

Complementi di Scienza delle Costruzioni

prof Egidio RIZZI

www.unibg.it/pers/?egidio.rizzi (9413)

Programma

Meccanica delle Strutture I

- Analisi cinematica geometrica o analitica (schemi non elementari)
- Cinematica/statica e loro dualità, via PLV
- Calcolo relativo di RV e AI (N, T, M) col PLV
- Travi rettilinee: axioni interne in arco curve
- Analisi dei sistemi di trave deformabili, con effetti elastici ed anelastici (cedimenti vincolari, sezioni fessurate); sollec. di strutture più volte iperstatiche

Analisi cinematica (AC)

- Volta a stabilire se per un sistema articolato di corpi rigidi risultano possibili movimenti (finiti o ∞ atti di moto)
- Sistema si dice LABILE se risultano possibili: sistema cinematicamente indeterminato in quanto la sua conf. ne non è univoc. nota, e può derivare da un n. finito di g.d.l. residui (pari al grado di labilità $L > 0$)

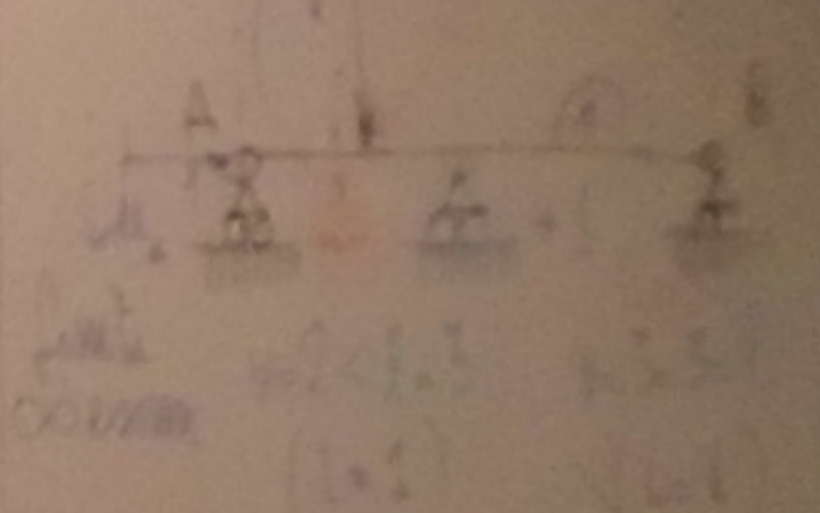
Meccanica dei Solidi

- Complemento su cinematica (sen di congruenza) e statica (spesso) di sistemi su legami art. (omotopici)
- Riformulazioni del p.b. elastico; Th. di Kirchhoff (unici), dim. del PLV
- P.b. di DSV: trattazione analitica, torsione, profili sottili aperti e chiusi (non simm.)

Hp Vincoli

- rotoli
- pelli
- vincoli

Esempio 2. AS

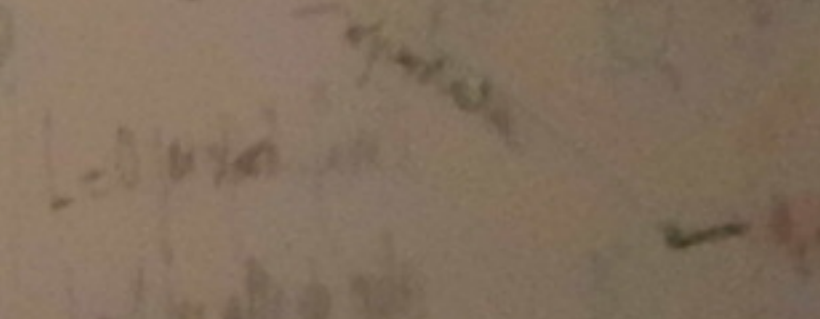


- Vincoli non labili, se cinematicamente determinati ($L=0$)

- CN di non labilità

$g.d.l. = n - \sum g.d.l. = 0$

- Grado di indeterminazione cinematica



IV V

Complementi di Scienza delle Costruzioni

prof. Egidio RIZZI

www.unibg.it/pers/egidio.rizzi (9413)

Programma

Meccanica delle Strutture I

- Analisi cinematica geometrica o analitica (schemi non elementari)
- Cinematica / statica e loro dualità, via PLV
- Calcolo ultimo di RV e AI (N, T, M) del PLV
- Tronature reticolate: azioni interne in stato elastico
- Analisi dei sistemi di trave deformabili, con effetti elastici ed anelastici. Ordinati finiti, basici finiti; analisi di strutture più volte iperstatiche

• Analisi cinematica (AC)

- Volta a stabilire se per un sistema articolato di corpi rigidi risultano possibili movimenti (finiti o ∞ infiniti, atti di moto)
- Sistema si dice LABILE se risultano possibili: sistema cinematicamente indeterminato in quanto la sua conf. ne non è univoc. nota, se pure descrivibile da un n. finito di q.d.l. residui (pari al grado di labilità $L > 0$)

Meccanica dei Solidi

- Complemento su cinematica (eq. di congruenza) e statica (spazio) dei continui su legami int. (anisotropia)
- Riformulazione del pl. elastico; Th. di Kirchhoff (unici), dim. del PLV
- Pb. di DSV: trattazione qualitativa, torsione, profili rettili aperti e chiusi (non s.m.m.)

Hp Vincoli

- ideali
- perfetti
- bilaterali

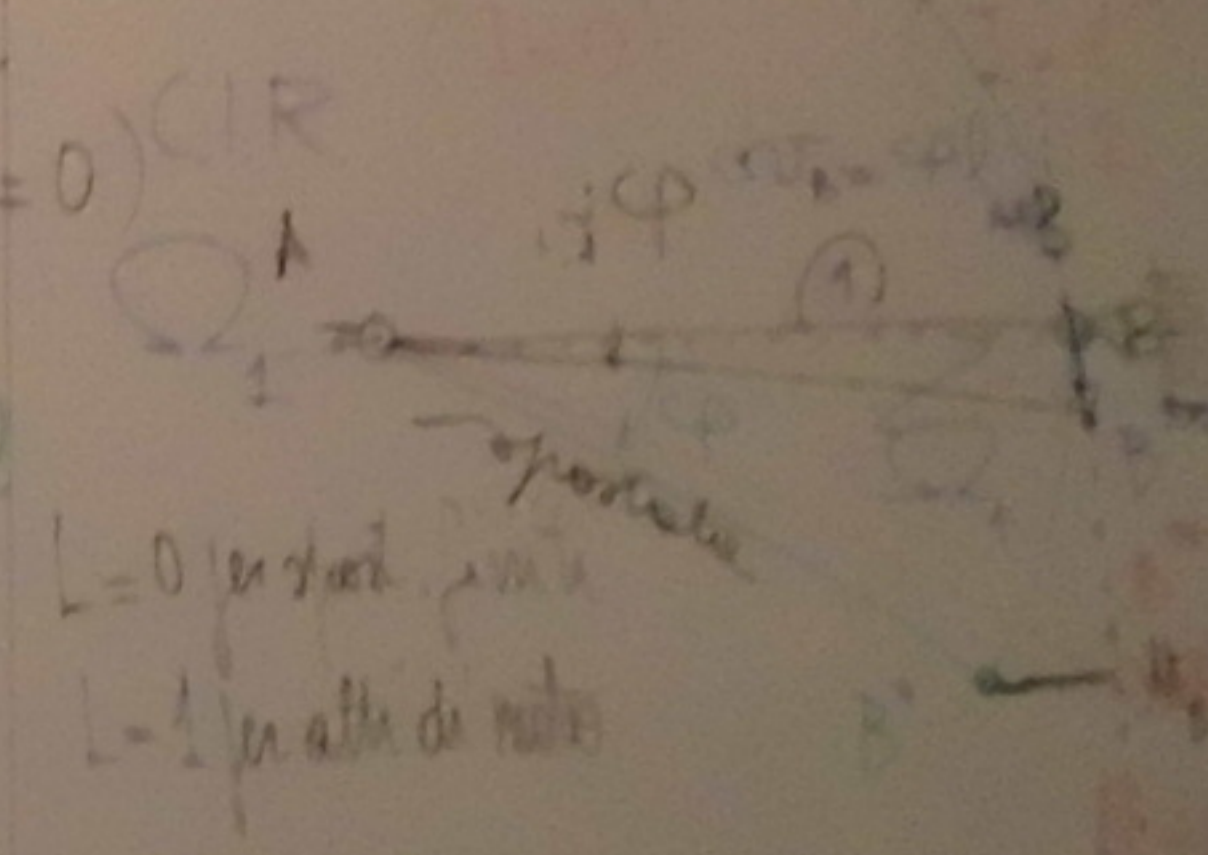
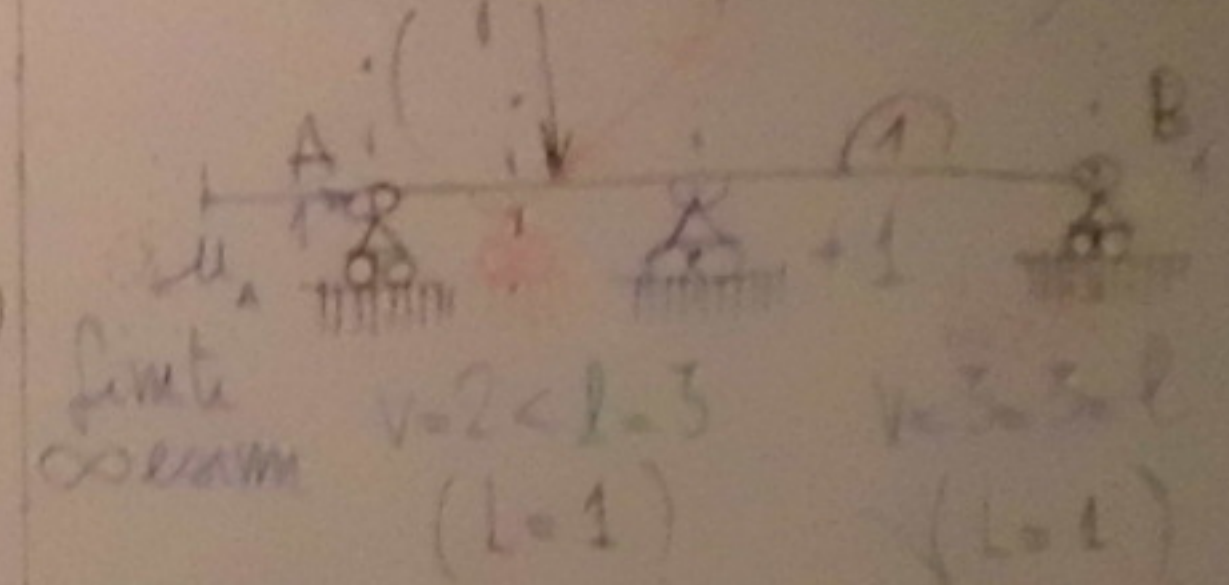
- Viceversa non labile se cinematicamente determinato ($L = 0$)

- CN di non labilità

$$q.d.v. = v \geq q.d.l. = l$$

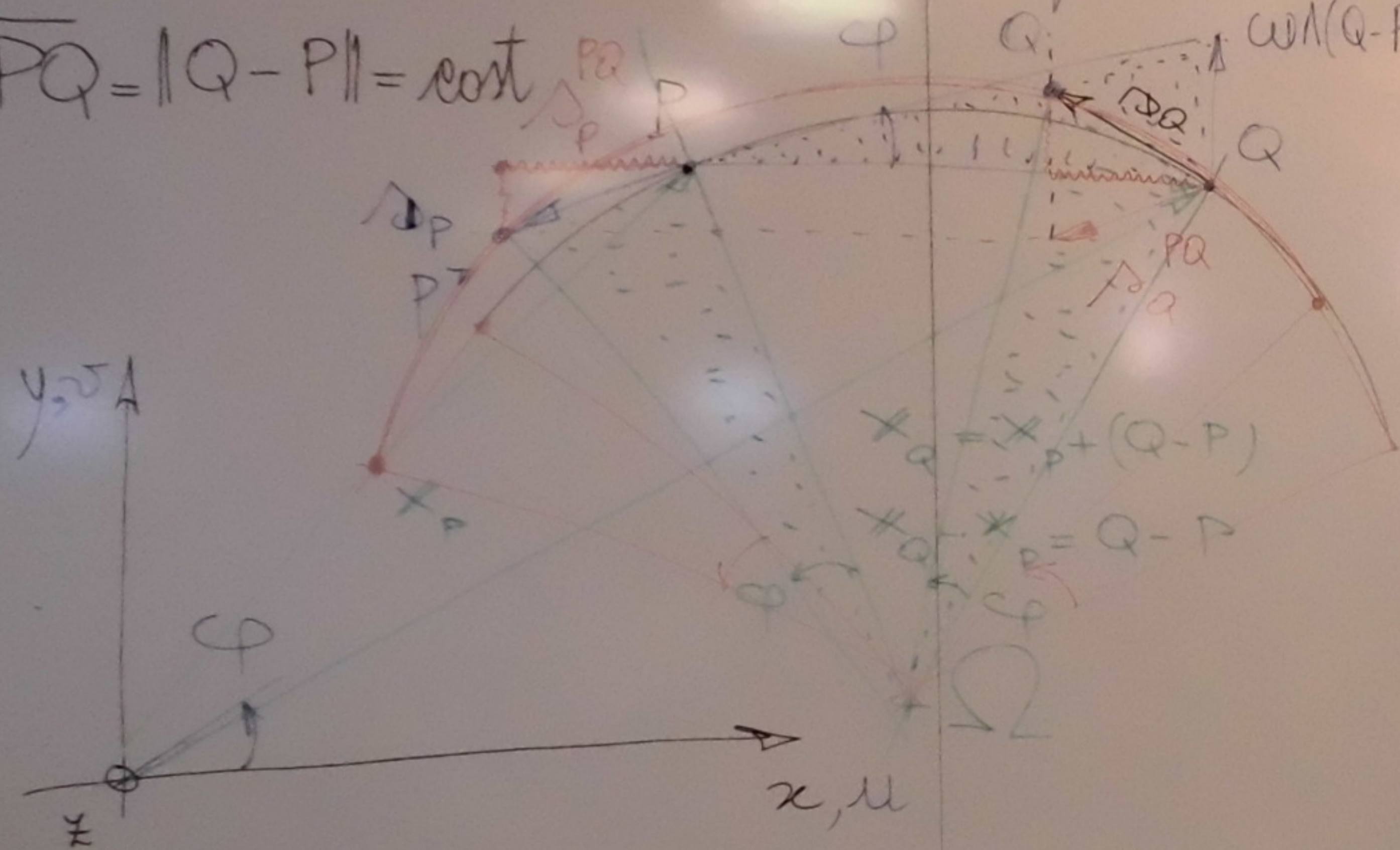
- L grado di indeterminazione cinematica

Esempio 2, AS



Cinematica di attodi moto (piano)

$$\overline{PQ} = \|Q - P\| = \text{cost}$$



rigido

Rappresentazione analitica (MR)

$$\Delta_Q = \Delta_P + \omega \wedge (Q - P)$$

vettore
rotazione $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \Delta_Q - \Delta_P = \omega \wedge (Q - P)$$

$$(\Delta_Q - \Delta_P) \cdot (Q - P) \equiv 0$$

$$\Delta_Q \cdot (Q - P) = \Delta_P \cdot (Q - P)$$

$$\underbrace{\Delta_Q \cdot (Q - P)}_{\Delta_Q \cdot \overline{PQ}} = \underbrace{\Delta_P \cdot (Q - P)}_{\Delta_P \cdot \overline{PQ}}$$

$$\|Q - P\| = \text{cost} \quad (\text{corpo rigido})$$

• Atto di moto rototraslatorio piano

- Δ_P comp. traslazione

- ω comp. rotazione

$$Q \equiv \Omega \Rightarrow \Delta_Q = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta_P = \omega \wedge (P - \Omega) \\ \Delta_Q = \omega \wedge (Q - \Omega) \end{cases}$$

Atto puramente rotatorio

- Somma di vettori rigidi

$$\textcircled{1} \Delta_Q = \Delta_P + \omega \wedge (Q - P)$$

$$\textcircled{2} \Delta_Q = \Delta_P + \omega \wedge (Q - P)$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{2} \Delta_Q + \Delta_Q = \Delta_P + \Delta_P + (\omega + \omega) \wedge (Q - P)$$

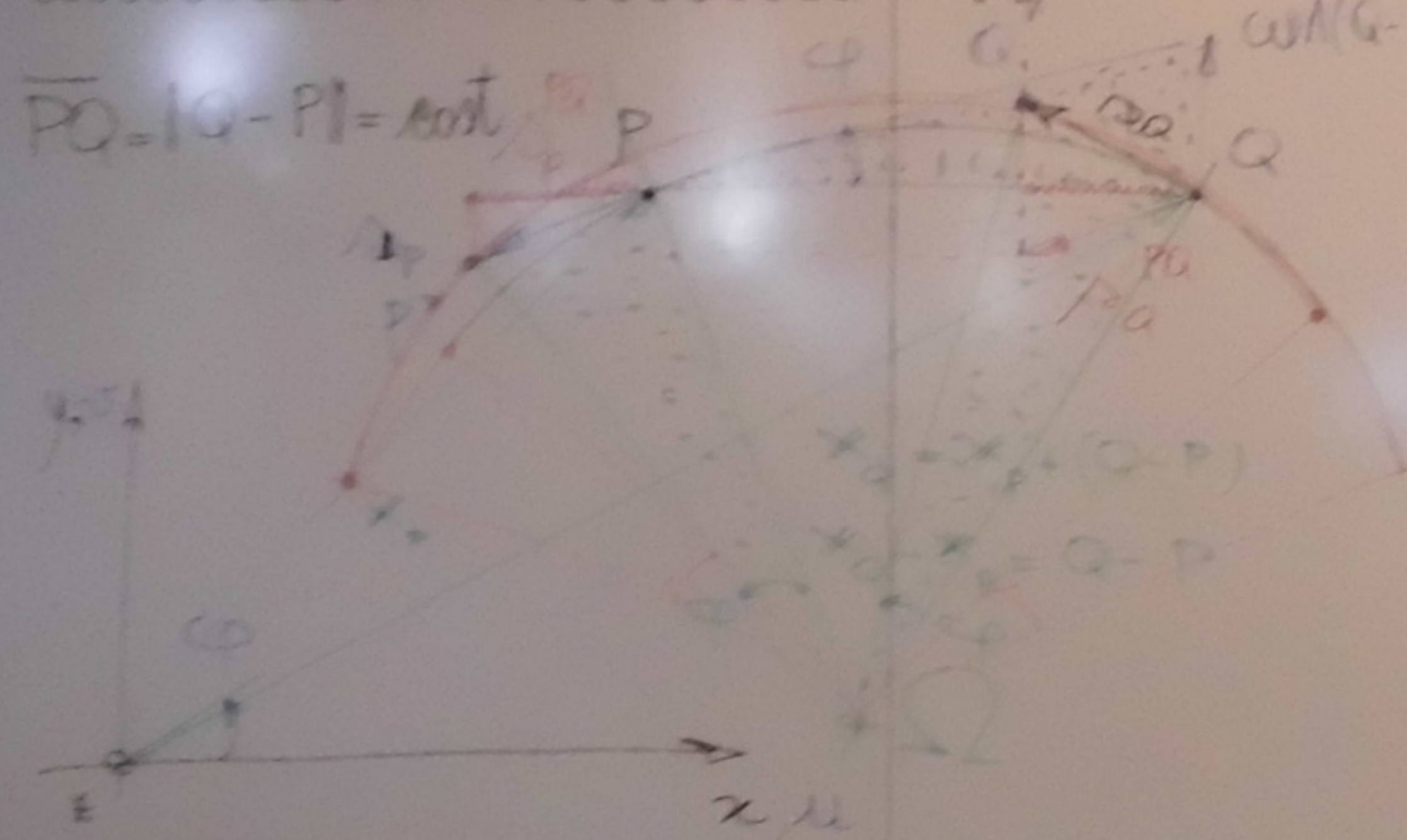
$$\Delta_Q = \Delta_P + \omega \wedge (Q - P)$$

$$\omega = \omega + \omega$$

Geometria di attodi moto piano

rigido

Rappresentazione analitica (MR)



$$\vec{v}_Q = \vec{v}_P + \omega \wedge (\vec{Q} - \vec{P})$$

velocità
rotazione

• Atto di moto rototraslatorio piano

- $\vec{v}_P$ comp. traslazione
- ω comp. rotazione

• $Q \equiv \Omega \Rightarrow \vec{v}_Q = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{v}_P = \omega \wedge (\vec{P} - \vec{\Omega}) \\ \vec{v}_Q = \omega \wedge (\vec{Q} - \vec{\Omega}) \end{cases}$

• Atto puramente rotatorio

$$\Rightarrow \vec{v}_Q - \vec{v}_P = \omega \wedge (\vec{Q} - \vec{P}) \cdot (\vec{Q} - \vec{P})$$

$$(\vec{v}_Q - \vec{v}_P) \cdot (\vec{Q} - \vec{P}) \equiv 0$$

$$\vec{v}_Q \cdot \frac{(\vec{Q} - \vec{P})}{\|\vec{Q} - \vec{P}\|} = \vec{v}_P \cdot \frac{(\vec{Q} - \vec{P})}{\|\vec{Q} - \vec{P}\|}$$

$$\underbrace{\vec{v}_Q}_{\vec{v}_Q} = \underbrace{\vec{v}_P}_{\vec{v}_P}$$

$$\|\vec{Q} - \vec{P}\| = r \cos t \text{ (corpo rigido)}$$

- Somma di rotte rigide consecutive

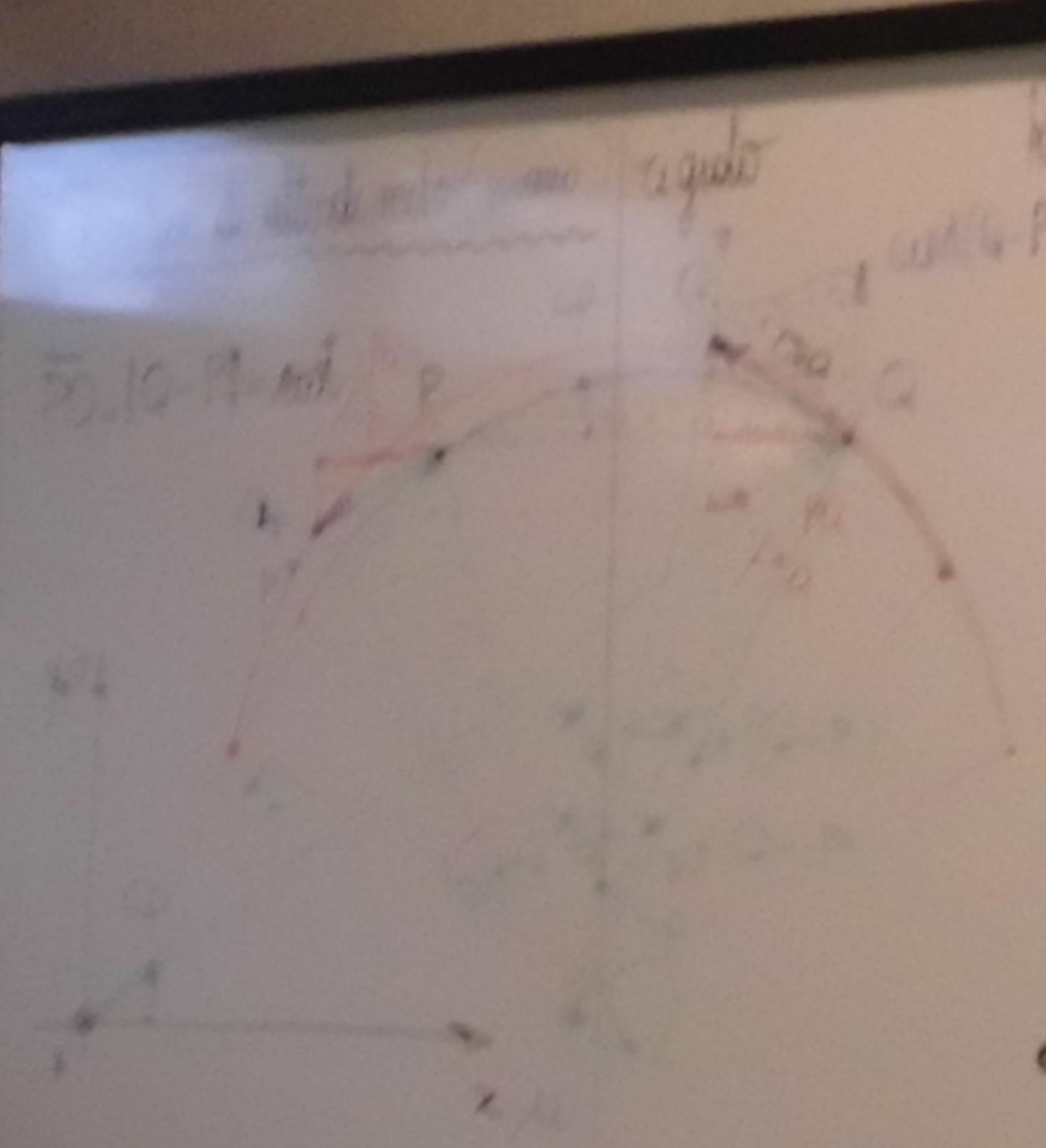
$$\textcircled{1} \vec{v}_Q = \vec{v}_P + \omega \wedge (\vec{Q} - \vec{P})$$

$$\textcircled{2} \vec{v}_Q = \vec{v}_P + \omega \wedge (\vec{Q} - \vec{P})$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \vec{v}_Q + \vec{v}_Q = \vec{v}_P + \vec{v}_P + (\omega + \omega) \wedge (\vec{Q} - \vec{P})$$

$$\vec{v}_Q = \vec{v}_P + \omega \wedge (\vec{Q} - \vec{P})$$

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$



Rappresentazione analitica (MR)

$$\Delta_Q = \Delta_P + \omega \wedge (Q-P)$$

vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$
 rotazione

• Atto di moto rototraslatorio piano

- Δ_P comp. traslazioni
- ω comp. rotazioni

• $Q = \Omega \Rightarrow \Delta_Q = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta_P = \omega \wedge (P-\Omega) \\ \Delta_Q = \omega \wedge (Q-\Omega) \end{cases}$

Atto puramente rotatorio

$$\Rightarrow \Delta_Q - \Delta_P = \omega \wedge (Q-P) \cdot (Q-P)$$

$$(\Delta_Q - \Delta_P) \cdot (Q-P) \equiv 0$$

$$\Delta_Q \cdot \frac{(Q-P)}{\|Q-P\|} = \Delta_P \cdot \frac{(Q-P)}{\|Q-P\|}$$

$\underbrace{\Delta_Q}_{\substack{PQ \\ \Delta_Q}} = \underbrace{\Delta_P}_{\substack{PQ \\ \Delta_P}}$

$\|Q-P\| = \text{cost (corpo rigido)}$

Somma di rotaz. rigide coerente

$$\textcircled{1} \Delta_Q^{(1)} = \Delta_P^{(1)} + \omega^{(1)} \wedge (Q-P)$$

$$\textcircled{2} \Delta_Q^{(2)} = \Delta_P^{(2)} + \omega^{(2)} \wedge (Q-P)$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Delta_Q^{(1)} + \Delta_Q^{(2)} = \Delta_P^{(1)} + \Delta_P^{(2)} + (\omega^{(1)} + \omega^{(2)}) \wedge (Q-P)$$

$$\Delta_Q = \Delta_P + \omega \wedge (Q-P)$$

$$\omega = \omega^{(1)} + \omega^{(2)}$$