Metodo della Linea Elastica (LE)
Generico tratto di trave:
Scrittura delle condizioni al contorno
y1(0)=0 cerniera in A
molla rotaz in A
cont. alla rotaz in B
cerniera in A + EA → ∞
y2(b)=0
B: nodo fisso
EA → ∞
GA → ∞
L=0
I=1
n=2 campi di integr.
eq.ne differenziale della LE nel tratto i degli n tratti
Tratto 1
Tratto 2
Risoluzione del pb. static. indet.
imposizione della condizione di congruenza corrispondente al grado di vincolo ritenuto ridondante (elastico)
= I+2n
X, A1, A2 ; B1, B2

Metodo della Linea Elastica (LE)
Generico tratto di trave
$EJ_i\, y_i'' = M_i(x_i) + EJ_i\, \vartheta_{t_i}$
eq. ne differenziale della LE nel tratto i degli n tratti
Tratto ①
$EJ\, y_1''(x_1) = -\frac{F}{b}\frac{x_1^2}{2} + \left(\frac{F}{2}+\frac{X}{b}\right)x_1 - X + Fb$
Tratto ②
$EJ\, y_2''(x_2) = 0 + 0$
$EJ\, y_2'(x_2) = B_1$
$EJ\, y_2(x_2) = B_1 x_2 + B_2$
Scrittura delle condizioni al contorno ($n_{cc} = I + 2n = 5$)
$y_1(0) = 0$ cerniera in A
$y_1'(0) = -\varphi_A = -\frac{X}{K}$ molla rotaz. in A
$y_1(b) = -\delta + \varepsilon_t b = 0$
$y_1'(b) = y_2'(b)$
cont. alla rotaz. in B
$y_2(b) = 0$
cerniera in A + $EA_{AB} \to \infty$
moto rigido
Imposizione delle c.c.
$y_1(0) = 0 \Rightarrow \boxed{A_2 = 0}$
$EJ\, y_1'(0) = -\frac{X}{K}EJ = -\frac{b}{\beta}X \Rightarrow \boxed{A_1(X) = -\frac{b}{\beta}X}$
$EJ\, y_1(b) = 0 \Rightarrow -\frac{F}{b}\frac{b^4}{24} + \left(\frac{F}{2}+\frac{X}{b}\right)\frac{b^3}{6}$
$EJ\, y_1'(b) = EJ\, y_2'(b) \Rightarrow -\frac{F}{b}\frac{b^3}{6} + \left(\frac{F}{2}+\frac{X}{b}\right)\frac{b^2}{2} + (Fb - X)\,b$
$EJ\, y_2(b) = 0 \Rightarrow B_1 b + B_2 = 0 \Rightarrow B_2 = -B_1 b = -\frac{13}{48}\frac{6+\beta}{3+\beta}Fb^3$
Linee elastiche finali
X → RV(X) trovo RV finali
Calcolo di comp. di spost. di nodi caratteristici

Metodo della Linea Elastica (LE)

- Scrittura delle condizioni al contorno ($n_{cc} = I + 2n = 5$)
  - $y_1(0) = 0$ cerniera in A
  - $y_1'(0) = -\varphi_A = -\frac{X}{K}$ molla rotaz. in A (condiz. di congruenza)
  - $= -\delta + \varepsilon_t b = 0$ — C + $EA_{BC} \to \infty$, allung. termica su BC
  - $y_1'(b) = y_2'(b)$ — cont. alla rotaz. in B
  - $y_2(b) = 0$ — cerniera in A + $EA_{AB} \to \infty$

Tratto ②: $EJ y_2''''(x_2) = 0 + 0$

$EJ y_2'(x_2) = B_1$

$EJ y_2(x_2) = B_1 x_2 + B_2$

- Imposizione delle c.c.

$y_1(0) = 0 \Rightarrow \boxed{A_2 = 0}$

$EJ y_1'(0) = -\frac{X}{K} EJ = -\frac{b}{\beta} X \Rightarrow \boxed{A_1(X) = -\frac{b}{\beta} X}$

$EJ y_1(b) = 0 \Rightarrow -\frac{F}{b}\frac{b^4}{24} + \left(\frac{F}{2} + \frac{X}{b}\right)\frac{b^3}{6} + (Fb - X)\frac{b^2}{2} - \frac{b}{\beta} X b + \cancel{A_2} = 0 \Rightarrow X = \frac{13}{8}\frac{\beta}{3+\beta} Fb$

$EJ y_1'(b) = EJ y_2'(b) \Rightarrow -\frac{F}{b}\frac{b^3}{6} + \left(\frac{F}{2} + \frac{X}{b}\right)\frac{b^2}{2} + (Fb - X) b - \frac{b}{\beta} X = B_1 \Rightarrow B_1(X) = \frac{13}{12} Fb^2 - \frac{2+\beta}{2\beta} X b$

$EJ y_2(b) = 0 \Rightarrow B_1 b + B_2 = 0 \Rightarrow B_2 = -B_1 b = -\frac{13}{48}\frac{6+\beta}{3+\beta} Fb^3$

- Linee elastiche finali (ju sost. X e cost. di integr.)
- $X \to RV(X)$ trovo RV finali $\to$ N, T, M finali
- Tracciamento della linea elastica (deformata)
- Calcolo di comp. di spost. di nodi caratteristici

$\varphi_B = \frac{B_1}{EJ} = \frac{A_1}{EJ}$

$\varphi_A = \frac{X}{K} = \frac{b}{\beta EJ}\frac{13}{8}\frac{\beta}{3+\beta} Fb$

$\underset{\varphi_B}{B_1} = \frac{13}{48}\frac{6+\beta}{3+\beta}\frac{Fb^2}{EJ}$

$u_C = \varphi_B b =$

$= -\frac{B_2}{EJ} = \frac{13}{48}\frac{6+\beta}{3+\beta}\frac{Fb^3}{EJ}$

$\varphi_A^{ass} = -\varphi_A = -\frac{13}{8}\frac{1}{3+\beta}\frac{Fb^2}{EJ}$

Commenti sulla scrittura delle c.c
Molle elastiche:
assoluta
relativa
A
K
B1
B2
VB
FA
y1(b) = −FA/K
vB = vB1 + vB2 = VB/K

Molle elastiche
assoluta
relativa
idem per molle rotazionali
$y_1(b) = -\frac{F_A}{K}$
$v_{B1} = -y_1(b)$
$v_{B2} = -y_2(0)$
$-y_1(b) - y_2(0) = \frac{V_B}{K}$
$y_1(b) + y_2(0) = -\frac{V_B}{K}$
$v_{Brel} = v_{B1} + v_{B2} = \frac{V_B}{K}$
$-y_1'(b) + y_2'(b) = \frac{M_A}{K}$

Molle elastiche
assoluta
relativa
idem per molle rotazionali
$y_1(b) = -\frac{F_A}{K}$
$v_{B1} = -y_1(b)$
$v_{B2} = -y_2(0)$
$v_{Brel} = v_{B1} + v_{B2} = \frac{V_B}{K}$
$-y_1(b) - y_2(0) = \frac{V_B}{K}$
$y_1(b) + y_2(0) = -\frac{V_B}{K}$
$-y_1'(b) = \varphi_{A1}$
$\varphi_{rel} = \varphi_{A1} + \varphi_{A2} = \frac{M_A}{K}$
$-y_1'(b) + y_2'(b) = \frac{M_A}{K}$