2EJ\theta x^2 + 1/6Xx^3/b - 1/2Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CB} = 0$$

$$EJy'' = 0$$

$$EJy' = EJ\varphi_{CB}$$

$$EJy = EJ\varphi_{CB}x + EJK_{CB}$$

Condizioni al contorno

											Soluzione
											$[Fb^3/EJ]$
y'_{AB}	$\varphi_{AB}b$	K_{AB}	$\varphi_{CB}b$	K_{CB}	Xb^2/EJ	$[qb^4/EJ$	αTb	δ	$]$	$\left[\begin{matrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CB}b \\ K_{AB} \\ Xb^2/EJ \\ K_{CB} \end{matrix} \right]$	$\left[\begin{matrix} -13/64 \\ 143/384 \\ 0 \\ 65/64 \\ -143/384 \end{matrix} \right]$
y'_{BA}	1	0	-1	0	-1/2	-1/12	-1	0			
y_{AB}	0	1	0	0	0	0	0	0			
y_{BA}	1	1	0	0	-1/3	-1/24	1/2	-1			
y_{BC}	0	0	1	1	0	0	0	0			

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = -13/64xFb^2 - 1/128x^2Fb + 97/384x^3F - 1/24x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = -143/384xFb^2 + 1/2x^2Fb - 11/128x^3F - 1/24x^4q$$

$$CB \ y(x)EJ = -143/384Fb^3 + 143/384xFb^2$$

$$BC \ y(x)EJ = -143/384xFb^2$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\varphi_A = -13/64(Fb^2/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = 143/384(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCB} = 143/384(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = 143/384(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = -13/64(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 0$$

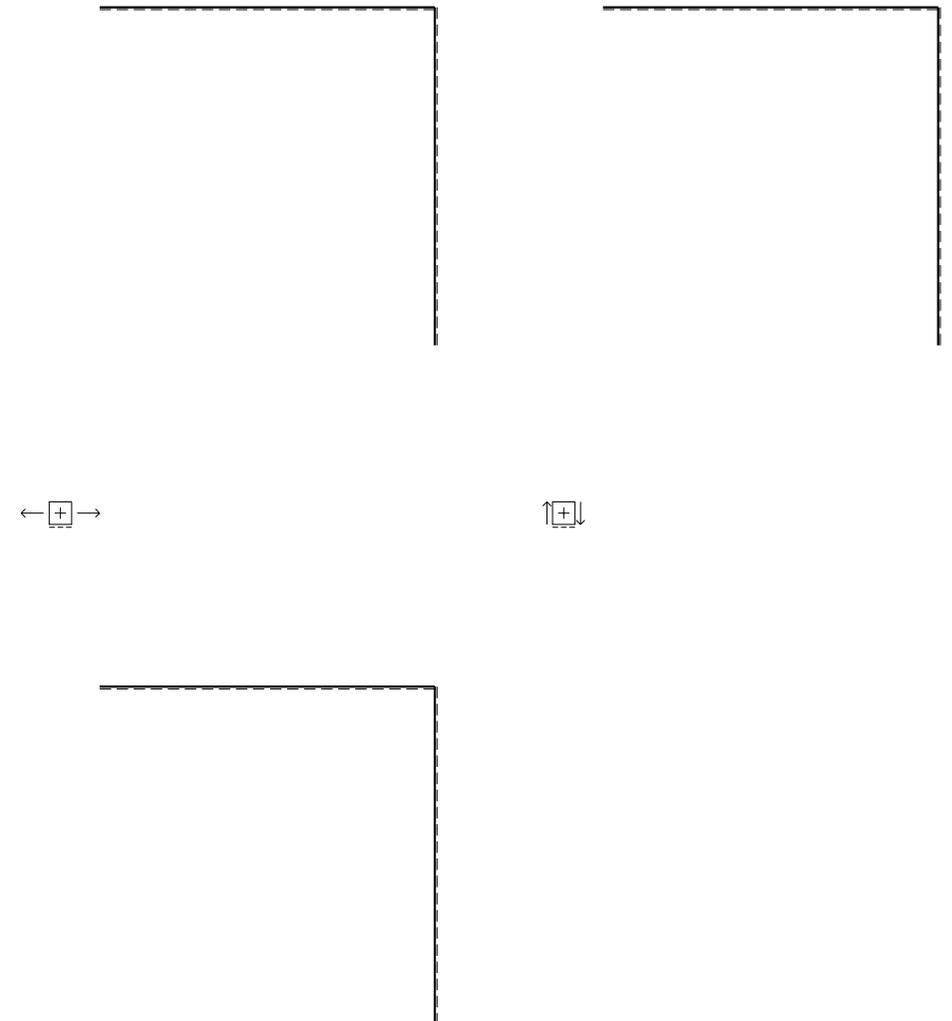
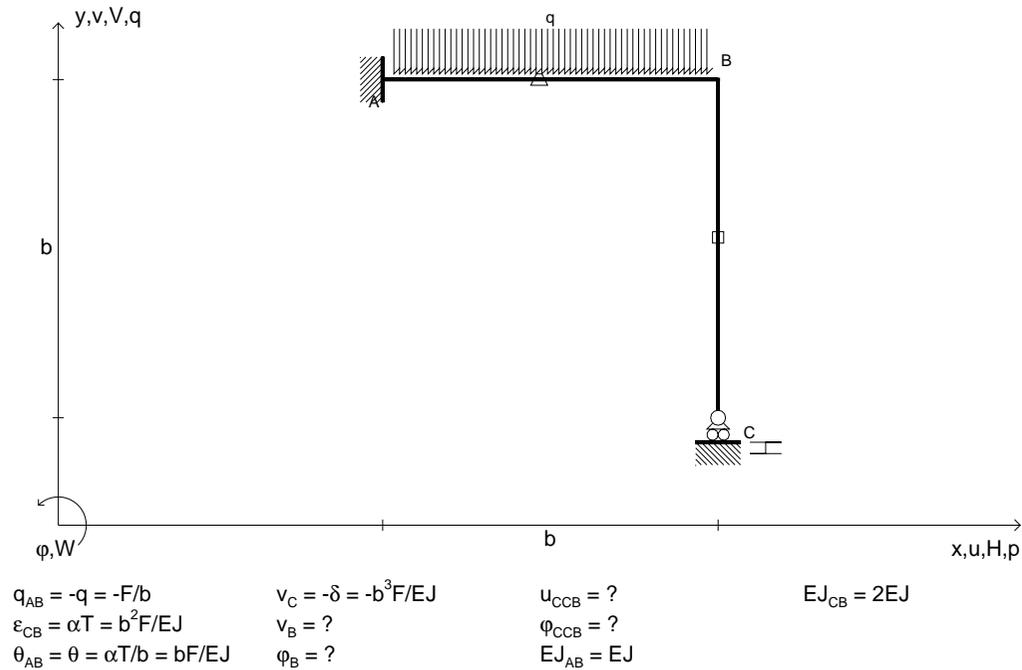
$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = 143/384(Fb^2/EJ)$$

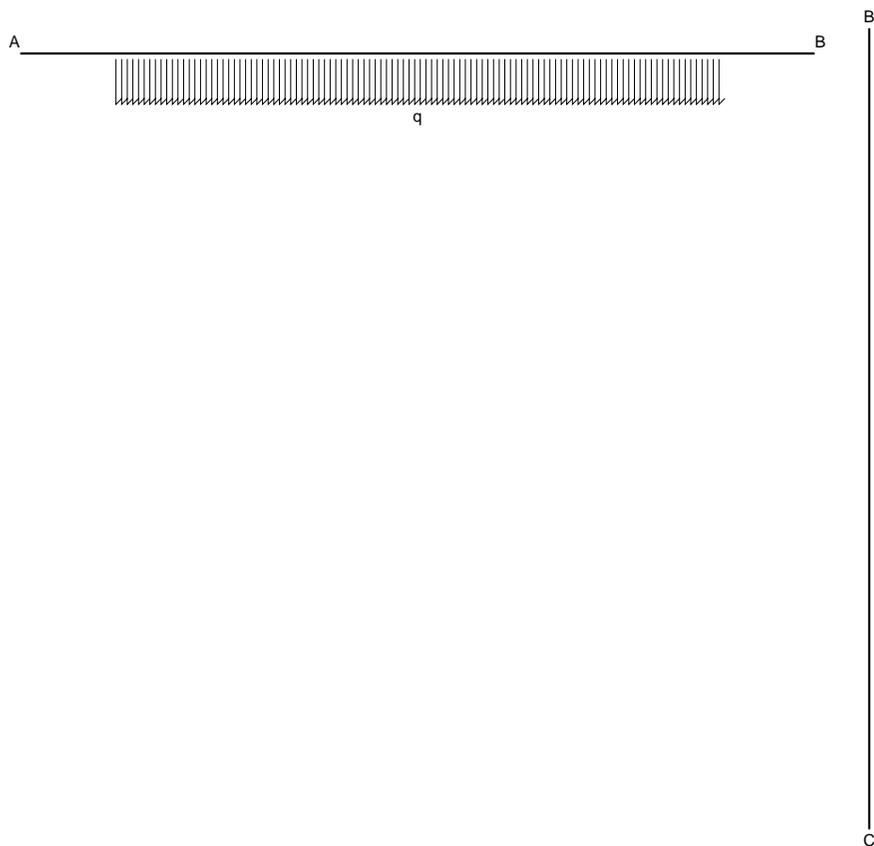
$$u_{CCB} = 143/384(Fb^3/EJ)$$

$$v_C = -(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = 143/384(Fb^2/EJ)$$



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} = x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Allungamento termico assegnato ϵ su asta CB.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Spostamento verticale assoluto v imposto al nodo C.
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CB.
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$u_B =$

$u_{CCB} =$

$v_A =$

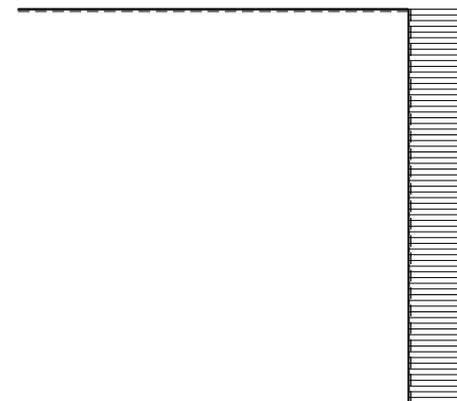
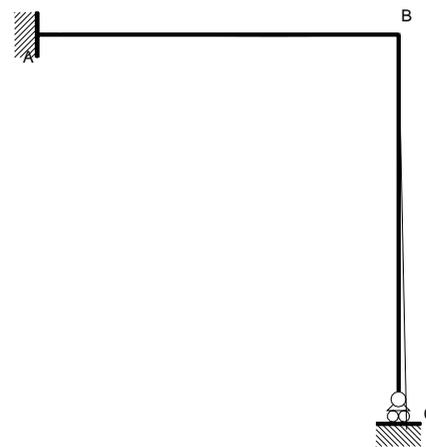
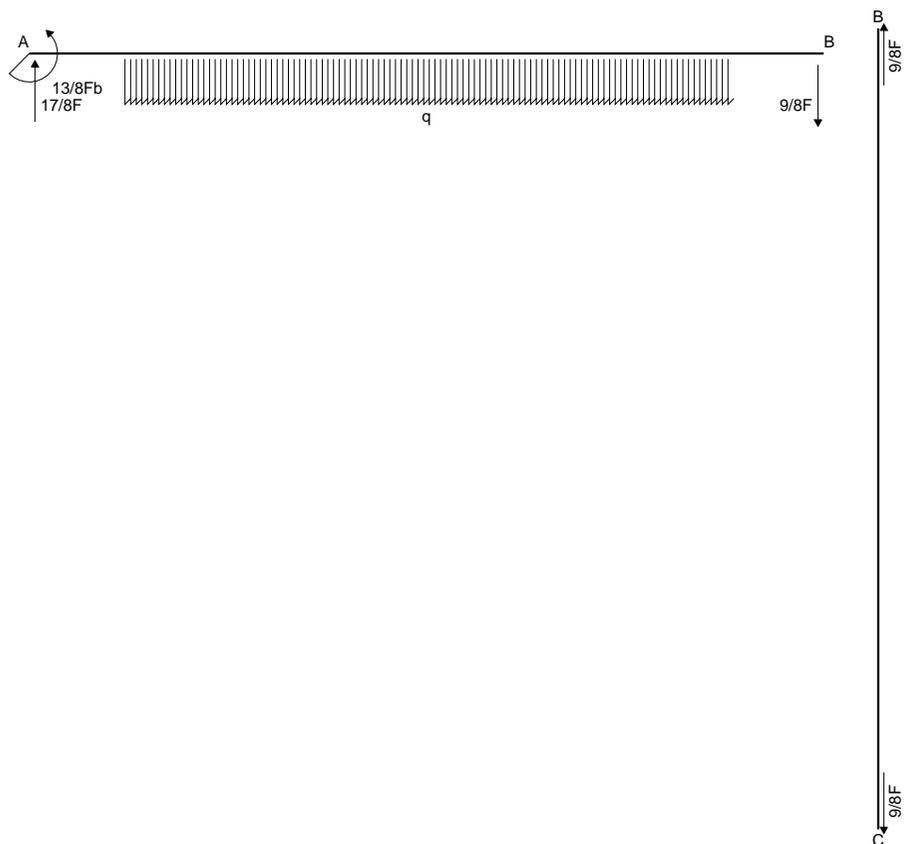
$v_B =$

$v_C =$

$\varphi_A =$

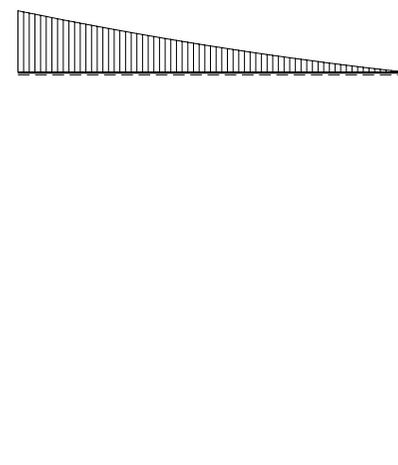
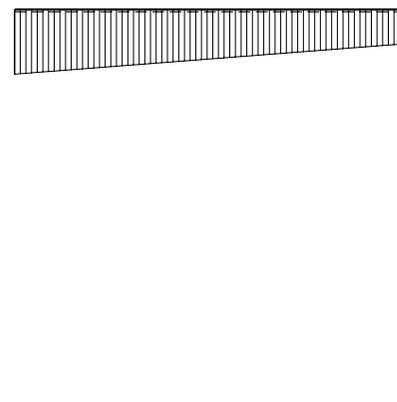
$\varphi_B =$

$\varphi_{CCB} =$



$\leftarrow 2.5 Fb^3/EJ$

$\leftarrow \boxed{+} \rightarrow \quad \leftarrow 1.5 F$



$\uparrow \boxed{+} \downarrow \quad \leftarrow 2.5 F$

$\curvearrowright \boxed{+} \curvearrowleft \quad \leftarrow 2 Fb$

