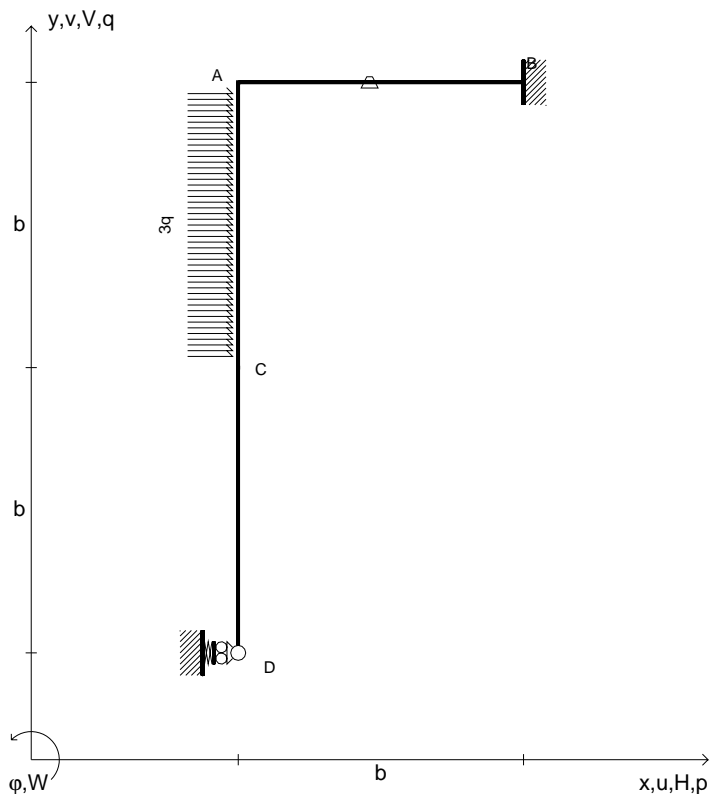


$$\begin{aligned}
 p_{AC} &= 3q = 3F/b \\
 \theta_{AB} &= 3\theta = 3\alpha T/b = 3bF/EJ \\
 k_D &= 4EJ/b^3 \\
 V_A &=? \\
 \phi_A &=? \\
 V_C &=? \\
 u_C &=? \\
 \phi_C &=? \\
 V_{DDC} &=? \\
 u_D &=? \\
 \phi_{DDC} &=? \\
 EJ_{AB} &= 1/2EJ \\
 EJ_{CD} &= 2/3EJ \\
 EJ_{AC} &= 3/4EJ
 \end{aligned}$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.

Calcolare lo spostamento verticale del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

Calcolare lo spostamento verticale del nodo C

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C

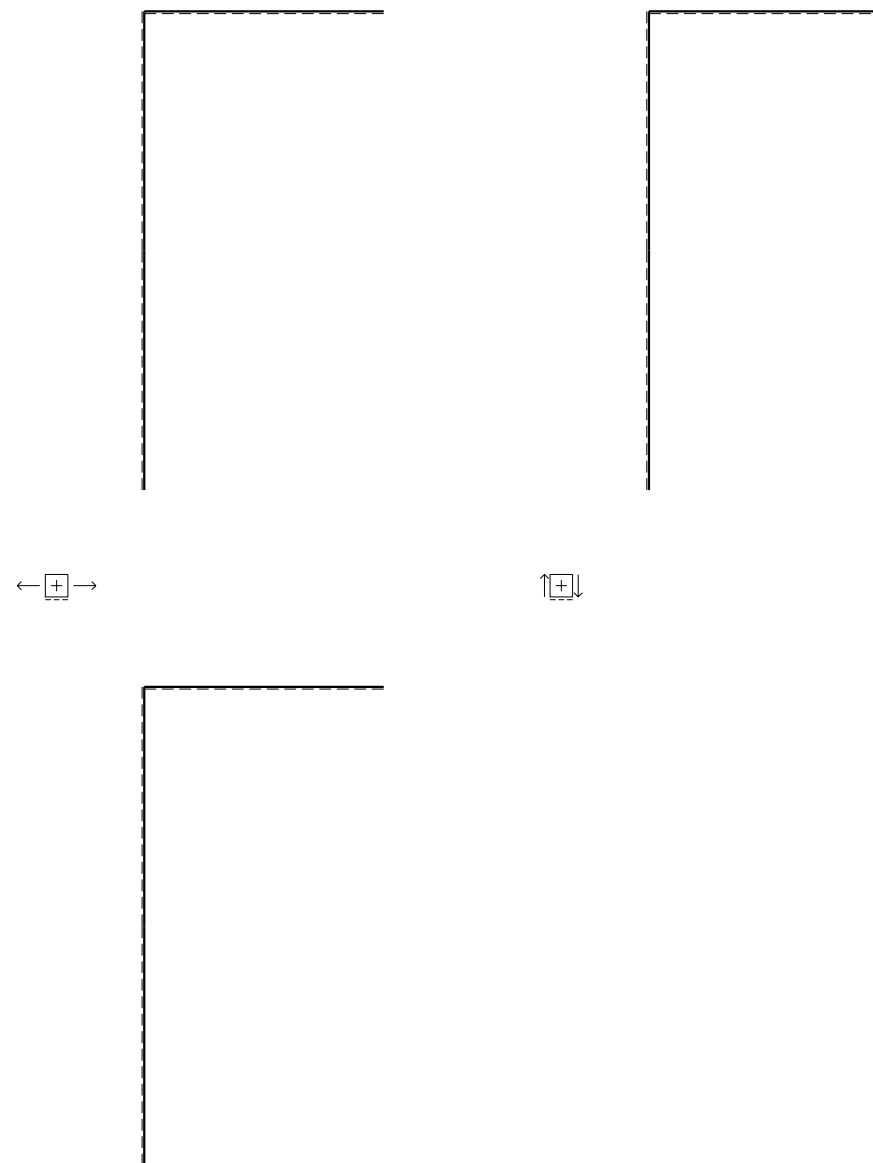
Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

Calcolare lo spostamento verticale del nodo D su asta DC.

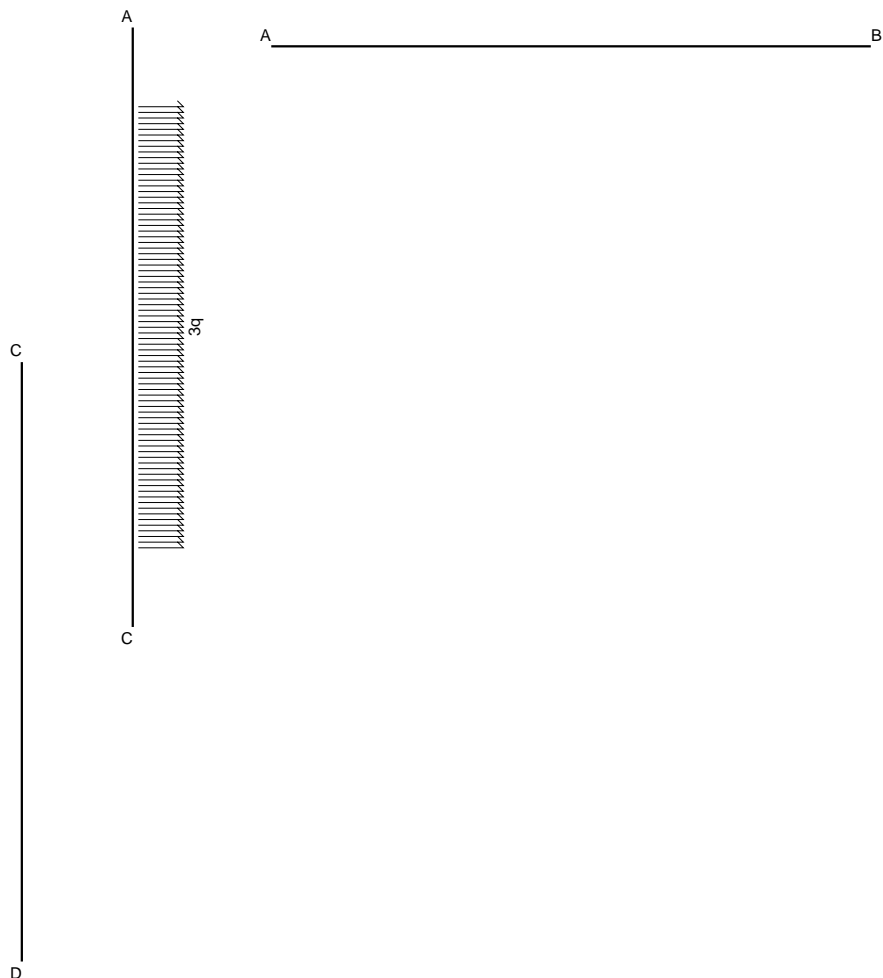
Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D

Calcolare la rotazione assoluta del nodo D su asta DC.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

AC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_A =$

$\phi_A =$

$v_C =$

$u_C =$

$\phi_C =$

$v_{DDC} =$

$u_D =$

$\phi_{DDC} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\phi_A =$

$u_B =$

$v_B =$

$\phi_B =$

$u_C =$

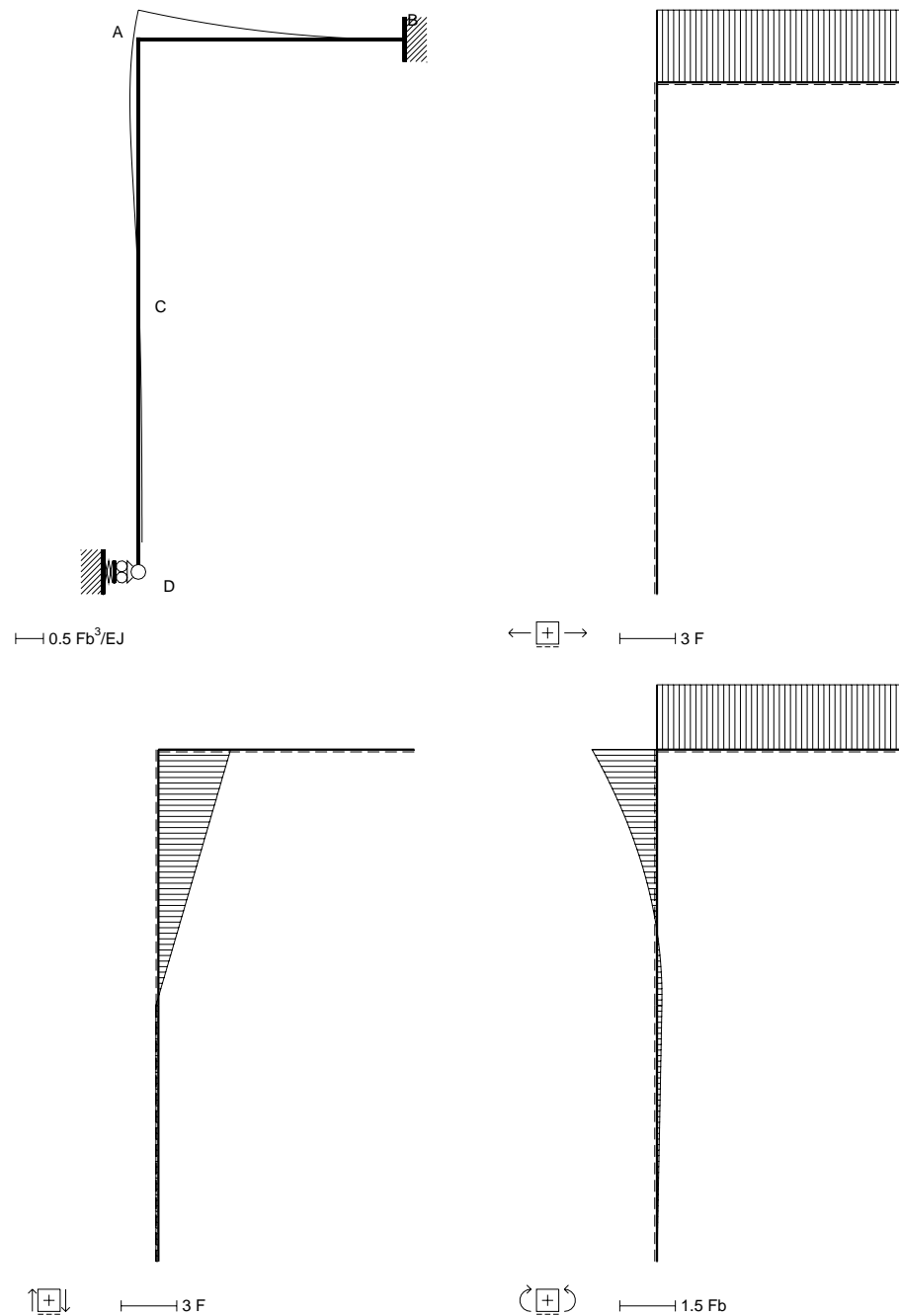
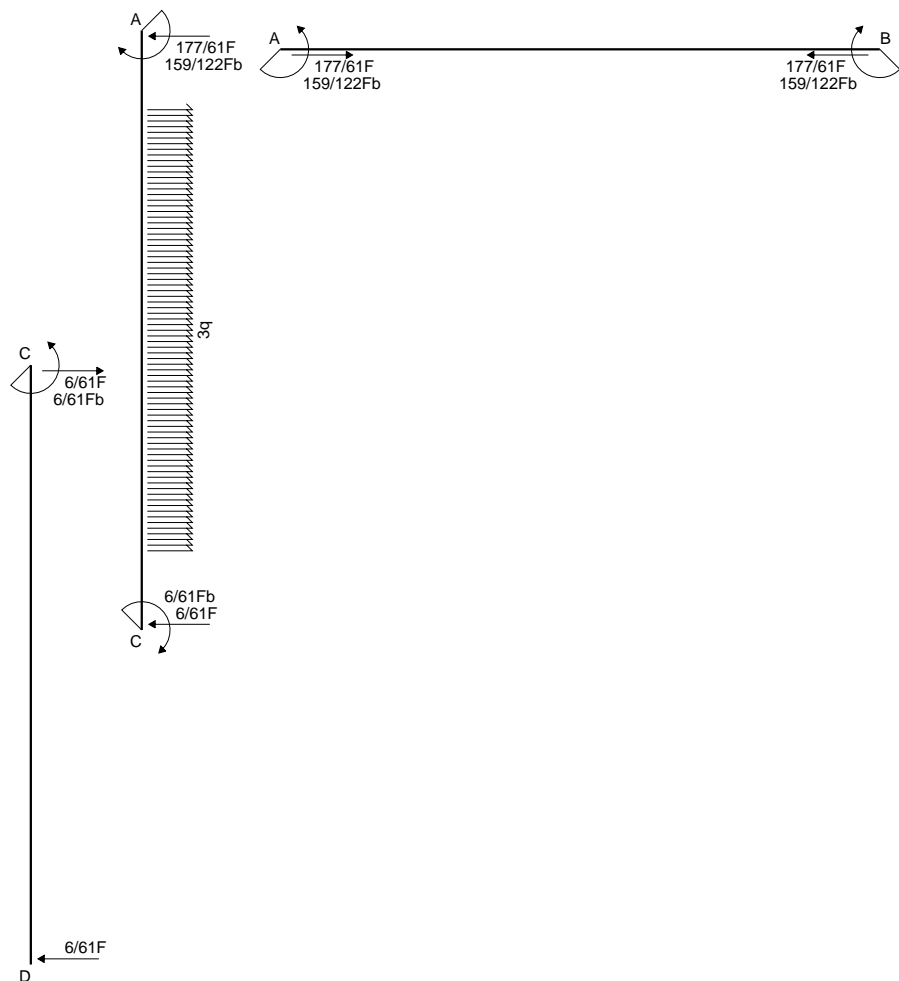
$v_C =$

$\phi_C =$

$u_D =$

$v_{DDC} =$

$\phi_{DDC} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BA}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CD} K_{CD} φ_{AC} K_{AC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) - y'_{AC}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) = 0$$

$$y'_{CD}(0) - y'_{AC}(b) = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{CD}(b) + 1/4H_D b^3/EJ = 0$$

$$y_{AC}(0) = 0$$

$$y_{AC}(b) - y_{CD}(0) = 0$$

$$M_{AB} = X$$

$$EJy'' = 3EJ\theta + 2X$$

$$EJy' = 3EJ\theta x + 2Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 3/2EJ\theta x^2 + Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CD} = 3/4Fx - 3/4Fb + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy'' = 9/8Fx - 9/8Fb + 3/4Xx/b - 3/4X$$

$$EJy' = 9/16Fx^2 - 9/8Fbx + 3/8Xx^2/b - 3/4Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = 3/16Fx^3 - 9/16Fbx^2 + 1/8Xx^3/b - 3/8Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

$$M_{AC} = -9/4Fx + 3/2qx^2 + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy'' = -3Fx + 2qx^2 + 2/3Xx/b - 4/3X$$

$$EJy' = -3/2Fx^2 + 2/3qx^3 + 1/3Xx^2/b - 4/3Xx + EJ\varphi_{AC}$$

$$EJy = -1/2Fx^3 + 1/6qx^4 + 1/9Xx^3/b - 2/3Xx^2 + EJ\varphi_{AC}x + EJK_{AC}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & \varphi_{AC}b & K_{AC} & Xb^2/EJ \\ y'_{AB} & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ y'_{BA} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ y'_{CD} & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ y_{BA} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ y_{DC} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -3/8 \\ y_{AC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ y_{CA} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ & & & & & & -5/9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [qb^4/EJ & \alpha Tb] \\ 0 & 0 \\ 0 & -3 \\ -5/6 & 0 \\ 0 & -3/2 \\ 9/16 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{AC}b \\ \varphi_{CD}b \\ K_{AB} \\ K_{CD} \\ K_{AC} \\ Xb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ -24/61 \\ -24/61 \\ 14/183 \\ 12/61 \\ -1/366 \\ 0 \\ -159/122 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 12/61Fb^3 - 24/61xFb^2 + 12/61x^2Fb$$

$$BA \ y(x)EJ = 12/61x^2Fb$$

$$CD \ y(x)EJ = -1/366Fb^3 + 14/183xFb^2 - 9/122x^2Fb + 3/122x^3F$$

$$DC \ y(x)EJ = 3/122Fb^3 - 1/366xFb^2 - 3/122x^3F$$

$$AC \ y(x)EJ = -24/61xFb^2 + 53/61x^2Fb - 118/183x^3F + 1/6x^4q$$

$$CA \ y(x)EJ = -1/366Fb^3 - 14/183xFb^2 - 4/61x^2Fb - 4/183x^3F + 1/6x^4q$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$v_A = 12/61(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -24/61(Fb^2/EJ)$$

$$v_C = 12/61(Fb^3/EJ)$$

$$u_C = -1/366(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = 14/183(Fb^2/EJ)$$

$$v_{DDC} = 12/61(Fb^3/EJ)$$

$$u_D = 3/122(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = 1/366(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$u_B = 0$$

$$u_C = -1/366(Fb^3/EJ)$$

$$u_D = 3/122(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = 12/61(Fb^3/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$v_C = 12/61(Fb^3/EJ)$$

$$v_{DDC} = 12/61(Fb^3/EJ)$$

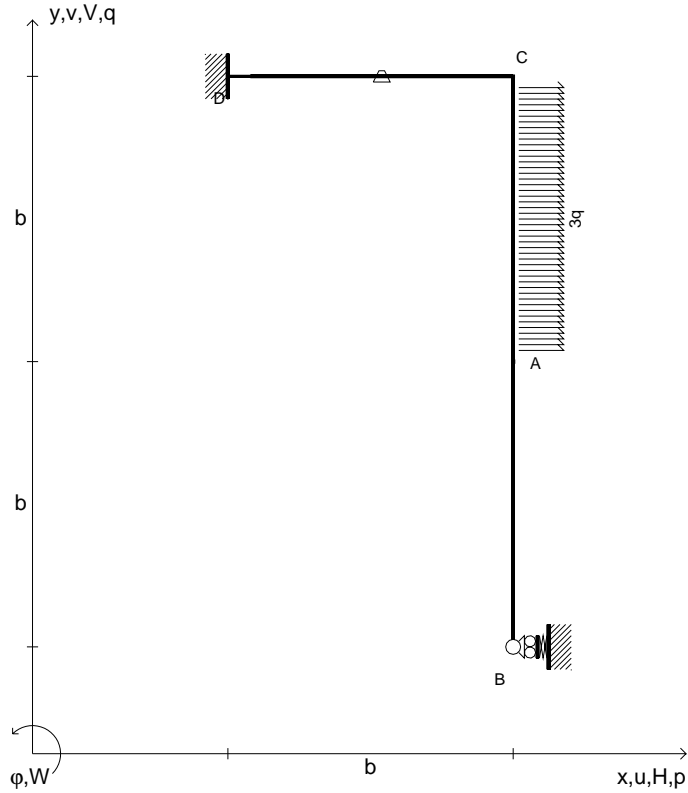
$$\varphi_A = -24/61(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 0$$

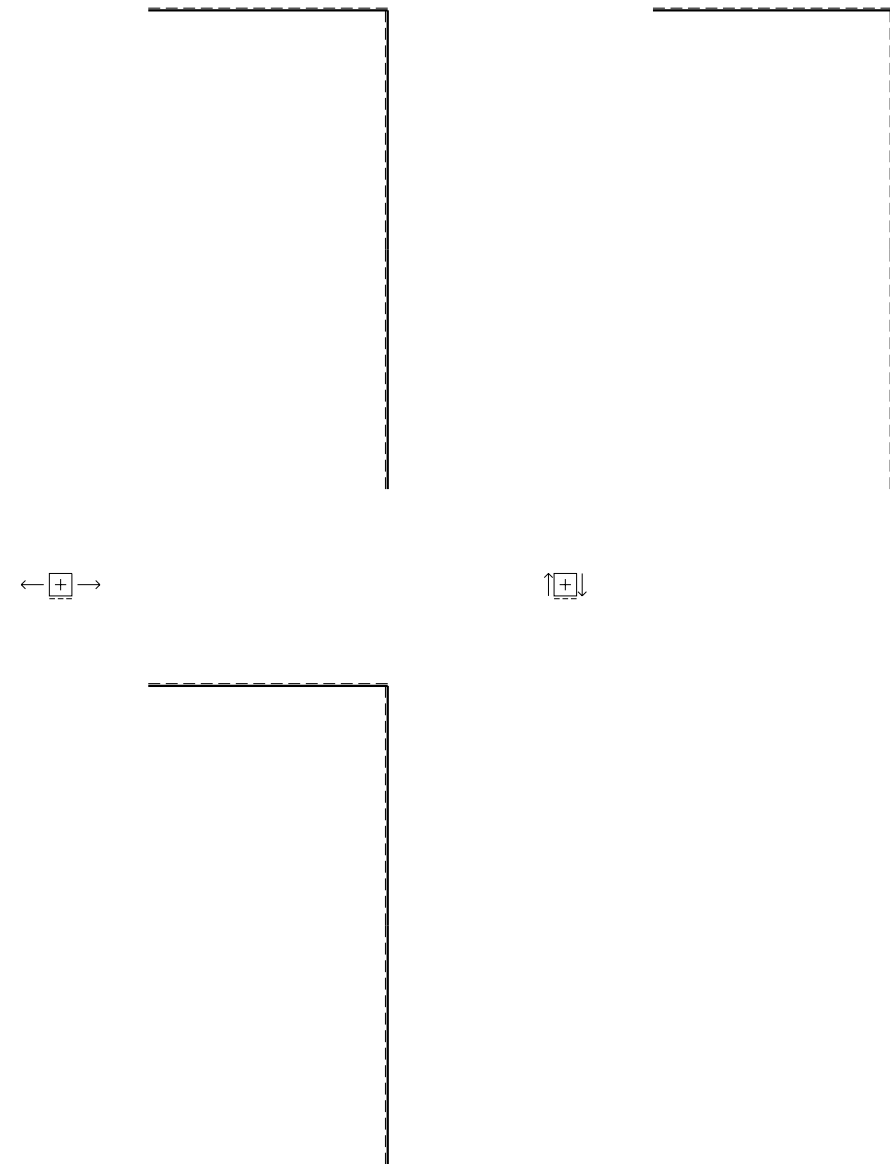
$$\varphi_C = 14/183(Fb^2/EJ)$$

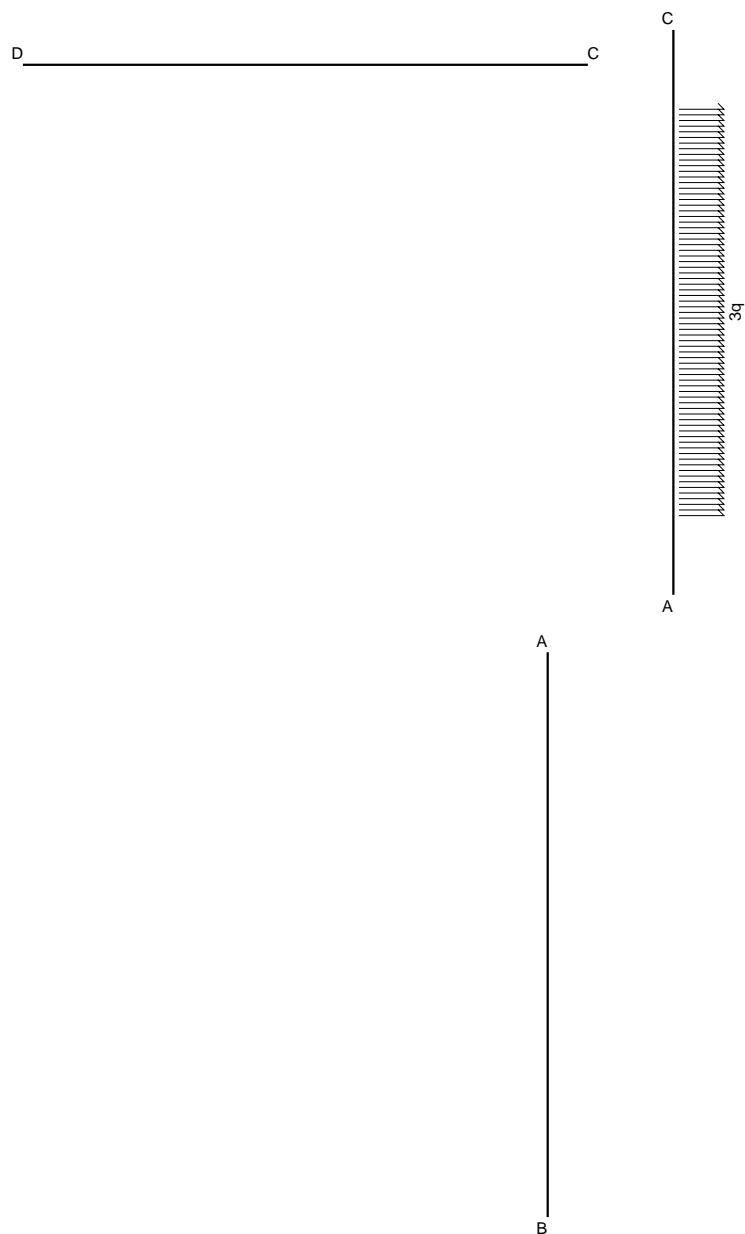
$$\varphi_{DDC} = 1/366(Fb^2/EJ)$$

- $P_{CA} = 3q = 3F/b$
- $\theta_{CD} = -4\theta = -4\alpha T/b = -4bF/EJ$
- $k_B = 4EJ/b^3$
- $V_C = ?$
- $\phi_C = ?$
- $v_A = ?$
- $u_A = ?$
- $\phi_A = ?$
- $V_{BBA} = ?$
- $u_B = ?$
- $\phi_{BBA} = ?$
- $EJ_{AB} = 2/3EJ$
- $EJ_{CD} = 3/4EJ$
- $EJ_{CA} = EJ$



- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Curvatura θ asta CD positiva se convessa a destra con inizio C.
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo C
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo A
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo B su asta BA.
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo B su asta BA.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano





DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

CA $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_C =$

$\varphi_C =$

$v_A =$

$u_A =$

$\varphi_A =$

$v_{BBA} =$

$u_B =$

$\varphi_{BBA} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_D =$

$v_D =$

$\varphi_D =$

$u_B =$

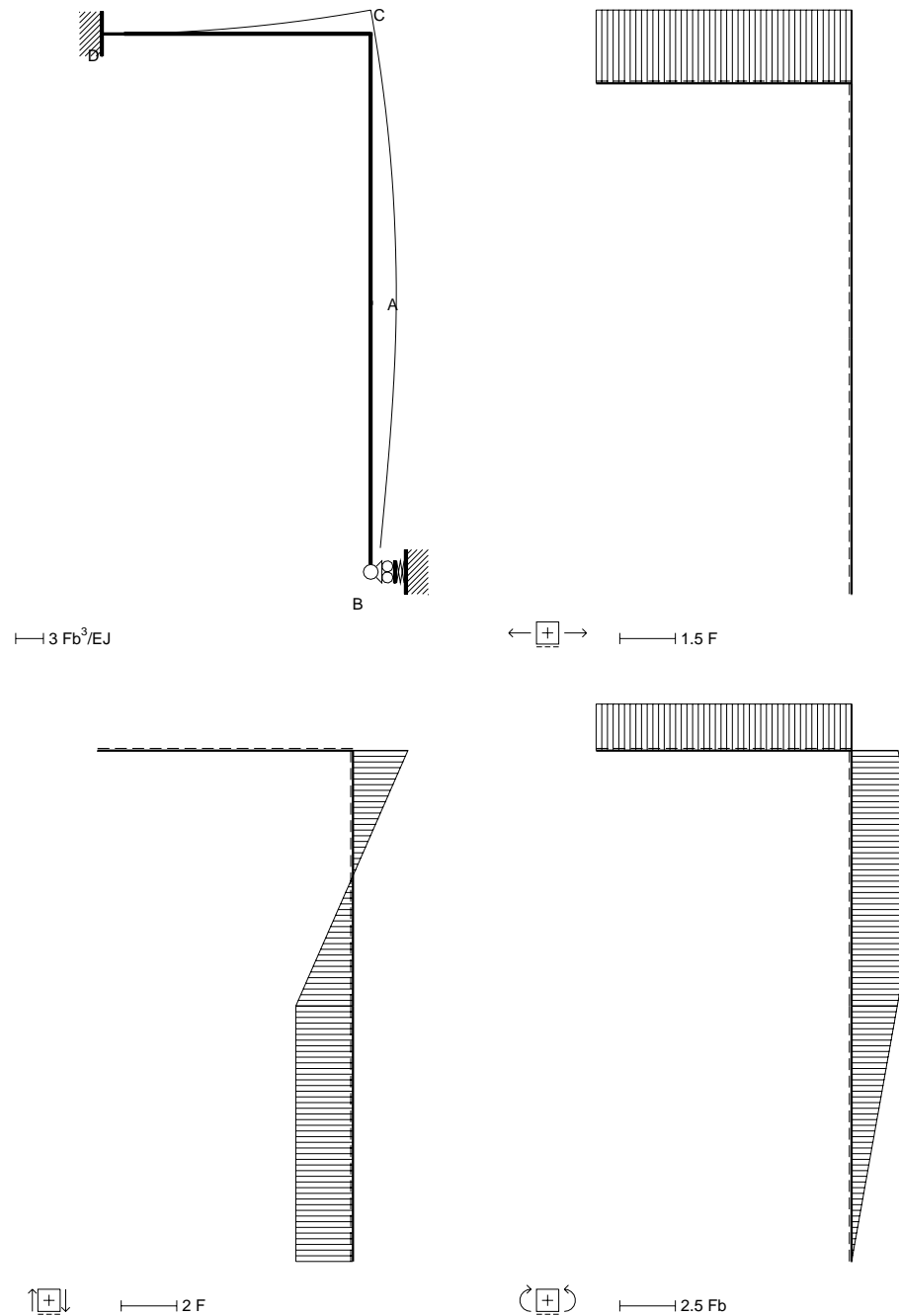
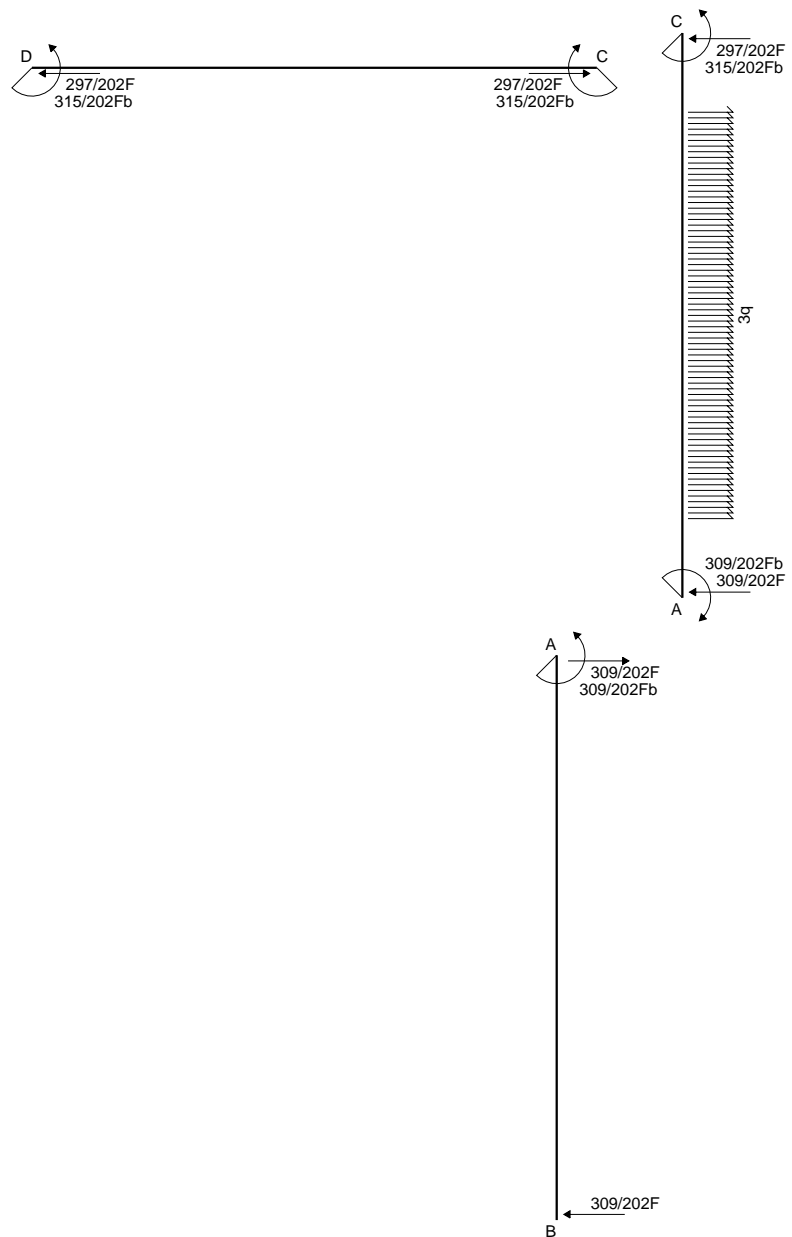
$v_{BBA} =$

$\varphi_{BBA} =$

$u_C =$

$v_C =$

$\varphi_C =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{DC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CD} K_{CD} φ_{CA} K_{CA}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) - y'_{CA}(b) = 0$$

$$y'_{CD}(0) - y'_{CA}(0) = 0$$

$$y'_{CD}(b) = 0$$

$$y_{AB}(b) + 1/4H_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{CD}(b) = 0$$

$$y_{CA}(0) = 0$$

$$y_{CA}(b) - y_{AB}(0) = 0$$

$$M_{AB} = 3/4Fx - 3/4Fb + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy'' = 9/8Fx - 9/8Fb + 3/4Xx/b - 3/4X$$

$$EJy' = 9/16Fx^2 - 9/8Fbx + 3/8Xx^2/b - 3/4Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 3/16Fx^3 - 9/16Fbx^2 + 1/8Xx^3/b - 3/8Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CD} = X$$

$$EJy'' = -4EJ\theta + 4/3X$$

$$EJy' = -4EJ\theta x + 4/3Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = -2EJ\theta x^2 + 2/3Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

$$M_{CA} = -9/4Fx + 3/2qx^2 + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy'' = -9/4Fx + 3/2qx^2 + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy' = -9/8Fx^2 + 1/2qx^3 + 1/4Xx^2/b - Xx + EJ\varphi_{CA}$$

$$EJy = -3/8Fx^3 + 1/8qx^4 + 1/12Xx^3/b - 1/2Xx^2 + EJ\varphi_{CA}x + EJK_{CA}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & \varphi_{CA}b & K_{CA} & Xb^2/EJ \\ y'_{AB} & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 3/4 \\ y'_{CD} & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ y'_{DC} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4/3 \\ y_{BA} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -3/8 \\ y_{DC} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2/3 \\ y_{CA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ y_{AC} & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -5/12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [qb^4/EJ & \alpha Tb] \\ -5/8 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 4 \\ 9/16 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \\ 1/4 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CD}b \\ \varphi_{CA}b \\ K_{AB} \\ K_{CD} \\ K_{CA} \\ Xb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51/404 \\ 194/101 \\ 194/101 \\ 825/808 \\ -97/101 \\ 0 \\ 315/202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 825/808Fb^3 + 51/404xFb^2 - 927/808x^2Fb + 309/808x^3F$$

$$BA \ y(x)EJ = 309/808Fb^3 + 825/808xFb^2 - 309/808x^3F$$

$$CD \ y(x)EJ = -97/101Fb^3 + 194/101xFb^2 - 97/101x^2Fb$$

$$DC \ y(x)EJ = -97/101x^2Fb$$

$$CA \ y(x)EJ = 194/101xFb^2 - 315/404x^2Fb - 99/404x^3F + 1/8x^4q$$

$$AC \ y(x)EJ = 825/808Fb^3 - 51/404xFb^2 - 309/404x^2Fb - 103/404x^3F + 1/8x^4q$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$v_C = 97/101(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = 194/101(Fb^2/EJ)$$

$$v_A = 97/101(Fb^3/EJ)$$

$$u_A = 825/808(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = 51/404(Fb^2/EJ)$$

$$v_{BBA} = 97/101(Fb^3/EJ)$$

$$u_B = 309/808(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{BBA} = -825/808(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 825/808(Fb^3/EJ)$$

$$u_B = 309/808(Fb^3/EJ)$$

$$u_C = 0$$

$$v_A = 97/101(Fb^3/EJ)$$

$$v_{BBA} = 97/101(Fb^3/EJ)$$

$$v_C = 97/101(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = 51/404(Fb^2/EJ)$$

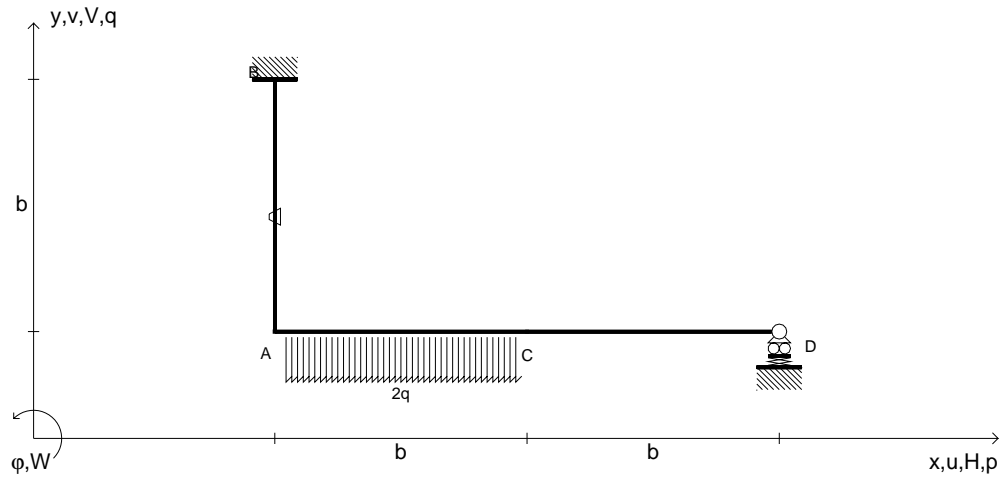
$$\varphi_{BBA} = -825/808(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_C = 194/101(Fb^2/EJ)$$

$$u_D = 0$$

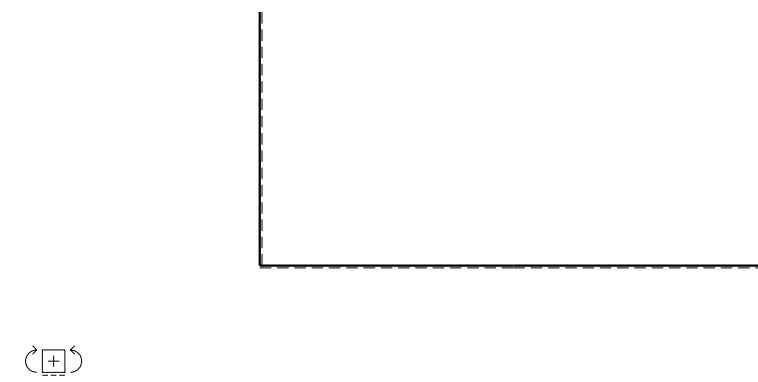
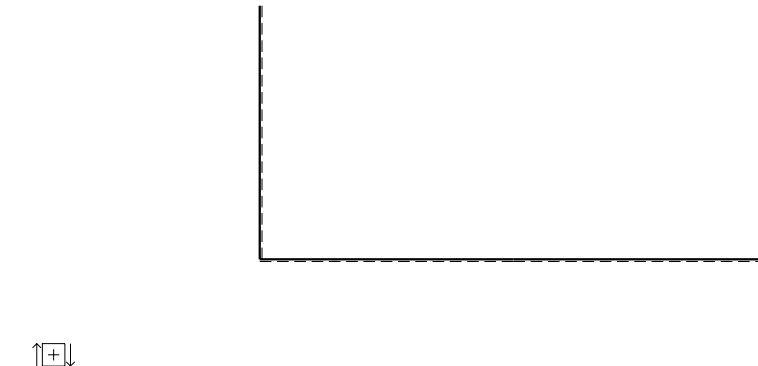
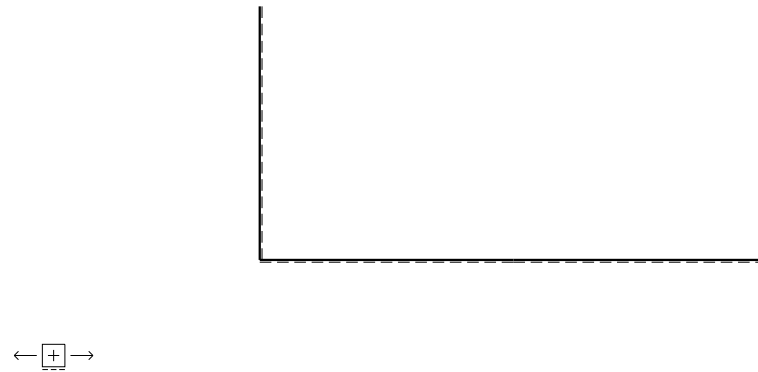
$$v_D = 0$$

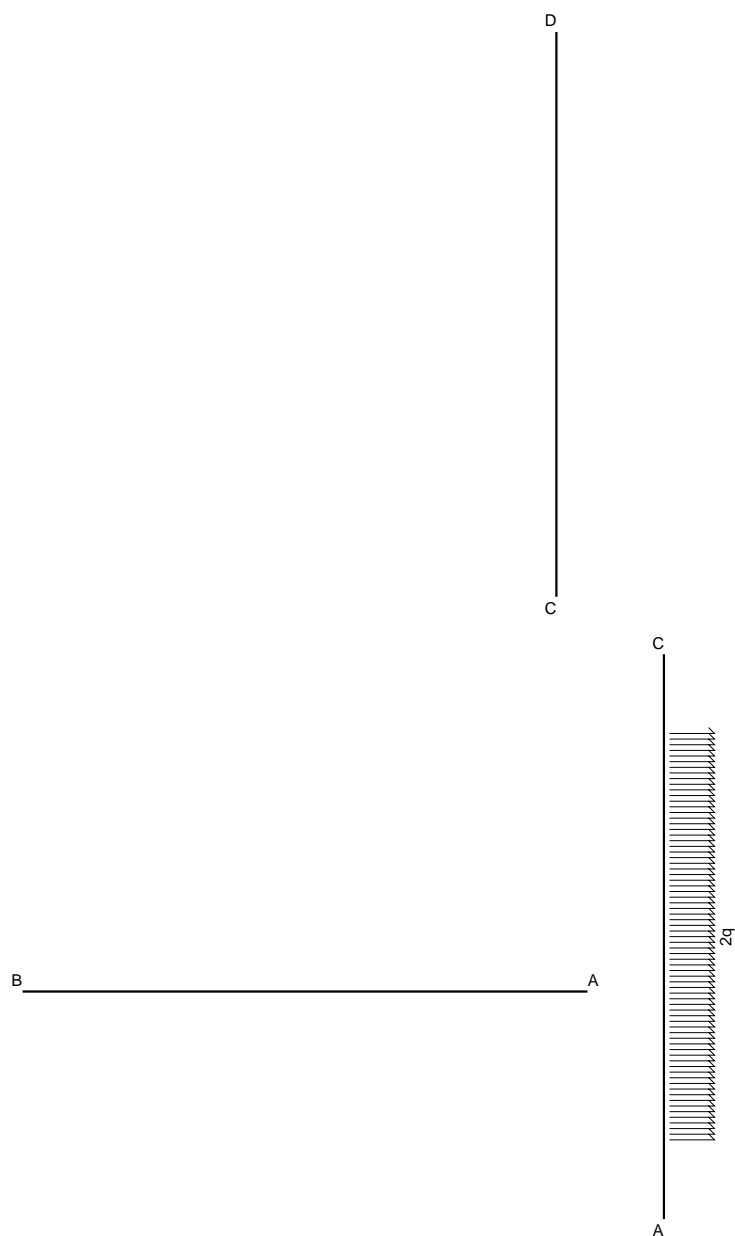
$$\varphi_D = 0$$



$q_{AC} = -2q = -2F/b$	$u_C = ?$	$\phi_{DDC} = ?$
$\theta_{AB} = 4\theta = 4\alpha T/b = 4bF/EJ$	$v_C = ?$	$EJ_{AB} = 3/4EJ$
$k_D = EJ/b^3$	$\phi_C = ?$	$EJ_{AC} = EJ$
$u_A = ?$	$u_{DDC} = ?$	$EJ_{CD} = 3/2EJ$
$\phi_A = ?$	$v_D = ?$	

- Svolgere l'analisi cinematica.
- Risolvere con PLV e LE.
- Riportare la soluzione su questo foglio.
- Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
- Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
- Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
- Esprimere la linea elastica delle aste.
- Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
- $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
- Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo C
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo C
- Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D su asta DC.
- Calcolare lo spostamento verticale del nodo D
- Calcolare la rotazione assoluta del nodo D su asta DC.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano





DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

AC $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$u_A =$

$\varphi_A =$

$u_C =$

$v_C =$

$\varphi_C =$

$u_{DDC} =$

$v_D =$

$\varphi_{DDC} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

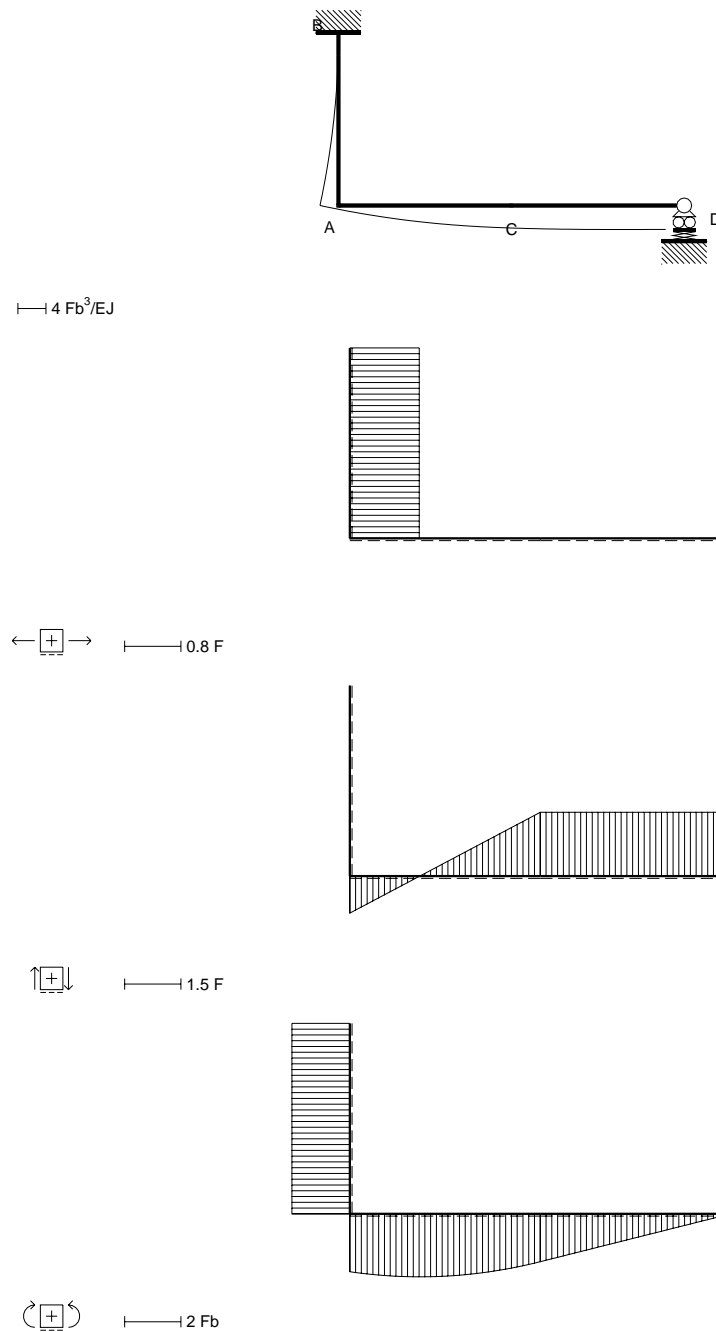
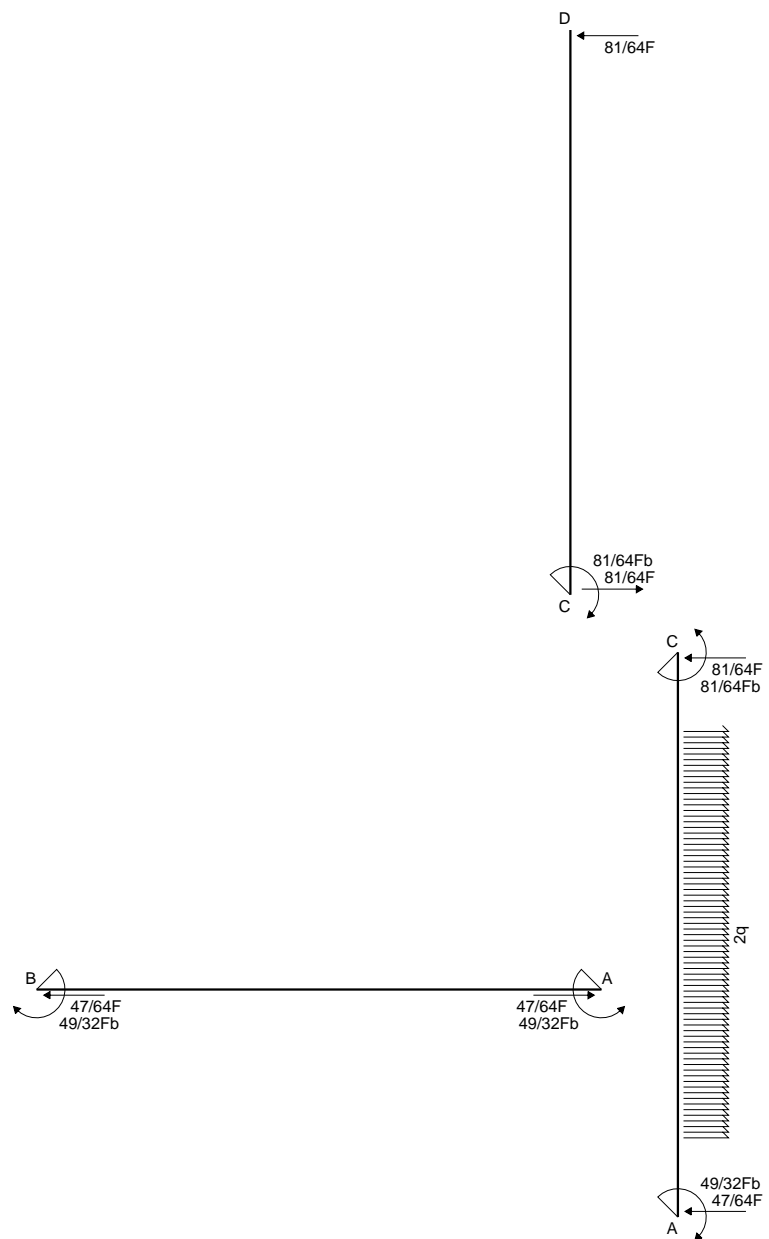
$v_C =$

$\varphi_C =$

$u_{DDC} =$

$v_D =$

$\varphi_{DDC} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BA}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{AC} K_{AC} φ_{CD} K_{CD}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) - y'_{AC}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) = 0$$

$$y'_{AC}(b) - y'_{CD}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{AC}(0) = 0$$

$$y_{CD}(0) - y_{AC}(b) = 0$$

$$y_{CD}(b) + v_D b^3/EJ = 0$$

$$M_{AB} = X$$

$$EJy'' = 4EJ\theta + 4/3X$$

$$EJy' = 4EJ\theta x + 4/3Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 2EJ\theta x^2 + 2/3Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{AC} = 3/2Fx - qx^2 + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy'' = 3/2Fx - qx^2 + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy' = 3/4Fx^2 - 1/3qx^3 + 1/4Xx^2/b - Xx + EJ\varphi_{AC}$$

$$EJy = 1/4Fx^3 - 1/12qx^4 + 1/12Xx^3/b - 1/2Xx^2 + EJ\varphi_{AC}x + EJK_{AC}$$

$$M_{CD} = -1/2Fx + 1/2Fb + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy'' = -1/3Fx + 1/3Fb + 1/3Xx/b - 1/3X$$

$$EJy' = -1/6Fx^2 + 1/3Fbx + 1/6Xx^2/b - 1/3Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = -1/18Fx^3 + 1/6Fbx^2 + 1/18Xx^3/b - 1/6Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{AC}b & K_{AC} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & Xb^2/EJ \\ y'_{AB} & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ y'_{BA} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4/3 \\ y'_{CA} & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ y_{BA} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2/3 \\ y_{AC} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ y_{CD} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ y_{DC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qb^4/EJ \\ \alpha Tb \\ 0 \\ 0 \\ -5/12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/6 \\ 0 \\ -11/18 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qb^4/EJ \\ \alpha Tb \\ 0 \\ 0 \\ -5/12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/6 \\ 0 \\ -11/18 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{AC}b \\ \varphi_{CD}b \\ K_{AB} \\ K_{AC} \\ K_{CD} \\ Xb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ -47/24 \\ -47/24 \\ -151/384 \\ 47/48 \\ 0 \\ -443/384 \\ -49/32 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 47/48Fb^3 - 47/24xFb^2 + 47/48x^2Fb$$

$$BA \ y(x)EJ = 47/48x^2Fb$$

$$AC \ y(x)EJ = -47/24xFb^2 + 49/64x^2Fb + 47/384x^3F - 1/12x^4q$$

$$CA \ y(x)EJ = -443/384Fb^3 + 151/384xFb^2 + 81/128x^2Fb + 27/128x^3F - 1/12x^4q$$

$$CD \ y(x)EJ = -443/384Fb^3 - 151/384xFb^2 + 27/64x^2Fb - 9/64x^3F$$

$$DC \ y(x)EJ = -81/64Fb^3 - 11/384xFb^2 + 9/64x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_A = -47/48(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -47/24(Fb^2/EJ)$$

$$u_C = -47/48(Fb^3/EJ)$$

$$v_C = -443/384(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = -151/384(Fb^2/EJ)$$

$$u_{DDC} = -47/48(Fb^3/EJ)$$

$$v_D = -81/64(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = 11/384(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = -47/48(Fb^3/EJ)$$

$$u_B = 0$$

$$u_C = -47/48(Fb^3/EJ)$$

$$u_{DDC} = -47/48(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = 0$$

$$v_B = 0$$

$$v_C = -443/384(Fb^3/EJ)$$

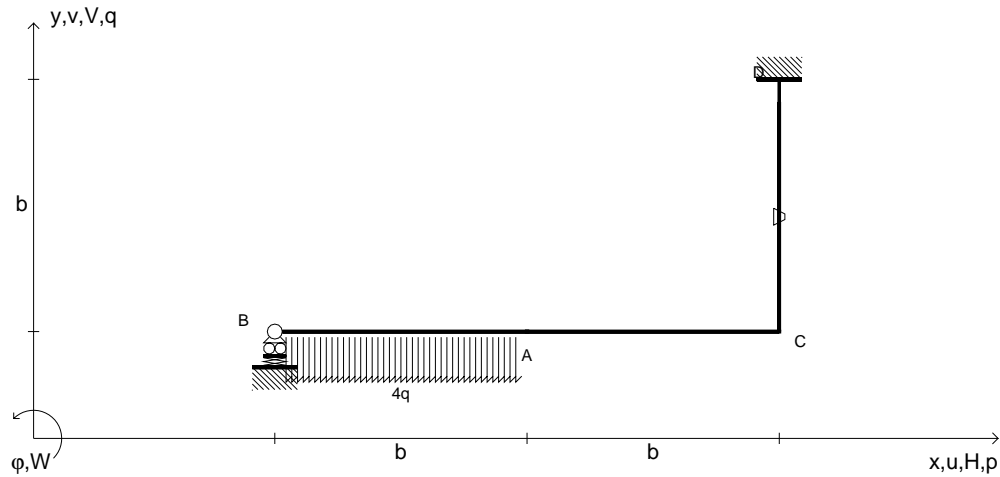
$$v_D = -81/64(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -47/24(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 0$$

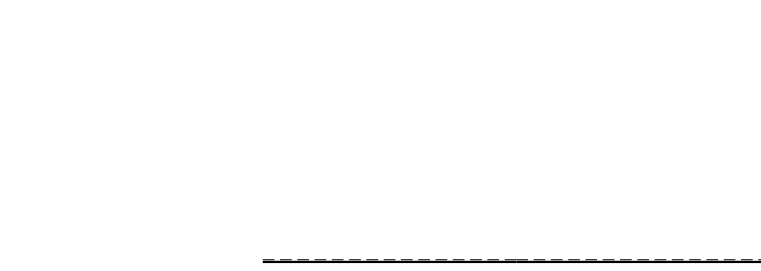
$$\varphi_C = -151/384(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = 11/384(Fb^2/EJ)$$

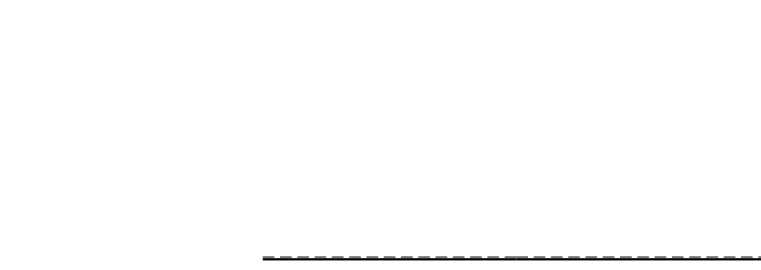


$q_{AB} = -4q = -4F/b$	$u_A = ?$	$\phi_{BBA} = ?$
$\theta_{CD} = -\theta = -\alpha T/b = -bF/EJ$	$v_A = ?$	$EJ_{AB} = EJ$
$k_B = EJ/b^3$	$\phi_A = ?$	$EJ_{CA} = 3/2EJ$
$u_C = ?$	$u_{BBA} = ?$	$EJ_{CD} = 4/3EJ$
$\phi_C = ?$	$v_B = ?$	

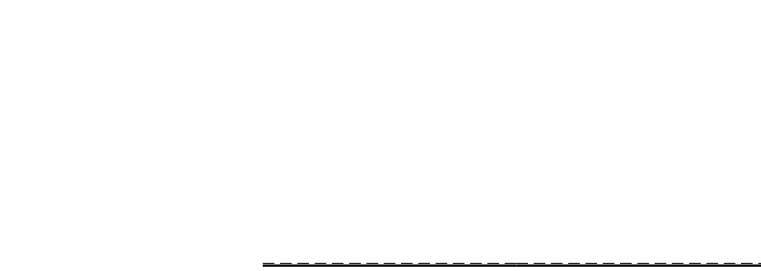
- Svolgere l'analisi cinematica.
 - Risolvere con PLV e LE.
 - Riportare la soluzione su questo foglio.
 - Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.
 - Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
 - Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
 - Esprimere la linea elastica delle aste.
 - Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.
 - $J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.
 - Curvatura θ asta CD positiva se convessa a destra con inizio C.
 - Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C
 - Calcolare la rotazione assoluta del nodo C
 - Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A
 - Calcolare lo spostamento verticale del nodo A
 - Calcolare la rotazione assoluta del nodo A
 - Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B su asta BA.
 - Calcolare lo spostamento verticale del nodo B
 - Calcolare la rotazione assoluta del nodo B su asta BA.
- @ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



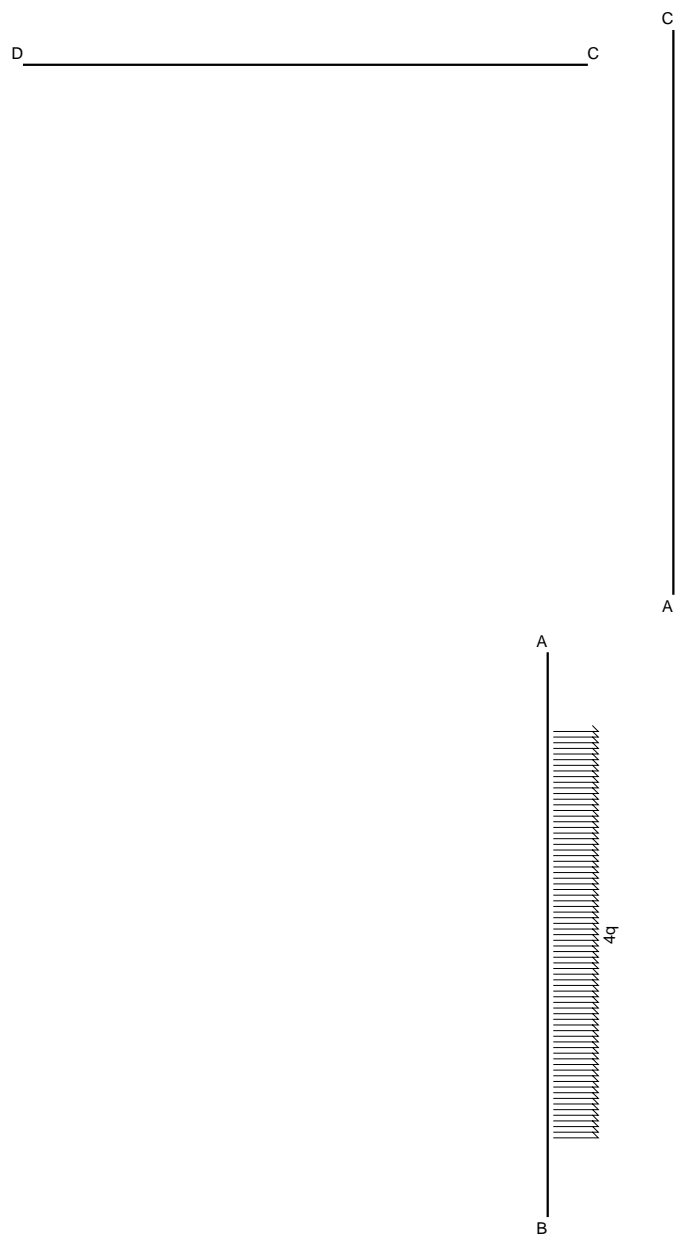
← ⊕ →



↑ ⊕ ↓



⊕



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CA $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$u_C =$

$\varphi_C =$

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_{BBA} =$

$v_B =$

$\varphi_{BBA} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_{BBA} =$

$v_B =$

$\varphi_{BBA} =$

$u_C =$

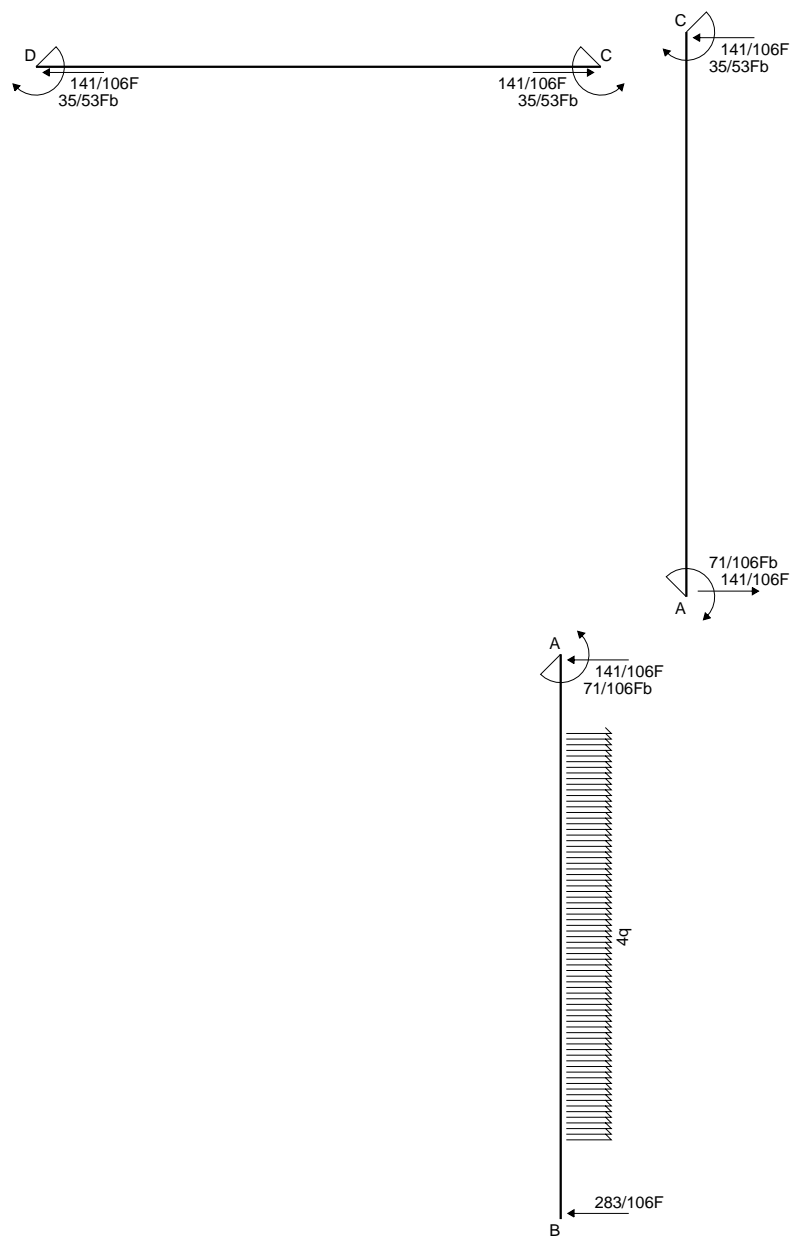
$v_C =$

$\varphi_C =$

$u_D =$

$v_D =$

$\varphi_D =$

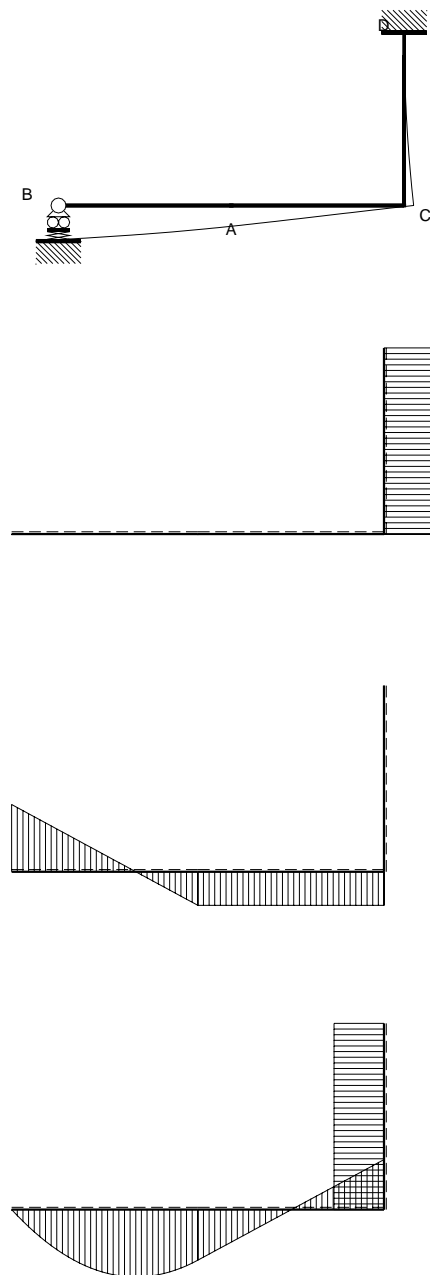


$\rightarrow 6 Fb^3/EJ$

$\leftarrow \boxed{+} \rightarrow \quad \rightarrow 1.5 F$

$\boxed{+} \downarrow \quad \rightarrow 3 F$

$\boxed{+} \curvearrowright \quad \rightarrow 1 Fb$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{DC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CA} K_{CA} φ_{CD} K_{CD}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) - y'_{CA}(b) = 0$$

$$y'_{CA}(0) - y'_{CD}(0) = 0$$

$$y'_{CD}(b) = 0$$

$$y_{AB}(0) - y_{CA}(b) = 0$$

$$y_{AB}(b) - V_b b^3/EJ = 0$$

$$y_{CA}(0) = 0$$

$$y_{CD}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -Fx - Fb + 2qx^2 + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy'' = -Fx - Fb + 2qx^2 + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy' = -1/2Fx^2 - Fbx + 2/3qx^3 + 1/4Xx^2/b - 1/2Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -1/6Fx^3 - 1/2Fbx^2 + 1/6qx^4 + 1/12Xx^3/b - 1/4Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CA} = -Fx + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy'' = -2/3Fx + 1/3Xx/b - 2/3X$$

$$EJy' = -1/3Fx^2 + 1/6Xx^2/b - 2/3Xx + EJ\varphi_{CA}$$

$$EJy = -1/9Fx^3 + 1/18Xx^3/b - 1/3Xx^2 + EJ\varphi_{CA}x + EJK_{CA}$$

$$M_{CD} = X$$

$$EJy'' = -EJ\theta + 3/4X$$

$$EJy' = -EJ\theta x + 3/4Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = -1/2EJ\theta x^2 + 3/8Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CA}b & K_{CA} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & Xb^2/EJ \\ y'_{AB} & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1/2 \\ y'_{CA} & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ y'_{DC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ y_{AB} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3/4 \\ y_{BA} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 5/18 \\ y_{CA} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2/3 \\ y_{CD} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ y_{DC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xb^2/EJ \\ \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CA}b \\ \varphi_{CD}b \\ K_{AB} \\ K_{CA} \\ K_{CD} \\ Xb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1/9 & 0 \\ 7/2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CA}b \\ \varphi_{CD}b \\ K_{CA} \\ K_{AB} \\ Xb^2/EJ \\ K_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 949/636 \\ 317/212 \\ 317/212 \\ 0 \\ 997/636 \\ -35/53 \\ -317/424 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 997/636Fb^3 + 949/636xFb^2 - 71/212x^2Fb - 47/212x^3F + 1/6x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = 283/106Fb^3 - 131/159xFb^2 - 283/636x^3F + 1/6x^4q$$

$$CA \ y(x)EJ = 317/212xFb^2 + 35/159x^2Fb - 47/318x^3F$$

$$AC \ y(x)EJ = 997/636Fb^3 - 949/636xFb^2 - 71/318x^2Fb + 47/318x^3F$$

$$CD \ y(x)EJ = -317/424Fb^3 + 317/212xFb^2 - 317/424x^2Fb$$

$$DC \ y(x)EJ = -317/424x^2Fb$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_C = 317/424(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = 317/212(Fb^2/EJ)$$

$$u_A = 317/424(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = -997/636(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = 949/636(Fb^2/EJ)$$

$$u_{BBA} = 317/424(Fb^3/EJ)$$

$$v_B = -283/106(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{BBA} = 131/159(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 317/424(Fb^3/EJ) \quad u_{BBA} = 317/424(Fb^3/EJ) \quad u_C = 317/424(Fb^3/EJ) \quad u_D = 0$$

$$v_A = -997/636(Fb^3/EJ) \quad v_B = -283/106(Fb^3/EJ) \quad v_C = 0 \quad v_D = 0$$

$$\varphi_A = 949/636(Fb^2/EJ) \quad \varphi_{BBA} = 131/159(Fb^2/EJ) \quad \varphi_C = 317/212(Fb^2/EJ) \quad \varphi_D = 0$$

$$p_{CD} = 3q = 3F/b$$

$$\theta_{AB} = \theta = \alpha T/b = bF/EJ$$

$$k_D = 2EJ/b^3$$

$$V_A = ?$$

$$\phi_A = ?$$

$$V_C = ?$$

$$u_C = ?$$

$$\phi_C = ?$$

$$V_{DDC} = ?$$

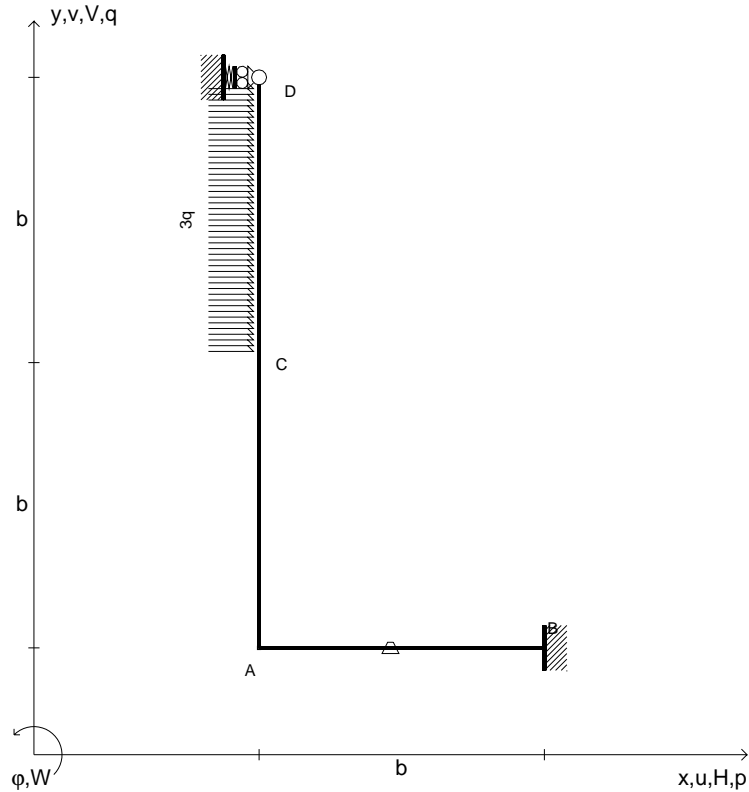
$$u_D = ?$$

$$\phi_{DDC} = ?$$

$$EJ_{AB} = 3/2EJ$$

$$EJ_{AC} = 4/3EJ$$

$$EJ_{CD} = 2EJ$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.

Calcolare lo spostamento verticale del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

Calcolare lo spostamento verticale del nodo C

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C

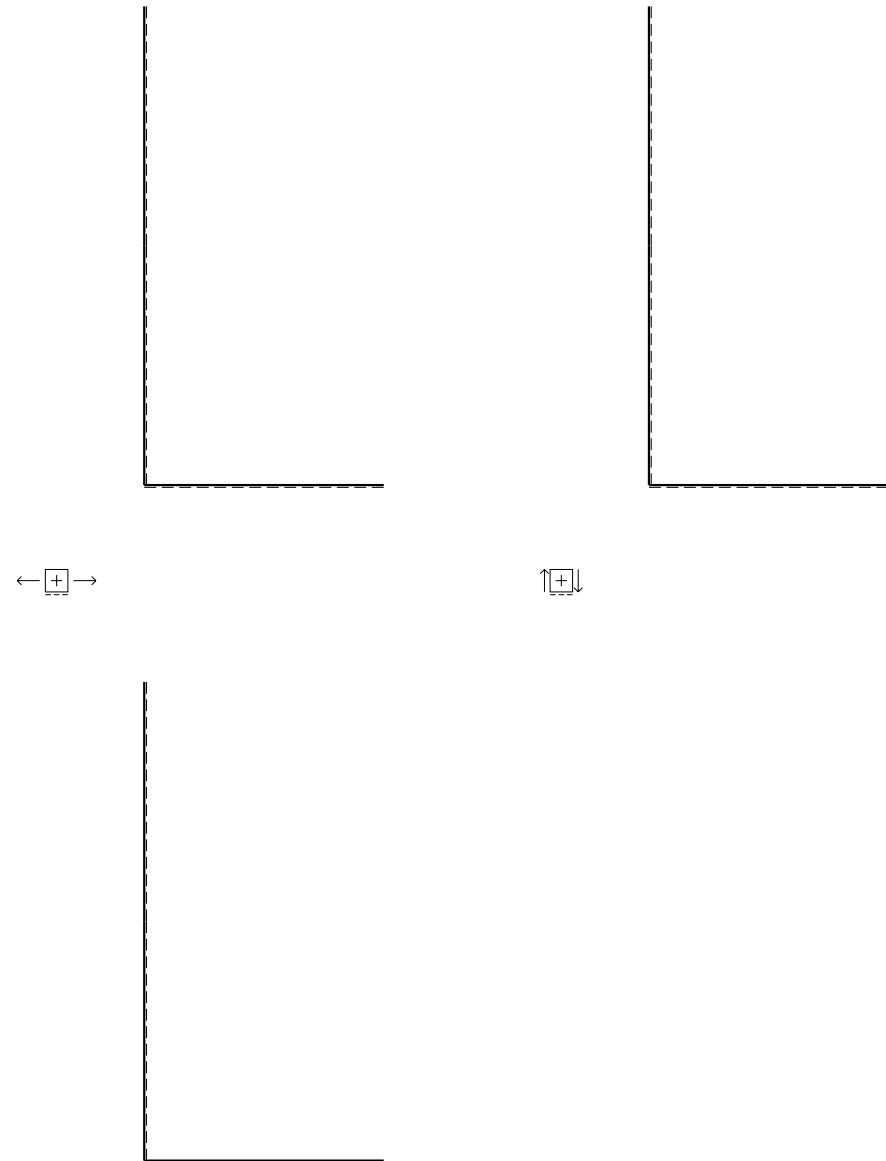
Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

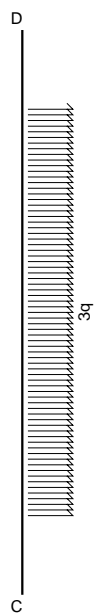
Calcolare lo spostamento verticale del nodo D su asta DC.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D

Calcolare la rotazione assoluta del nodo D su asta DC.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano





DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

AC $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_A =$

$\phi_A =$

$v_C =$

$u_C =$

$\phi_C =$

$v_{DDC} =$

$u_D =$

$\phi_{DDC} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\phi_A =$

$u_B =$

$v_B =$

$\phi_B =$

$u_C =$

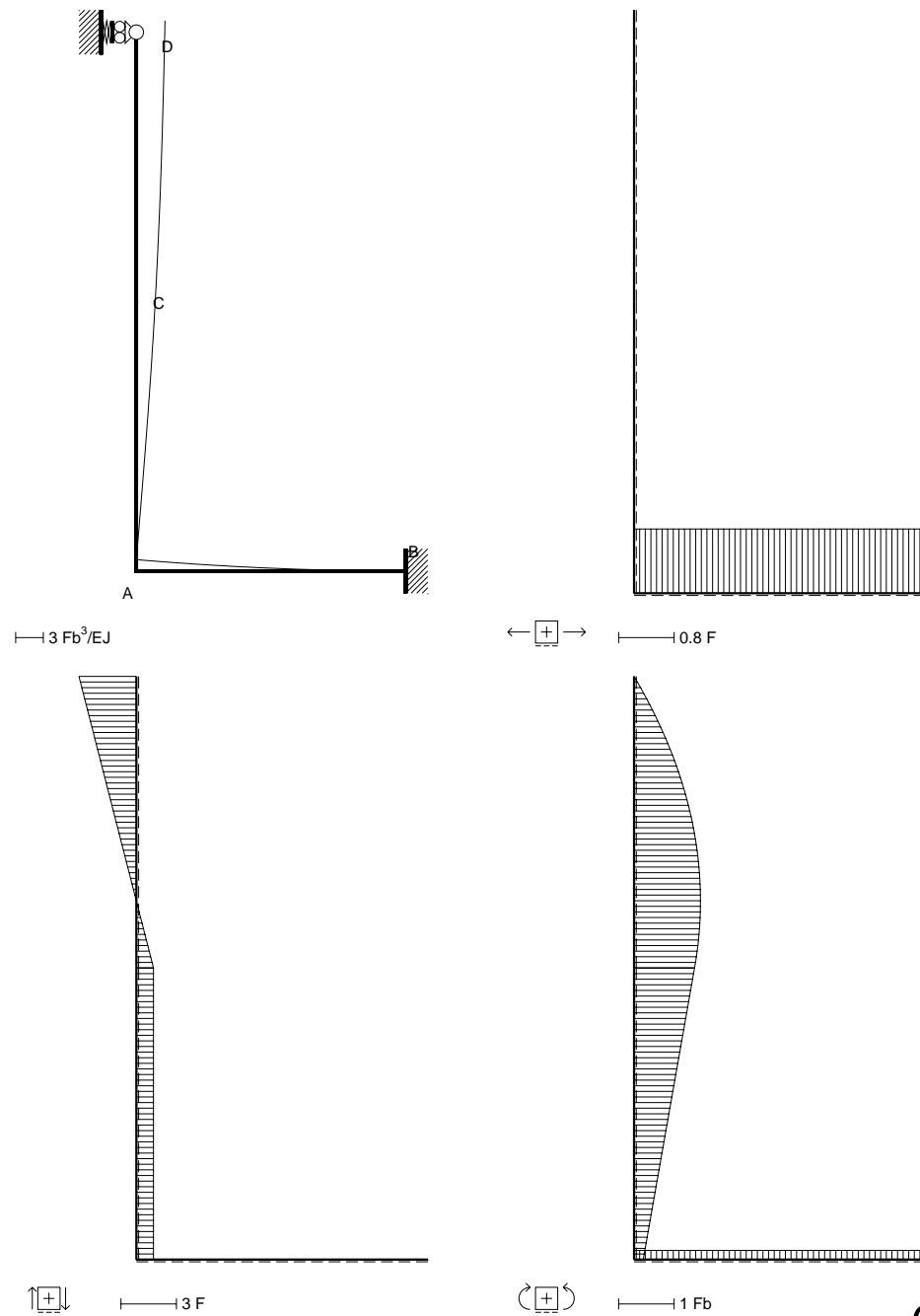
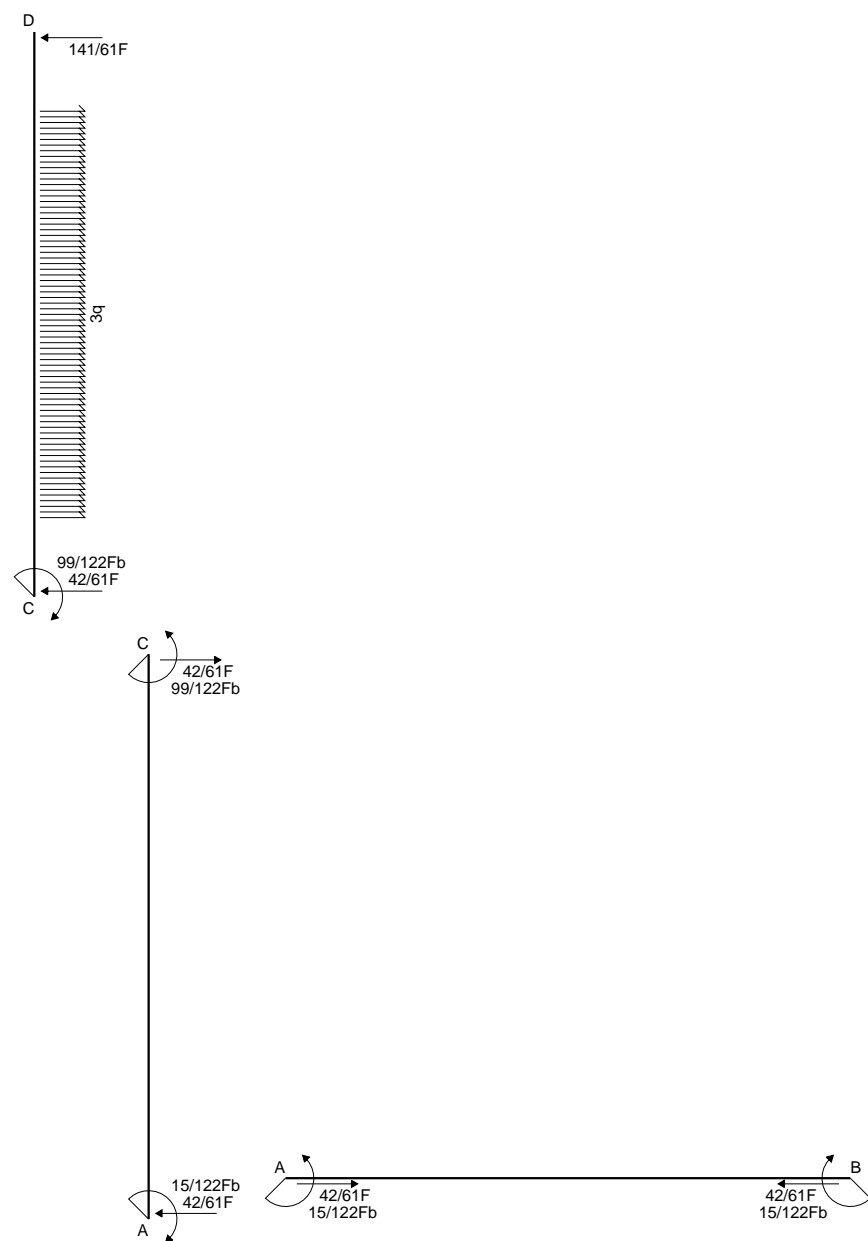
$v_C =$

$\phi_C =$

$u_D =$

$v_{DDC} =$

$\phi_{DDC} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BA}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{AC} K_{AC} φ_{CD} K_{CD}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) - y'_{AC}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) = 0$$

$$y'_{AC}(b) - y'_{CD}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{AC}(0) = 0$$

$$y_{CD}(0) - y_{AC}(b) = 0$$

$$y_{CD}(b) - 1/2H_0b^3/EJ = 0$$

$$M_{AB} = X$$

$$EJy'' = EJ\theta + 2/3X$$

$$EJy' = EJ\theta x + 2/3Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 1/2EJ\theta x^2 + 1/3Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{AC} = 3/4Fx + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy'' = 9/16Fx + 3/8Xx/b - 3/4X$$

$$EJy' = 9/32Fx^2 + 3/16Xx^2/b - 3/4Xx + EJ\varphi_{AC}$$

$$EJy = 3/32Fx^3 + 1/16Xx^3/b - 3/8Xx^2 + EJ\varphi_{AC}x + EJK_{AC}$$

$$M_{CD} = 3/4Fx + 3/4Fb - 3/2qx^2 + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy'' = 3/8Fx + 3/8Fb - 3/4qx^2 + 1/4Xx/b - 1/4X$$

$$EJy' = 3/16Fx^2 + 3/8Fbx - 1/4qx^3 + 1/8Xx^2/b - 1/4Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = 1/16Fx^3 + 3/16Fbx^2 - 1/16qx^4 + 1/24Xx^3/b - 1/8Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{AC}b & K_{AC} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & Xb^2/EJ \\ y'_{AB} & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ y'_{BA} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2/3 \\ y'_{CA} & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ y_{BA} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/3 \\ y_{AC} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ y_{CD} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ y_{DC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xb^2/EJ \\ [qb^4/EJ \\ \alpha Tb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ -9/32 & 0 \\ 0 & -1/2 \\ 0 & 0 \\ 3/32 & 0 \\ -21/16 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{AC}b \\ \varphi_{CD}b \\ K_{AB} \\ K_{AC} \\ K_{CD} \\ Xb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ -56/61 \\ -56/61 \\ -277/488 \\ 28/61 \\ 0 \\ -767/976 \\ -15/122 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 28/61Fb^3 - 56/61xFb^2 + 28/61x^2Fb$$

$$BA \ y(x)EJ = 28/61x^2Fb$$

$$AC \ y(x)EJ = -56/61xFb^2 + 45/976x^2Fb + 21/244x^3F$$

$$CA \ y(x)EJ = -767/976Fb^3 + 277/488xFb^2 + 297/976x^2Fb - 21/244x^3F$$

$$CD \ y(x)EJ = -767/976Fb^3 - 277/488xFb^2 + 99/488x^2Fb + 7/122x^3F - 1/16x^4q$$

$$DC \ y(x)EJ = -141/122Fb^3 + 117/488xFb^2 + 47/244x^3F - 1/16x^4q$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$v_A = 28/61(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -56/61(Fb^2/EJ)$$

$$v_C = 28/61(Fb^3/EJ)$$

$$u_C = 767/976(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = -277/488(Fb^2/EJ)$$

$$v_{DDC} = 28/61(Fb^3/EJ)$$

$$u_D = 141/122(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = -117/488(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$u_B = 0$$

$$u_C = 767/976(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = 28/61(Fb^3/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$v_C = 28/61(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -56/61(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 0$$

$$\varphi_C = -277/488(Fb^2/EJ)$$

$$u_D = 141/122(Fb^3/EJ)$$

$$v_{DDC} = 28/61(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = -117/488(Fb^2/EJ)$$

$$P_{CD} = -4q = -4F/b$$

$$\theta_{AB} = -2\theta = -2\alpha T/b = -2bF/EJ$$

$$k_D = 2EJ/b^3$$

$$V_A = ?$$

$$\phi_A = ?$$

$$V_C = ?$$

$$u_C = ?$$

$$\phi_C = ?$$

$$V_{DDC} = ?$$

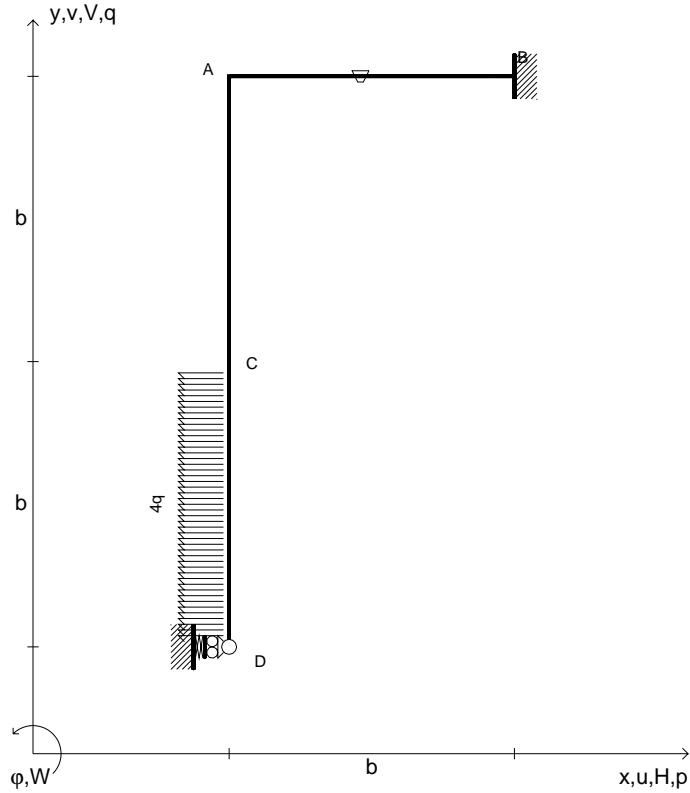
$$u_D = ?$$

$$\phi_{DDC} = ?$$

$$EJ_{AB} = 4/3EJ$$

$$EJ_{CD} = 2EJ$$

$$EJ_{AC} = 3EJ$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta AB positiva se convessa a destra con inizio A.

Calcolare lo spostamento verticale del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

Calcolare lo spostamento verticale del nodo C

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C

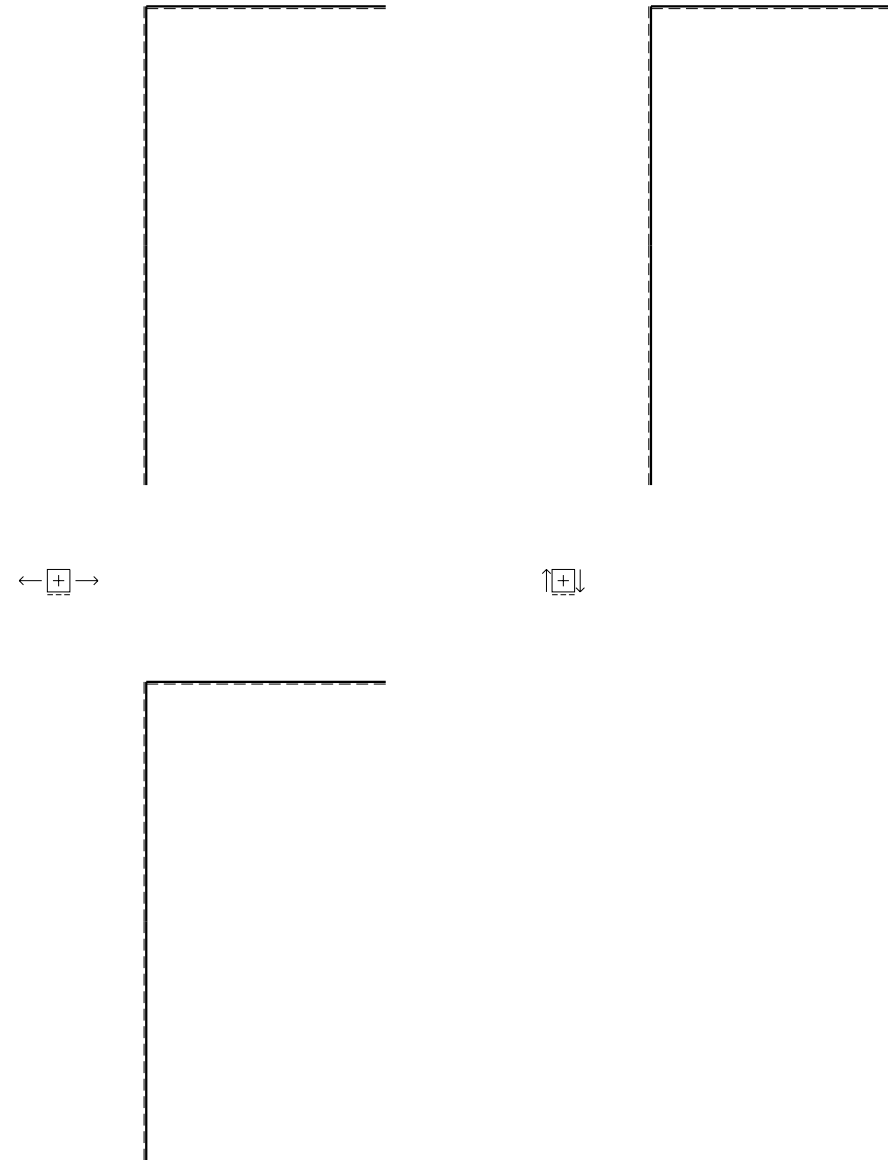
Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

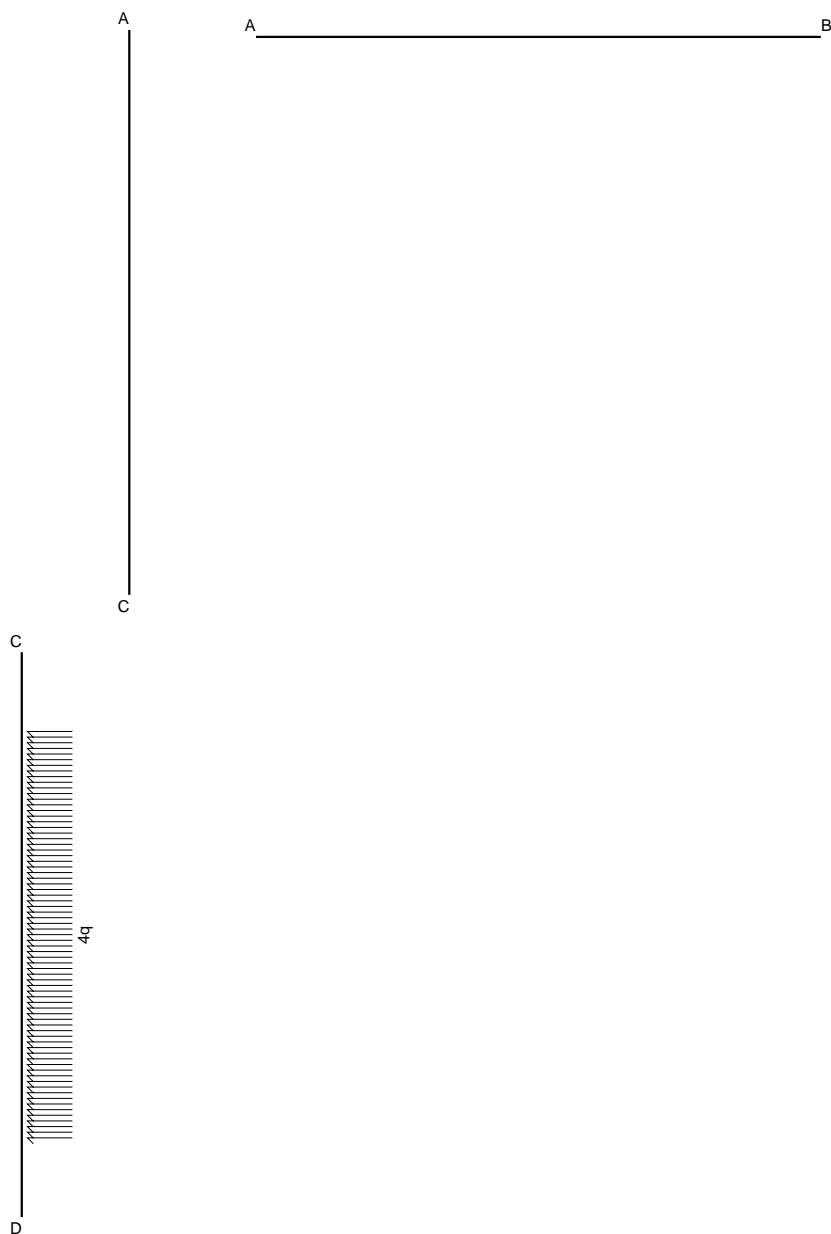
Calcolare lo spostamento verticale del nodo D su asta DC.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D

Calcolare la rotazione assoluta del nodo D su asta DC.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano





DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

AC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_A =$

$\varphi_A =$

$v_C =$

$u_C =$

$\varphi_C =$

$v_{DDC} =$

$u_D =$

$\varphi_{DDC} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

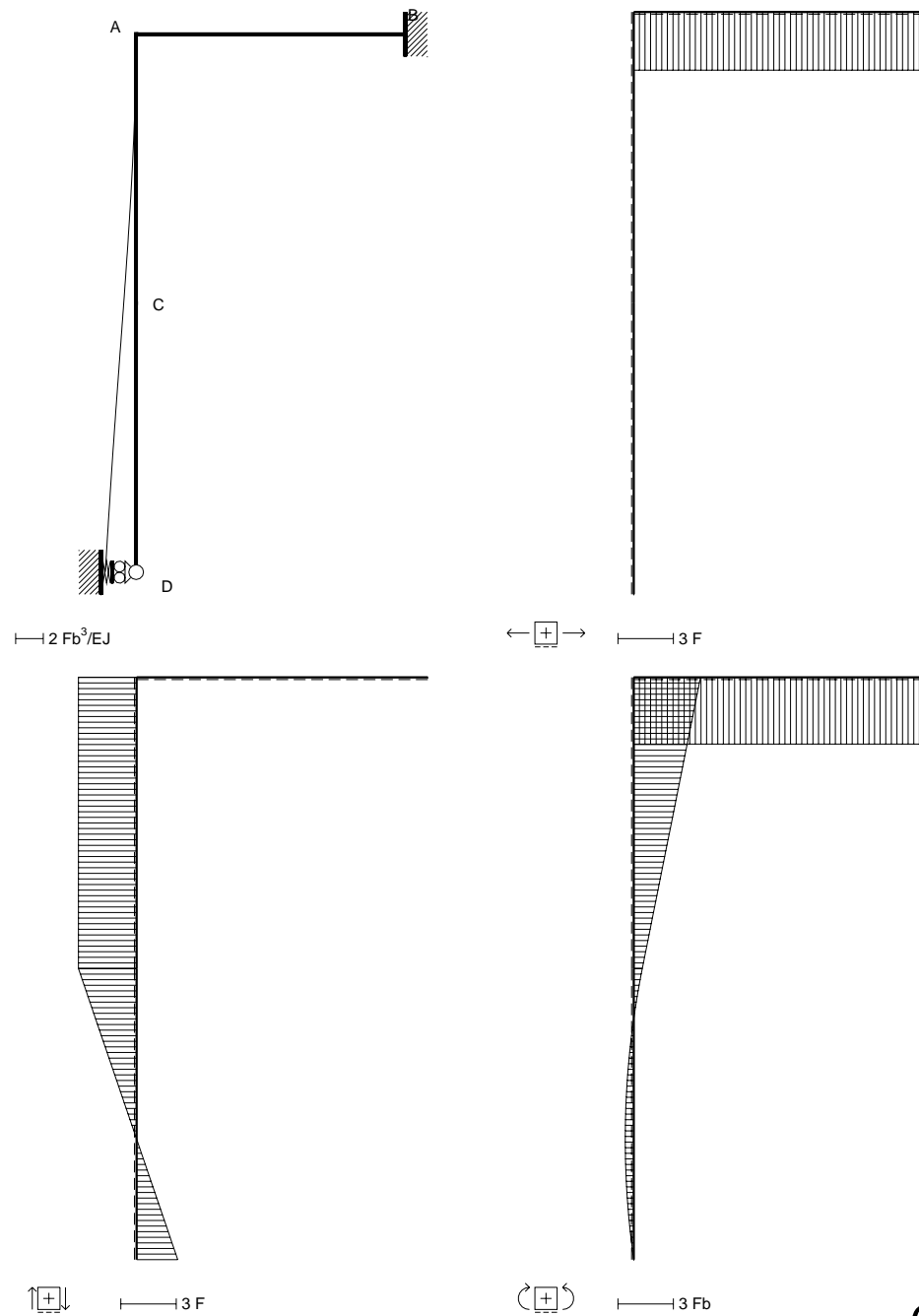
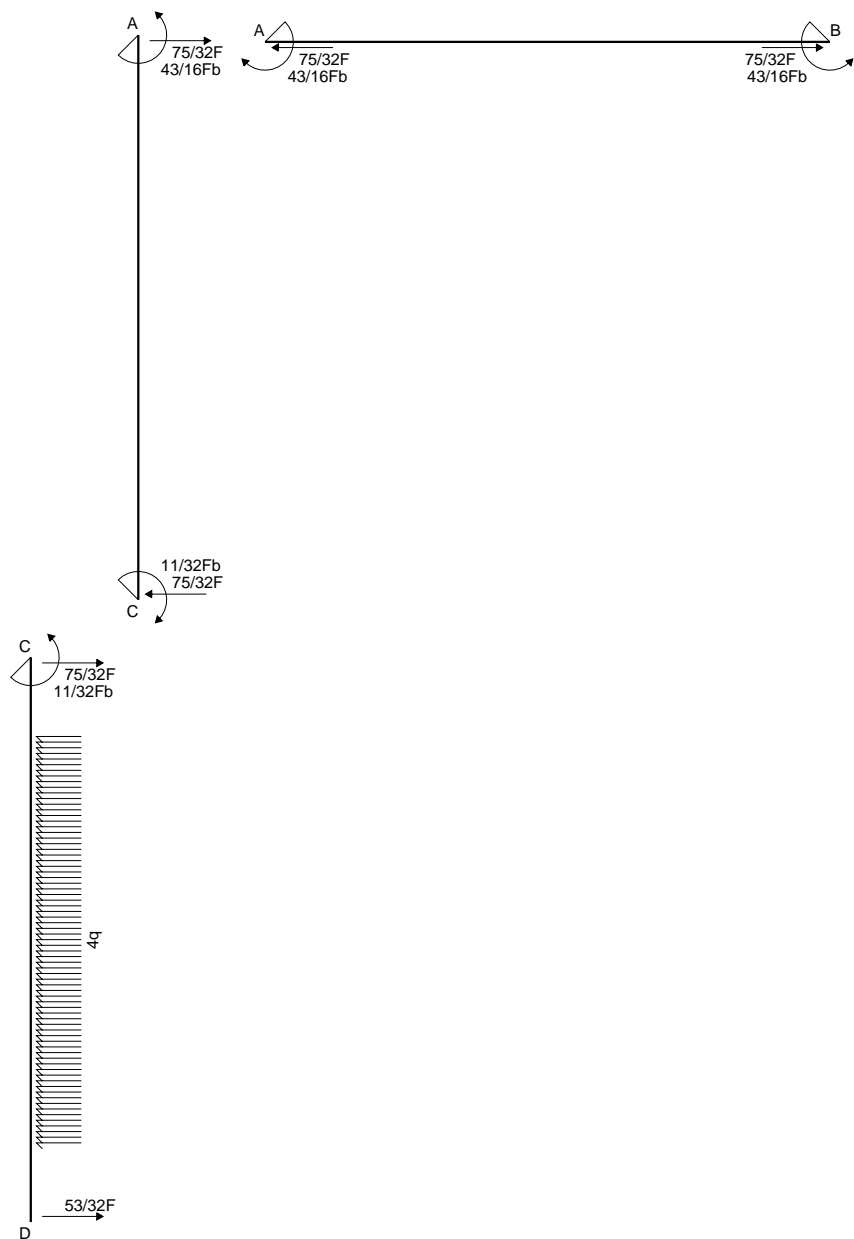
$v_C =$

$\varphi_C =$

$u_D =$

$v_{DDC} =$

$\varphi_{DDC} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BA}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CD} K_{CD} φ_{AC} K_{AC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) - y'_{AC}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) = 0$$

$$y'_{CD}(0) - y'_{AC}(b) = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{CD}(b) + 1/2H_D b^3/EJ = 0$$

$$y_{AC}(0) = 0$$

$$y_{AC}(b) - y_{CD}(0) = 0$$

$$M_{AB} = X$$

$$EJy'' = -2EJ\theta + 3/4X$$

$$EJy' = -2EJ\theta x + 3/4Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -EJ\theta x^2 + 3/8Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CD} = Fx + Fb - 2qx^2 + 1/2Xx/b - 1/2X$$

$$EJy'' = 1/2Fx + 1/2Fb - qx^2 + 1/4Xx/b - 1/4X$$

$$EJy' = 1/4Fx^2 + 1/2Fbx - 1/3qx^3 + 1/8Xx^2/b - 1/4Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = 1/12Fx^3 + 1/4Fbx^2 - 1/12qx^4 + 1/24Xx^3/b - 1/8Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

$$M_{AC} = Fx + 1/2Xx/b - X$$

$$EJy'' = 1/3Fx + 1/6Xx/b - 1/3X$$

$$EJy' = 1/6Fx^2 + 1/12Xx^2/b - 1/3Xx + EJ\varphi_{AC}$$

$$EJy = 1/18Fx^3 + 1/36Xx^3/b - 1/6Xx^2 + EJ\varphi_{AC}x + EJK_{AC}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & \varphi_{AC}b & K_{AC} & Xb^2/EJ \\ y'_{AB} & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ y'_{BA} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3/4 \\ y'_{CD} & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1/4 \\ y_{BA} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3/8 \\ y_{DC} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1/3 \\ y_{AC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ y_{CA} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -5/36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [qb^4/EJ & \alpha Tb] \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1/6 & 0 \\ 0 & 1 \\ -7/4 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/18 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{AC}b \\ \varphi_{CD}b \\ K_{AB} \\ K_{CD} \\ K_{AC} \\ Xb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Fb^3/EJ] \\ -1/64 \\ -1/64 \\ -25/48 \\ 1/128 \\ -1/3 \\ 0 \\ 43/16 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 1/128Fb^3 - 1/64xFb^2 + 1/128x^2Fb$$

$$BA \ y(x)EJ = 1/128x^2Fb$$

$$CD \ y(x)EJ = -1/3Fb^3 - 25/48xFb^2 - 11/128x^2Fb + 25/128x^3F - 1/12x^4q$$

$$DC \ y(x)EJ = -53/64Fb^3 + 169/384xFb^2 + 53/384x^3F - 1/12x^4q$$

$$AC \ y(x)EJ = -1/64xFb^2 - 43/96x^2Fb + 25/192x^3F$$

$$CA \ y(x)EJ = -1/3Fb^3 + 25/48xFb^2 - 11/192x^2Fb - 25/192x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$v_A = 1/128(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -1/64(Fb^2/EJ)$$

$$v_C = 1/128(Fb^3/EJ)$$

$$u_C = -1/3(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = -25/48(Fb^2/EJ)$$

$$v_{DDC} = 1/128(Fb^3/EJ)$$

$$u_D = -53/64(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = -169/384(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$u_B = 0$$

$$u_C = -1/3(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = 1/128(Fb^3/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$v_C = 1/128(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_A = -1/64(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 0$$

$$\varphi_C = -25/48(Fb^2/EJ)$$

$$u_D = -53/64(Fb^3/EJ)$$

$$v_{DDC} = 1/128(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{DDC} = -169/384(Fb^2/EJ)$$