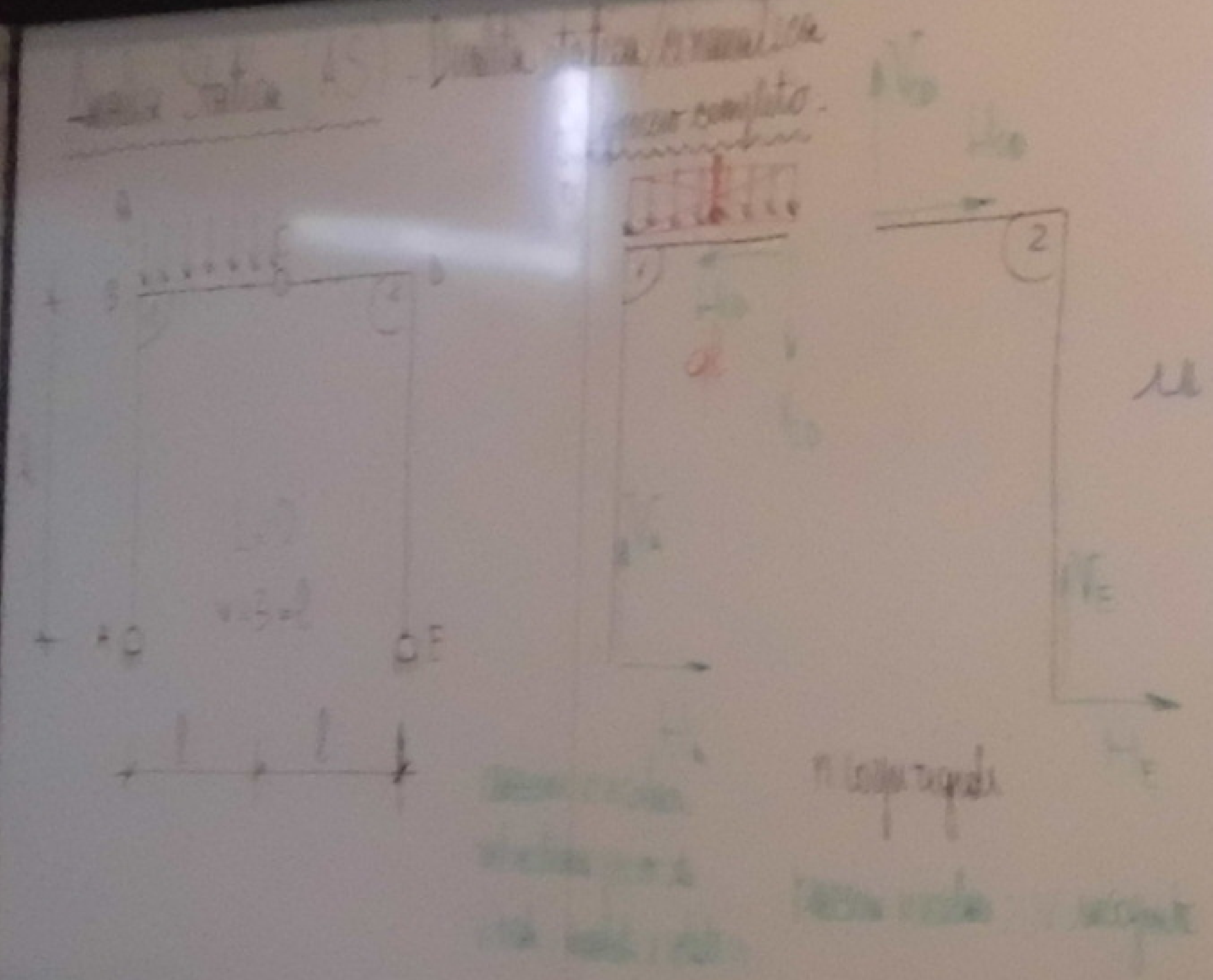
Analisi Statica (AS) - Dualità statica/cinematica
Approccio completo
Scrittura delle eq.ni di equil.
Notazione matriciale
L = 0
v = 3 = l
n corpi rigidi
reazioni vincolari: v incognite
l = 3n eq.ni di equil.
$\Sigma F_x^{(1)} = 0$
$\Sigma F_y^{(1)} = 0$
$\Sigma M_A^{(1)} = 0$
$\Sigma F_x^{(2)} = 0$
$\Sigma F_y^{(2)} = 0$
$\Sigma M_E^{(2)} = 0$
$H_A - H_{CD} = 0$
$V_A - V_{CD} - ql = 0$
$H_{CD}h - V_{CD}l - \frac{ql^2}{2} = 0$
$H_E + H_{CD} = 0$
$V_E + V_{CD} = 0$
$-H_{CD}h - V_{CD}l = 0$
E matrice di equil.
vettore forze attive

Analisi Statica (AS) - Dualità statica/cinematica
Approccio completo
Scrittura delle eq.ni di equil.
Notazione matriciale
L=0
v=3=l
n corpi rigidi
$\Sigma F_x^{(1)}=0$
$\Sigma F_y^{(1)}=0$
$\Sigma M_A^{(1)}=0$
$\Sigma F_x^{(2)}=0$
$\Sigma F_y^{(2)}=0$
$\Sigma M_E^{(2)}=0$
$H_A-H_{CD}=0$
$V_A-V_{CD}-ql=0$
$H_{CD}h-V_{CD}l-\frac{ql^2}{2}=0$
$H_E+H_{CD}=0$
$V_E+V_{CD}=0$
$-H_{CD}h-V_{CD}l=0$
l=3n eq.ni di equil.
E matrice di equil.
l=3n x v
vettore risultante
$\mathbb{S}=\mathbb{E}\cdot\mathbb{r}+\mathbb{f}=0\ ;\ \mathbb{E}\cdot\mathbb{r}=-\mathbb{f}$
vettore forze reattive
forze attive
$\mathbb{r}=-\mathbb{E}^{-1}\cdot\mathbb{f}$
r vettore delle RV
f vettore delle forze attive
Per ispezione:
$\mathbb{E}=\mathbb{C}^T$
$(\mathbb{C}=\mathbb{E}^T)$



Scrittura delle eq.ni di equil.

$$\mathfrak{u} \leftrightarrow \begin{cases} \sum F_x^{(1)} = 0 \\ \sum F_y^{(1)} = 0 \\ \sum M_A^{(1)} = 0 \\ \sum F_x^{(2)} = 0 \\ \sum F_y^{(2)} = 0 \\ \sum M_E^{(2)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_A - H_{CD} = 0 \\ V_A - V_{CD} - ql = 0 \\ H_{CD}h - V_{CD}l - \dfrac{ql^2}{2} = 0 \\ H_E + H_{CD} = 0 \\ V_E + V_{CD} = 0 \\ -H_{CD}h - V_{CD}l = 0 \end{cases}$$

$l = 3n$ eq.ni di equil.

$\$, f \leftrightarrow \mathfrak{u}$

$r \leftrightarrow \mathbb{V}$

Notazione matriciale

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{array}{cccccc} H_A & V_A & H_{CD} & V_{CD} & H_E & V_E \end{array}}_{} $$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h & -l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -h & -l & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbb{E}} \underbrace{\begin{Bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_{CD} \\ V_{CD} \\ H_E \\ V_E \end{Bmatrix}}_{r} + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ -ql \\ -\dfrac{ql^2}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}_{f} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$\mathbb{E}$ matrice di equil.

$l = 3n \times v$

r vettore delle RV $v \times 1$

f vettore delle forze attive $v \times 1$

vettore risultante $\$ = \underbrace{\mathbb{E} \cdot r}_{\text{vettore forze reattive}} + \underbrace{f}_{\text{forze attive}} = 0 \; ; \; \mathbb{E} \cdot r = -f$

$r = -\mathbb{E}^{-1} \cdot f$

$\mathbb{V}$ $r[\mathbb{E}] = r[\mathbb{C}] = r = 6$

$\det[\mathbb{E}] = \det[\mathbb{C}] = -2hl \neq 0$

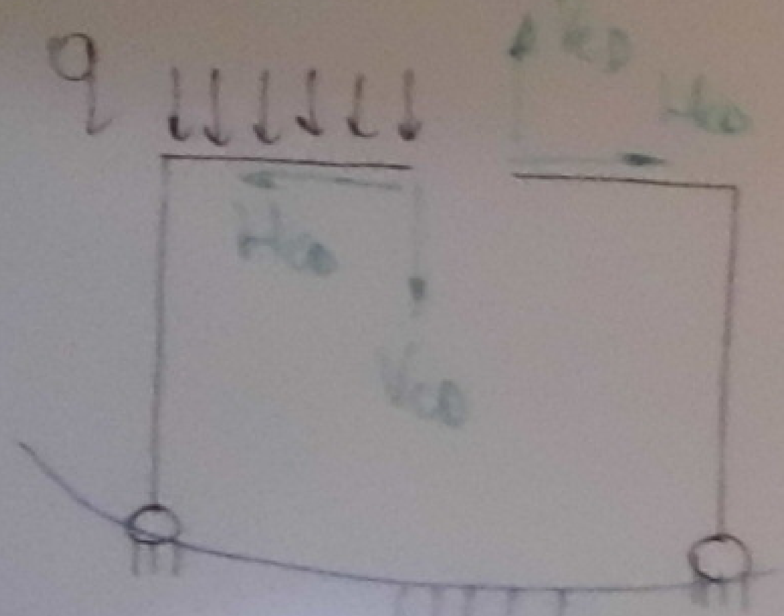
Per ispezione:

$\mathbb{E} = \mathbb{C}^T$

$(\mathbb{C} = \mathbb{E}^T)$

Approccio ridotto: schema ad albero

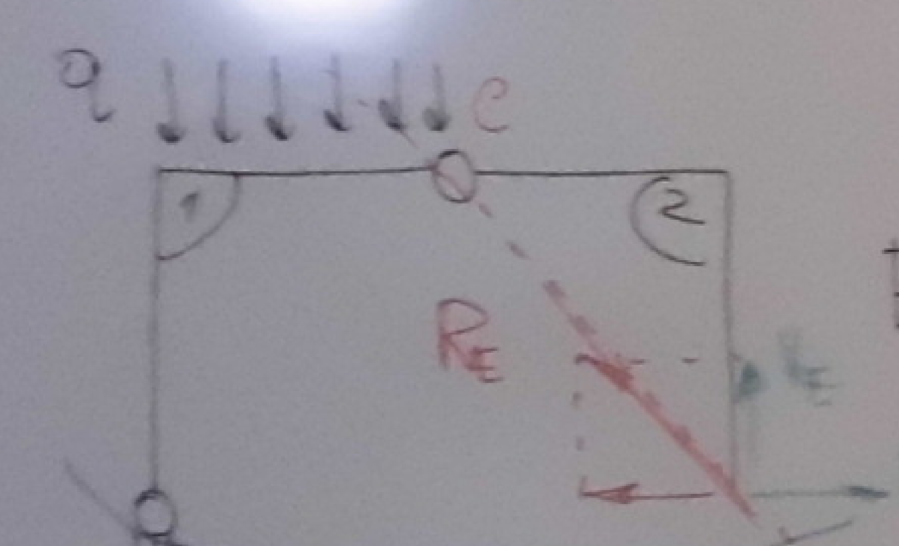
1)



$$\mathbb{E}^{\triangleright} = \begin{bmatrix} h & -l \\ -h & -l \end{bmatrix}$$

sottomatrice di $\mathbb{E}$

2)



$$\mathbb{E}^{\triangleright} = \begin{bmatrix} 0 & 2l \\ h & l \end{bmatrix}$$

non sottom. di $\mathbb{E}$

$$\begin{cases} V_E 2l - \frac{ql^2}{2} = 0 \Rightarrow V_E = \frac{ql}{4} \\ H_E h + V_E l = 0 \Rightarrow H_E = -\frac{ql^2}{4h} \end{cases} \qquad \begin{cases} \sum M_A^{①+②} = 0 \\ \sum M_C^{②} = 0 \end{cases}$$

Proprietà del sistema di equil.

$\underset{l=3n\times v}{\$ = \mathbb{E}} \cdot r + f = 0$ $\quad r \le \min\{l=3n, v\}$

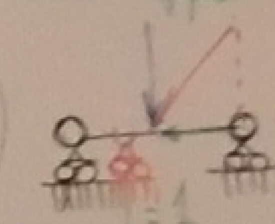
- $I = N[\mathbb{E}] = v - r[\mathbb{E}] \ge 0$ $\quad = 0$ static det. (rango pieno) $\quad > 0$ indet. (deficiente di rango)

grado di indeterminazione statica

Cinematica strutturale

- Il sistema si dice "coerente" (equilibrabile) se $\exists$ almeno una sol.
- CNS per coerente $r[\mathbb{E}] = r[\mathbb{E}, -f]$ (Th. di Rouché-Capelli)

non coerente $\quad$ " $<$ (non equilibrabile)



$I=1$

$I=0,1$

- CNS per unica soluzione " $=$ " $= v$ $(I=0)$
- " " ∞ sol. " $=$ " $< v$ $(I>0)$

Cinematica/statica $\quad$ rango $r = r[\mathbb{C}] = r[\mathbb{E}]$ $\quad \mathbb{C} = \mathbb{E}^T$ $\quad L = I + l - v$

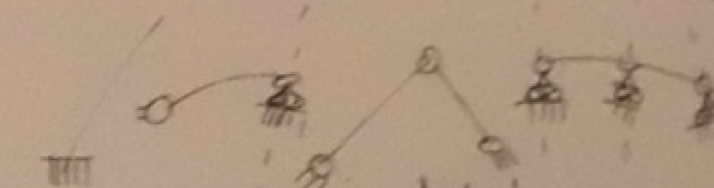
sist. di congr. $\mathcal{V} = \mathbb{C} \cdot u = \bar{v} = 0$, $\quad L = l - r[\mathbb{C}] \ge 0$ $\quad$ dualità $\quad I - L = v - l$

sist. di equil. $\$ = \mathbb{E} \cdot r + f = 0$, $\quad I = v - r[\mathbb{E}] \ge 0$ $\quad \mathbb{E} = \mathbb{C}^T$ $\quad \boxed{I = L + v - l}$

1) $L=0$, $I=0$ (cinem. determinata, stat. det.)

$r = l$, $r = v \Rightarrow \boxed{v = l}$ (rango pieno)

$$v\,\boxed{\mathbb{C}}^{\,l} \qquad l\,\boxed{\mathbb{E}}^{\,v} \qquad \det[\mathbb{E}] = \det[\mathbb{C}] \ne 0, \text{ non singolari}$$



rango pieno

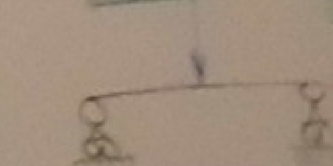
Strutture isostatiche

3) $L>0$, $I=0$ (sist. cinem. indeterm., static. det.)

$r < l$ $\quad r = v \Rightarrow \boxed{v < l}$

$$v\,\boxed{\mathbb{C}}^{\,l} \qquad l\,\boxed{\mathbb{E}}^{\,v}$$

rango pieno



Strutture ipostatiche

Strutture iperstatiche


Proprietà del sistema di equil.
I = N[E] − v − r[E] ≥ 0
grado di indeterminazione statica
Il sistema si dice "coerente" (equilibrabile) se ∃ almeno una sol.
non coerente
non equilibrabile
CNS per unica soluzione
I = 0, 1
Cinematica / statica
Statica strutturale
Strutture isostatiche
Strutture iperstatiche
Strutture ipostatiche
I = L + v − ℓ

Cinematica strutturale
1) L=0, I=0 (sistema determinato, sia cinem. che static.)
r=l, r=v => v=l (rango pieno)
det[E]=det[C]≠0, non singolari
rango pieno
Strutture isostatiche
I=L+v-l
2) L=0, I>0 (sist. cinem. det., static. indet.)
I = v-l
r=l, r<v => v>l
rango pieno
I=1
=2
Strutture iperstatiche
3) L>0, I=0 (sist. cinem. indeterm., static. det.)
r<l, r=v => v<l, L=l-v
rango pieno
Strutture ipostatiche
4) L>0, I>0 (sist. indet., sia cinem. che static.)
r<l, r<v => v ≷ l
deficienza di rango
v<l
v=l
v>l
L=1, I=1
L=I=1
L=1, I=2
iperstaticità assiale