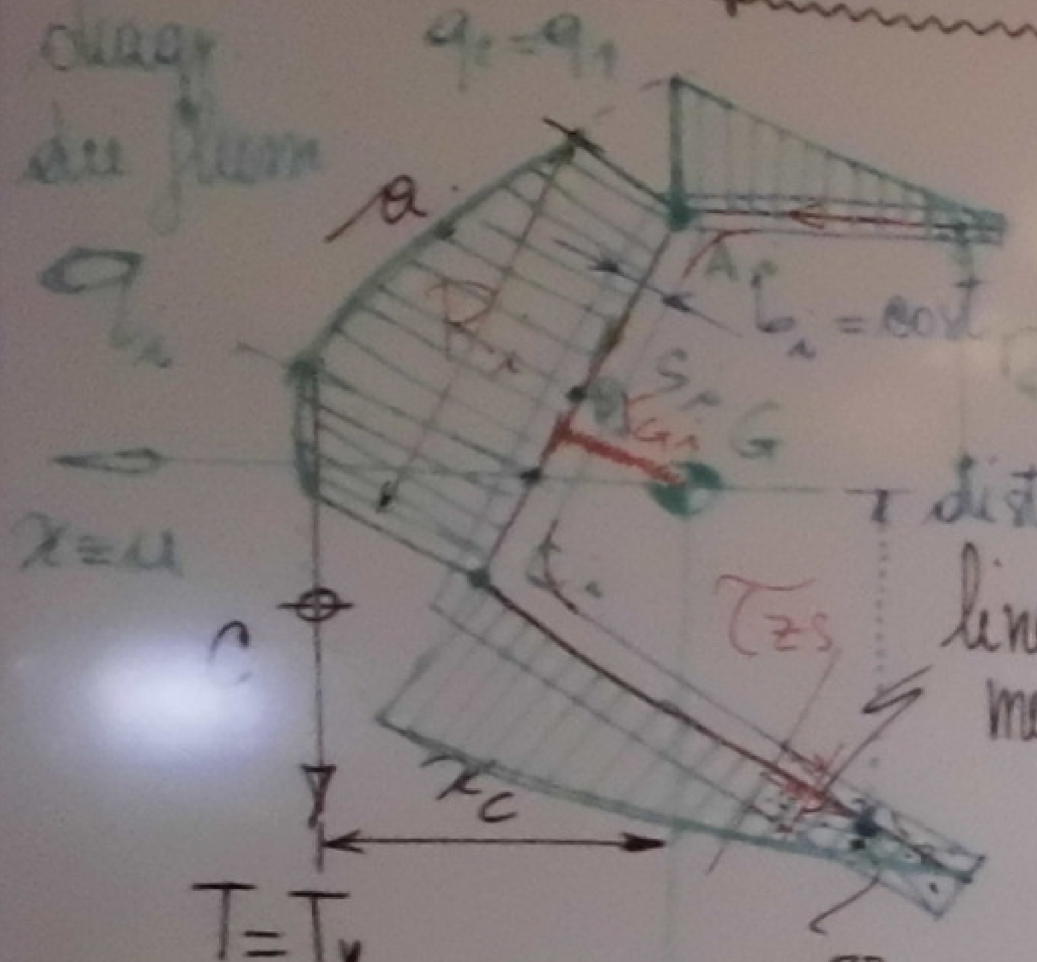
Profili sottili aperti formati da rettangoli sottili



- τ_{zs} alla Jourawsky

$$\tau_{zs_i} \simeq \bar{\tau}_{zs_i} = \frac{T_y\, S_x^{\triangleright\triangleright}(s_i)}{J_x\, b_i}$$

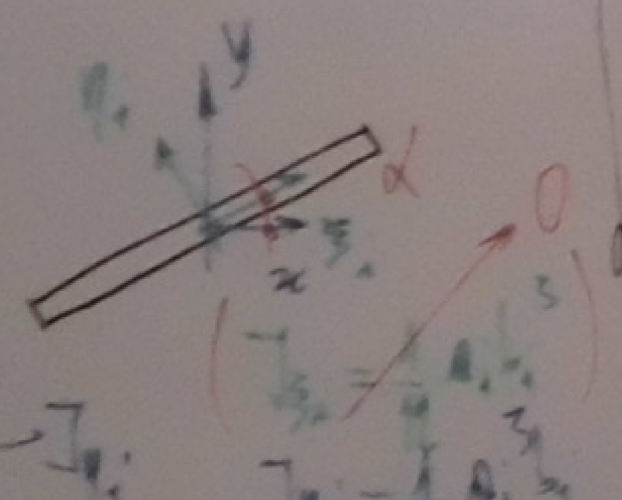
$$\tau_{zs_i}^{max} = \frac{T_y\, S_{x_i}^{\triangleright\triangleright\, max}}{J_x\, b_i}$$

$$\tau_{zs}^{max} = \frac{T_y}{J_x} \left(\frac{S_{x_i}^{\triangleright\triangleright}}{b_i} \right)^{max}$$

$A^{\triangleright\triangleright} \sim$ lin. con s_i ($b_i = \text{cost}$)

$$A = \Sigma_i\, a_i b_i$$

$$J_j = \Sigma_i\, J_{ji}$$

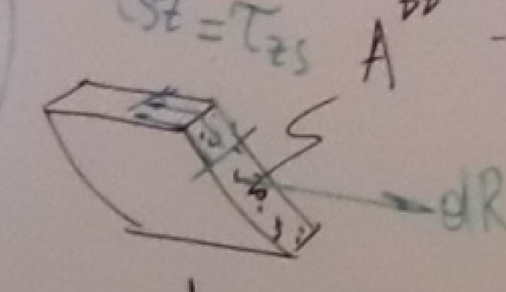


$$\begin{cases} J_{x_i} = J_{\eta_i} \sin^2\alpha \\ J_{y_i} = J_{\eta_i} \cos^2\alpha \\ J_{xy_i} = \frac{1}{2} J_\eta \sin 2\alpha \end{cases}$$

$J_{\eta_i} = \frac{1}{12} a_i^3 b_i$

- L'andamento delle τ_{zs} si deduce dal ragionamento di equilibrio di Jourawsky alla traslazione in direzione z. Evident. ciò si riferisce all'accoppiamento taglio/flessione (flessione composta) e quindi all'accoppiamento $\tau_{zs} \leftrightarrow \sigma_{zz}$, con verso locale delle τ_{zs} tale da imporre l'equilibrio in dir. z

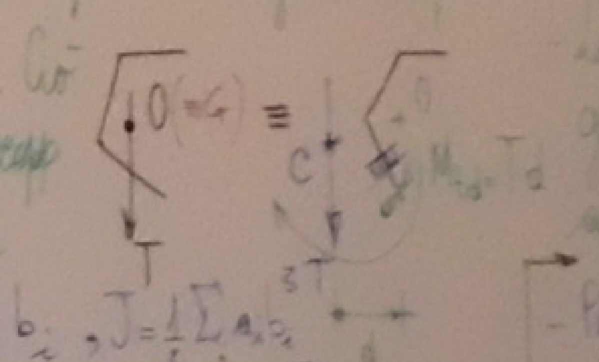
$\tau_{sz} = \tau_{zs}$ $A^{\triangleright\triangleright}$



- $q_i(s_i) = \tau_{zs}(s_i)\, b_i = \frac{T_y}{J_x} S_{x_i}^{\triangleright\triangleright}(s_i)$
- $q_i = q_j \Rightarrow \tau_{zs_i} b_i = \tau_{zs_j} b_j \Rightarrow \tau_{zs_j} = \frac{b_i}{b_j} \tau_{zs_i}$

- La stima delle τ_{zs} risulta indipendente dal p.to di applicazione dell'azione ($T = T_y$), che pertanto si può ritenere applicata nel p.to di applicazione del risultante delle τ_{zs}, il quale [illegible] centro di taglio del profilo.

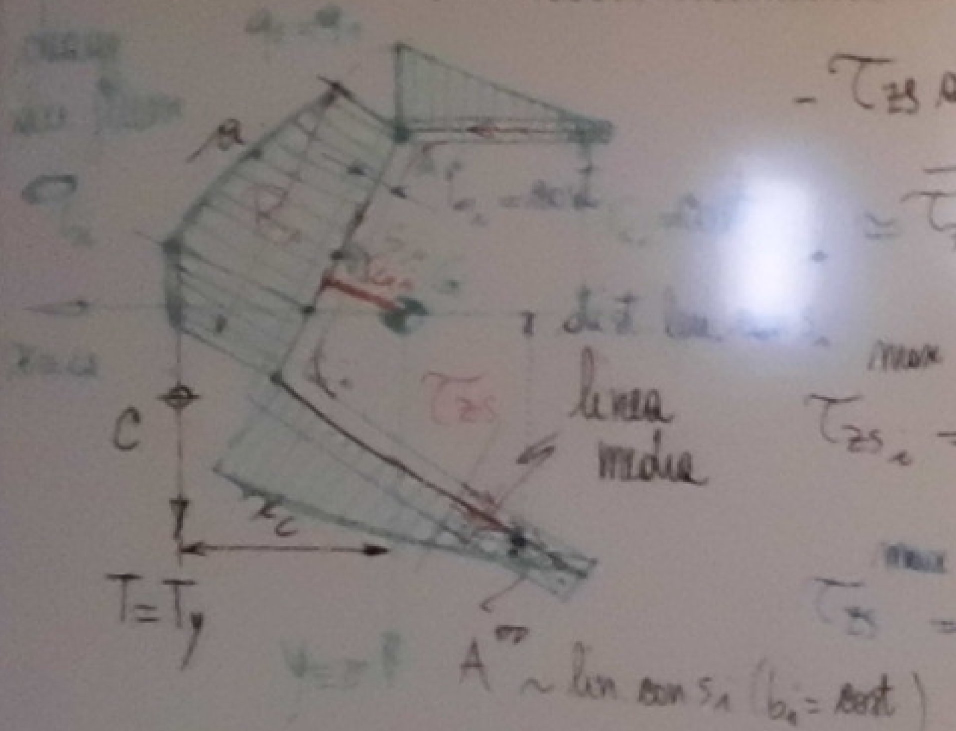
- N.B. [illegible] p.to di applicazione [illegible] non coincida col $C T_a \equiv C T_b$ [illegible] debito conto l'effetto torcente [illegible] dal momento torcente "parassita" legato al trasporto da O a C. Ciò realizza un accopp. taglio/torsione



con $\tau_{zs}^{tors} = \frac{M_t}{J} b_i$, $J = \frac{1}{3} \Sigma_i a_i b_i^3$

- Essendo l'andamento in s_i delle $\tau_{zs_i}(s_i)$ legato alla funzione $S_{x_i}^{\triangleright\triangleright} = -S_{x_i}^{\triangleright}$, esse risultano [illegible] in s_i. [illegible]

Profili sottili aperti formati da rettangoli sottili



– τ_{zs} alla Jourawsky

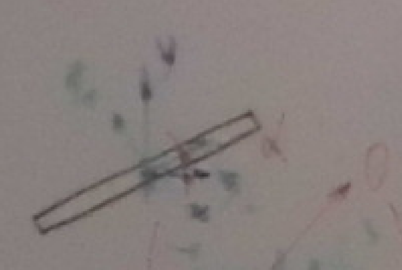
$$\bar{\tau}_{zs} = \frac{T_y\, S_x^{**}(s_i)}{J_x\, b_i}$$

$$\tau_{zs_i}^{max} = \frac{T_y\, S_{x_i}^{**\,max}}{J_x\, b_i}$$

$$\tau_{zs}^{max} = \frac{T_y}{J_x}\left(\frac{S_{x_i}^{**}}{b_i}\right)^{max}$$

$A^{**} \sim$ lin con s_i (b_i = cost)

$A = \sum_i a_i b_i$



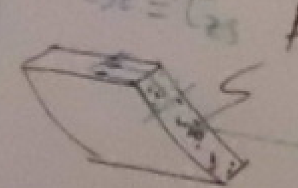
$J_{x_i} = J_{\eta_i} \sin^2\alpha$

$J_{y_i} = J_{\eta_i} \cos^2\alpha$

$J_{xy_i} = \frac{1}{2} J_{\eta} \sin 2\alpha$

– L'andamento delle τ_{zs} si deduce dal ragionamento di equilibrio di Jourawsky alla traslazione in direzione z. Evident. ciò si riferisce all'accoppiamento taglio/flessione (flessione composta) e quindi all'accoppiamento $\tau_z \leftrightarrow \sigma_{zz}$, con verso locale delle τ_{zs} tale da imporre l'equilibrio in direz. z.

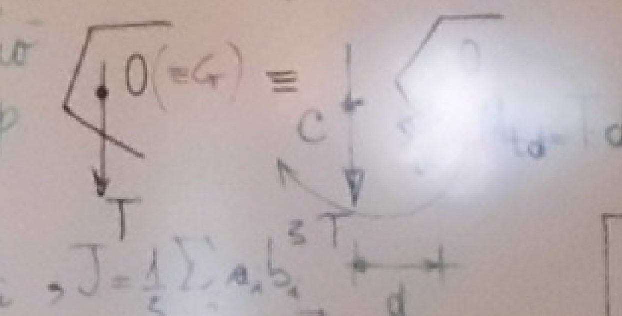
$\tau_{sz} = \tau_{zs}$ A^{**}



$$q(s_i) = \tau_{zs}(s_i)\, b_i = \frac{T_y}{J_x} S_{x_i}^{**}(s_i)$$

– La stima delle τ_{zs} risulta indipendente dal p.to di applicazione dell'azione ($T = T_y$), che pertanto si può ritenere applicata nel p.to di applicazione del risultante delle τ_{zs}, il quale fornisce stima del centro di taglio del profilo.

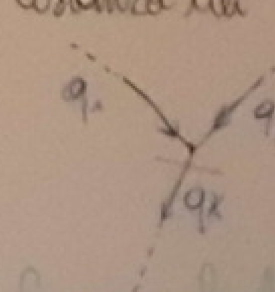
– N.B. Qualora il p.to di applicazione conseguito non coincida col $CT_a \equiv CT_0$ risulta necessario tenere in debito conto l'effetto torcente ingenerato dal momento torcente "parassita" legato al trasporto da O a C. Ciò realizza un accopp. taglio/torsione



con $\tau_{zs}^{tors} = \frac{M_t}{J} b_i$, $J = \frac{1}{3}\sum_i a_i b_i^3$

– Essendo l'andamento in s_i delle $\tau_{zs_i}(s_i)$ legato alle funzione $S_{x_i}^{**} = -S_{x_i}^{*}$, esso risulterà al più parabolico in s_i. Qualora vi sia tratto // all'asse x, $\tau_{zs} \to$ lin. In p.to ove la linea media tocca l'asse x, si produce p.to di stazionarietà di $S^{**}_{x_i}$, ...max ... delle τ_{zs_i} locali

– Costanza dei flussi al nodo



$\Rightarrow q_k = q_i + q_j$

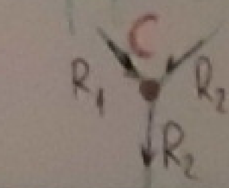
– Le τ_{zs_i} locali, paraboliche lungo il tratto i-esimo di linea media generano risultanti locali $R_i = \int \tau_{zs_i} b_i\, ds_i = \int \frac{T_y}{J_x} S_{x_i}^{**}\, ds_i$ applicate lungo la linea media

– Per equivalenza statica (rispetto a G (*)), il p.to di applicazione del risultante delle τ_{zs} (stima del CT_a) si determina come $T_y\, x_c \overset{(*)}{=} \sum_i R_i\, r_{c_i}$

– Le risultanti possono essere determinate per integrazione diretta o mediante la formula di Simpson

$$\int_0^{a_i} S_{x_i}^{**}(s_i)\, ds_i = \frac{a_i}{6}\left(S_{x_i}^{**A_i} + 4 S_{x_i}^{**B_i} + S_{x_i}^{**D_i}\right)$$

– Per i profili a stella, le risultanti R_i ... verso il centro della stella, che quindi indica il CT_a ($r_{c_i} = 0$)



– Idem per $T = T_x$ e/o sovrapposizione effetti da T_x e T_y

– L'andamento delle τ_{zs} si deduce dal requisito di equilibrio di Jourawsky alla traslazione in direzione z. Evident. ciò si pensa all'accoppiamento taglio/flessione (flessione composta) e quindi τ_z all'accoppiamento $\tau_{zs} \leftrightarrow \sigma_{zz}$, con verso locale della τ_{zs} tale da imporre l'equilibrio in dir. z.

– La forma delle τ_{zs} risulta indipendente dal p.to di applicazione dell'azione $(T = T_y)$, …

$$dz \qquad \frac{T_y}{J_x} S''_{x_i}(s_i)$$

– N.B. Qualora il p.to di applicazione … non coincida col $CT_a \equiv CT_o$ risulta necessario tenere in debito conto l'effetto torcente ingenerato dal momento torcente "parassita" legato al trasporto da O a C. Ciò realizza un accopp. taglio/torsione

$$O(\equiv G) \equiv C \quad M_{td} = T \cdot d$$

con $\tau_{zs}^{tors} = \frac{M_t}{J} b_i$, $J = \frac{1}{3} \sum_i a_i b_i^3 \ll J_x$

– Essendo l'andamento in s_i della $\tau_{zs_i}(s_i)$ legato alla funzione $S''_{x_i} = -S'_{x_i}$, esso risulterà al più parabolico in s_i – Qualora vi sia tratto // all'asse x, $\tau_{zs} \to$ lin.

– Costanza dei flussi al nodo

$$\Rightarrow q_k = q_i + q_j \quad \leftrightarrow \quad S''_{x_k} = S''_{x_i} + S''_{x_j}$$

– Le τ_{zs_i} locali, paraboliche lungo il tratto i-esimo di linea media generano risultanti locali

$$R_i = \int_0^{a_i} \tau_{zs_i} b_i \, ds_i = \int_0^{a_i} \frac{T_y S''_{x_i}}{J_x} ds_i$$

applicate lungo la linea media a distanza $r_{G_i} = \text{cost}$ (rispetto a G (*) o ad altro p.to conveniente)

– Per equivalenza statica, il p.to di applicazione del risultante delle τ_{zs} (stima del CT_a) si determina come:

$$\cancel{T_y}\, x_C \overset{(*)}{=} \sum_i \frac{R_i}{T_y} r_{G_i}$$

– Le risultanti possono essere determinate per integrazione diretta o mediante la formula di Simpson

$$\int_0^{a_i} S''_{x_i}(s_i) \, ds_i \overset{\text{esat.}}{=} \frac{a_i}{6} \left(S''^{A_i}_{x_i} + 4 S''^{B_i}_{x_i} + S''^{C_i}_{x_i} \right)$$

p.to medio del singolo tratto i-esimo

– Per profili a stella, le risultanti R_i convergono tutte verso il centro della stella, che quindi indica il CT_a $(r_{G_i} \equiv 0)$

$$R_1 \quad C \quad R_2 \quad R_2$$

– Idem per $T = T_x$ e/o sovrapposiz. effetti da T_x e T_y

Profilo a C
Caratteristiche geometriche
Tensioni tangenziali
T=Ty
R2=Ty
R3=R1=H
anima
ali
es. ba=bf=b
Area triangolo dell'andamento delle τzs
Equilibrio statico


Profilo a C
T=Ty
R₃=R₁=H
R₂=Ty
Caratteristiche geometriche
A = 2 b_f e + b_a h = b_f e (2 + b_a/b_f h/e)
J_x = 1/12 b_a h³ + 2 (1/12 e b_f³ + b_f e (h/2)²)
anima
ali
= 1/12 b_a h³ + b_f e h²/2 = b_f e h²/12 (6 + b_a/b_f h/e)
es. b_a = b_f = b
h=e : η_c = e/3
h=2e : η_c = e/4
h=3e : η_c = e/5
τ_sz ≡ τ_zs dl
- Tensioni tangenziali τ_zs (T=Ty in C)
① τ_zs = - T_y S_x(s₁) / (J_x b_f) = T_y/J_x h/2 s₁ ;
② τ_zs = - T_y S_x(s₂) / (J_x b_a)
S_x(s₁) = - b_f s₁ h/2
s₁ = e : τ_zs,1 max = T_y/J_x h/2 e
R₁ = ∫ τ_zs(s₁) b_f ds₁
= ∫₀^e T_y/J_x b_f h/2 s₁ ds₁
= T_y/J_x b_f h/2 e²/2 = T_y/J_x b_f h e²/4
Area triangolo dell'and. delle τ_zs
H = R₁ = b_f e τ_zs,1 max 1/2 = b_f e T_y/J_x h/2 e 1/2
R₂ = ∫ τ_zs(s₂) b_a ds₂ ≡ T_y
- Equiv. Statica (dei momenti torcenti rispetto a P)
T_y η_c = H h ⇒ η_c = H/T_y h
(h=3e)
- N.B Se T non è applicata in C
occorre introdurre il momento torcente parassita
M_td = T d (d è la distanza tra O e C).
responsabile di
e di τ_zs
a farfalla sullo spessore
τ_zs(T_y)
= 3e / (6 + b_a/b_f h/e)

- Tensioni tangenziali τ_{zs} ($T = T_y$ in C)

① $\tau_{zs} = -\frac{T_y S_x^*(s_1)}{J_x b_f} = \frac{T_y}{J_x} \frac{h}{2} s_1$;

$S_x^*(s_1) = -b_f s_1 \frac{h}{2}$

$s_1 = e$: $\tau_{zs,1}^{max} = \frac{T_y}{J_x} \frac{h}{2} e$

$R_1 = \int_0^e \tau_{zs}^1(s_1)\, b_f\, ds_1$

$= \int_0^e \frac{T_y}{J_x} b_f \frac{h}{2} s_1\, ds_1$

$= \frac{T_y}{J_x} b_f \frac{h}{2} \frac{e^2}{2} = \frac{T_y}{J_x} \frac{b_f h e^2}{4}$ ✓

Area triangolo dell'and. delle τ_{zs}

$H = R_1 = b_f e\, \tau_{zs,1}^{max} \frac{1}{2} = b_f e \frac{T_y}{J_x} \frac{h}{2} e \frac{1}{2}$ ✓

② $\tau_{zs} = -\frac{T_y S_x^*(s_2)}{J_x b_a}$

$-S_x^*(s_2) = b_f e \cdot \frac{h}{2} + b_a s_2 \left(\frac{h}{2} - \frac{s_2}{2}\right) \sim s_2^2$

$s_2 = \frac{h}{2}$: $\tau_{zs,2}^{max} = \frac{T_y}{J_x} \frac{1}{b_a} \left(b_f e \frac{h}{2} + \frac{b_a}{2} \frac{h}{2} \frac{h}{2}\right)$

$= \frac{T_y}{J_x} \frac{1}{b_a} b_f e \frac{h}{2} \left(1 + \frac{b_a}{4 b_f} \frac{h}{e}\right)$

$R_2 = \int^h \tau_{zs}^2(s_2)\, b_a\, ds_2 \equiv T_y$

- Equiv. Statica (dei momenti torcenti rispetto a P)

$T = T_y$ in C

$T_y \eta_c = H h \Rightarrow \eta_c = \frac{H}{T_y} h = \frac{\cancel{T_y}}{J_x} \frac{b_f h e^2}{4} \frac{1}{\cancel{T_y}} h$

$= \frac{12}{b_f e h^2} \frac{1}{\left(6 + \frac{b_a}{b_f} \frac{h}{e}\right)} \frac{b_f h e^2 h}{4} = \frac{3e}{6 + \frac{b_a}{b_f} \frac{h}{e}}$

$\eta_c = e/3$, $\eta_c = \frac{e}{5}$ ($h = 3e$)

- N.B. Se T non è applicata in $C T_a = C$

(tipicamente si considera $O \equiv G \neq C$)

occorre introdurre il momento torcente parassita

$M_{td} = T \cdot d$ (d è la distanza tra O e C),

$d = \eta_G + \eta_C$

responsabile di accoppiamento taglio/torsione

e di $\tau_{zs}^{Tors.\ parassita}$ a farfalla sullo spessore

$\tau_{zs}(T_y)$ + $\tau_{zs}(M_{td})$

$T_y(\eta_G + \eta_C)$

τ_{zs}^+ τ_{zs}^-

$b_a = b_f$

		η_c
$b_a = b_f$	$\frac{h}{e} = 1$	$\frac{3}{7} e$
	$\frac{h}{e} = 2$	$\frac{3}{8} e$
	$\frac{h}{e} = 3$	$\frac{1}{3} e$