EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

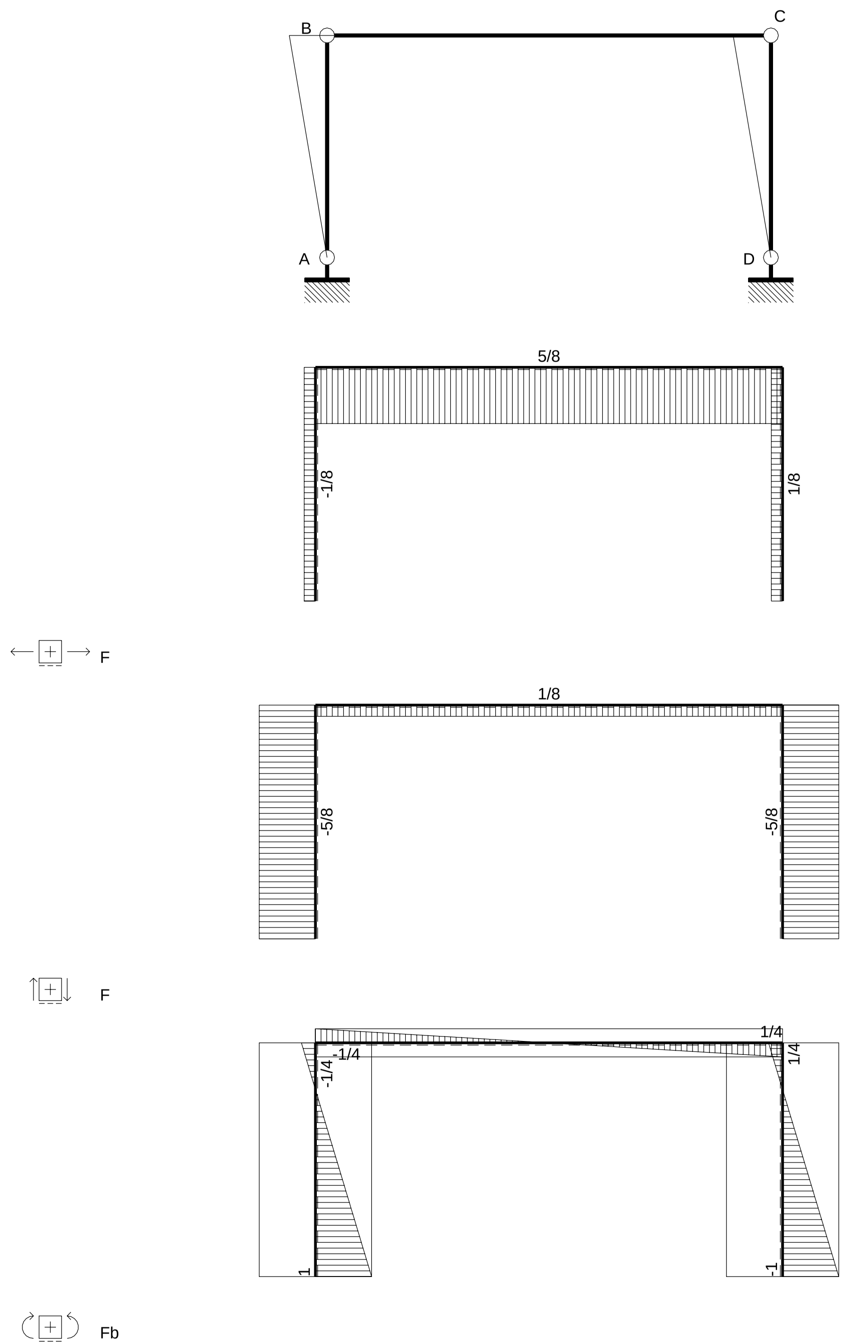
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga *m.*
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna *q,* a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga *p* e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

$$\begin{array}{l} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ MAX \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ = \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} MIN \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} H_{14} \\ H_{24} \\ H_{34} \\ H_{44} \\ H_{54} \\ H_{64} \end{bmatrix} \end{array}$$

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/4
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/4
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	1/4
W_{DC}-	-1	-1	1	-2	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	-2	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/4
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-1/4
W_{DC}-	-1	-1	1	-2	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	2	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1/4
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1/4
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1/4
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	-2	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	2	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
φ_{DC}-	-1	-1	1	-2	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	2	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
αbF	-1/2	-1/2	1/2	-1/2	1/2	≥	-1/2
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/2	-1/2	1/2	-1/2	1/2	=	-1/2

Scambio pivotale 6-3

	X	Y	φ_{CB}+	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-1/2
Z	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
αbF	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	≥	-5/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	=	-5/8

Scambio pivotale 4-5

	X	Y	φ_{CB}+	φ_{DC}-	φ_{BC}+		Fb
φ_{AB}-	1	-1	0	0	1	≥	-3/4
φ_{AB}+	-1	1	0	0	-1	≥	-5/4
φ_{BC}-	0	0	0	0	-1	≥	-1/2
X-	0	1	0	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-1/2
Z	0	1	-1	0	-1	≥	-1/2
αbF	-1/2	1/2	-1/2	-1/2	-1	≥	-7/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
Max	-1/2	1/2	-1/2	-1/2	-1	=	-7/8

Scambio pivotale 1-2

	X	φ_{AB}-	φ_{CB}+	φ_{DC}-	φ_{BC}+		Fb
Y	1	-1	0	0	1	≥	-3/4
φ_{AB}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{BC}-	0	0	0	0	-1	≥	-1/2
X-	1	-1	0	0	0	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-1/2
Z	1	-1	-1	0	0	≥	-5/4
αbF	0	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	≥	-5/4
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	1	0	0	0	≥	0
Max	0	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	=	-5/4

Tableau finale

	X	φ_{AB}-	φ_{CB}+	φ_{DC}-	φ_{BC}+		Fb
Y	1	-1	0	0	1	≥	-3/4
φ_{AB}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{BC}-	0	0	0	0	-1	≥	-1/2
X-	1	-1	0	0	0	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-1/2
Z	1	-1	-1	0	0	≥	-5/4
αbF	0	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	≥	-5/4
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	1	0	0	0	≥	0
Max	0	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	=	-5/4

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	$\geq$	1/2
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	$\geq$	0
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	$\geq$	0
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	$\geq$	1/2
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	$\geq$	0
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	$\geq$	1/2
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	$\geq$	1/2
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	$\geq$	0
L_X	0	0	0	0	0	$\geq$	0
Max	0	3/4	5/4	5/4	1	=	-5/4

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1/4	1/4

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/2
φ_{BC}	1/2
φ_{CB}	1/2
φ_{DC}	-1/2

REAZIONI Fattore di collasso = 5/4

H_A = 5/8F
V_A = 1/8F
W_A = -Fb
H_D = 5/8F
V_D = -1/8F
W_D = -Fb

H_{AB} = 5/8F	H_{BC} = -5/8F	H_{CD} = -5/8F
V_{AB} = 1/8F	V_{BC} = 1/8F	V_{CD} = 1/8F
W_{AB} = -Fb	W_{BC} = 1/4Fb	W_{CD} = -1/4Fb
H_{BA} = -5/8F	H_{CB} = 5/8F	H_{DC} = 5/8F
V_{BA} = -1/8F	V_{CB} = -1/8F	V_{DC} = -1/8F
W_{BA} = -1/4Fb	W_{CB} = 1/4Fb	W_{DC} = -Fb

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -\delta$	$u_{CCB} = -\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/2\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/2\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_D = 1/2\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -\delta$	$u_{CCD} = -\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/2\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 1/2\delta/b$

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

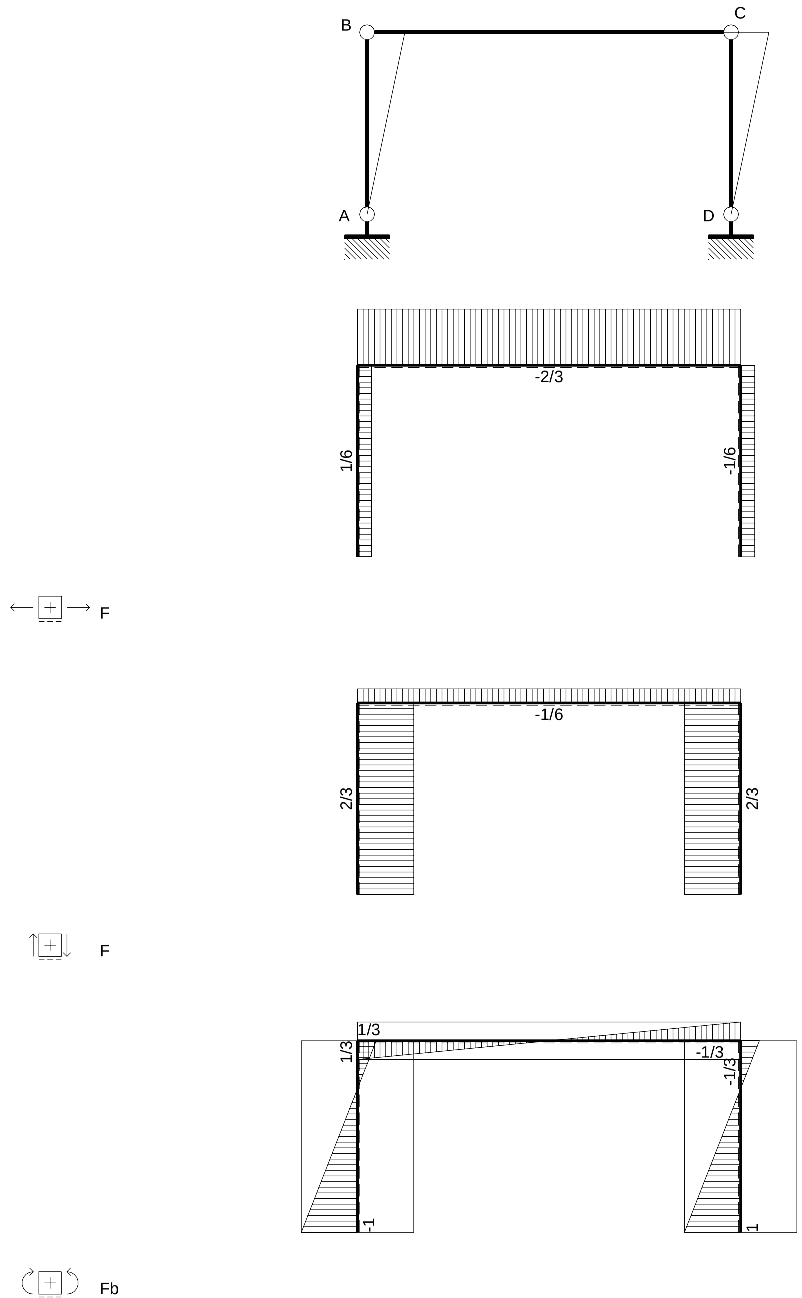
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} H_Ab & V_Ab \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	1	0	0	0	≤	1
$W_{BC}-$	0	-1	0	0	≥	-1/3
$W_{BC}+$	0	-1	0	0	≤	1/3
$W_{CB}-$	0	0	1	0	≥	-1/3
$W_{CB}+$	0	0	1	0	≤	1/3
$W_{DC}-$	-1	-1	1	8	≥	-1
$W_{DC}+$	-1	-1	1	8	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	-1	0	0	0	≥	-1
$W_{BC}-$	0	-1	0	0	≥	-1/3
$W_{BC}+$	0	1	0	0	≥	-1/3
$W_{CB}-$	0	0	1	0	≥	-1/3
$W_{CB}+$	0	0	-1	0	≥	-1/3
$W_{DC}-$	-1	-1	1	8	≥	-1
$W_{DC}+$	1	1	-1	-8	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
$W_{BC}-$	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1/3
$W_{BC}+$	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1/3
$W_{CB}-$	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1/3
$W_{CB}+$	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1/3
$W_{DC}-$	-1	-1	1	1	1	-1	8	≥	-1
$W_{DC}+$	1	1	-1	-1	-1	1	-8	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
φ_{DC}-	-1	-1	1	8	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	-8	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/8	1/8	-1/8	-1/8	-1/8	≥	-1/8
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	1/8	1/8	-1/8	-1/8	-1/8	=	-1/8

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	1/8	-1/8	-1/8	0	≥	-1/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/8	1/8	-1/8	-1/8	0	=	-1/4

Scambio pivotale 3-2

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	1/8	≥	-7/24
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	1/8	=	-7/24

Scambio pivotale 5-5

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-4/3
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-2/3
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	0	-1/8	-1/8	≥	-1/3
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
Max	-1/8	-1/8	0	-1/8	-1/8	=	-1/3

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-4/3
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-2/3
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	0	-1/8	-1/8	≥	-1/3
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
Max	-1/8	-1/8	0	-1/8	-1/8	=	-1/3

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	4/3	2/3	0	1/3	1/3	=	-1/3

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
1	1/3	-1/3

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} 1/8 \\ -1/8 \\ -1/8 \\ 1/8 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 1/3

$H_A = -2/3F$
$V_A = -1/6F$
$W_A = Fb$
$H_D = -2/3F$
$V_D = 1/6F$
$W_D = Fb$

$H_{AB} = -2/3F$	$H_{BC} = 2/3F$	$H_{CD} = 2/3F$
$V_{AB} = -1/6F$	$V_{BC} = -1/6F$	$V_{CD} = -1/6F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -1/3Fb$	$W_{CD} = 1/3Fb$
$H_{BA} = 2/3F$	$H_{CB} = -2/3F$	$H_{DC} = -2/3F$
$V_{BA} = 1/6F$	$V_{CB} = 1/6F$	$V_{DC} = 1/6F$
$W_{BA} = 1/3Fb$	$W_{CB} = -1/3Fb$	$W_{DC} = Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 1/4\delta$	$u_{CCB} = 1/4\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_{D} = -1/8\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 1/4\delta$	$u_{CCD} = 1/4\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = -1/8\delta/b$

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

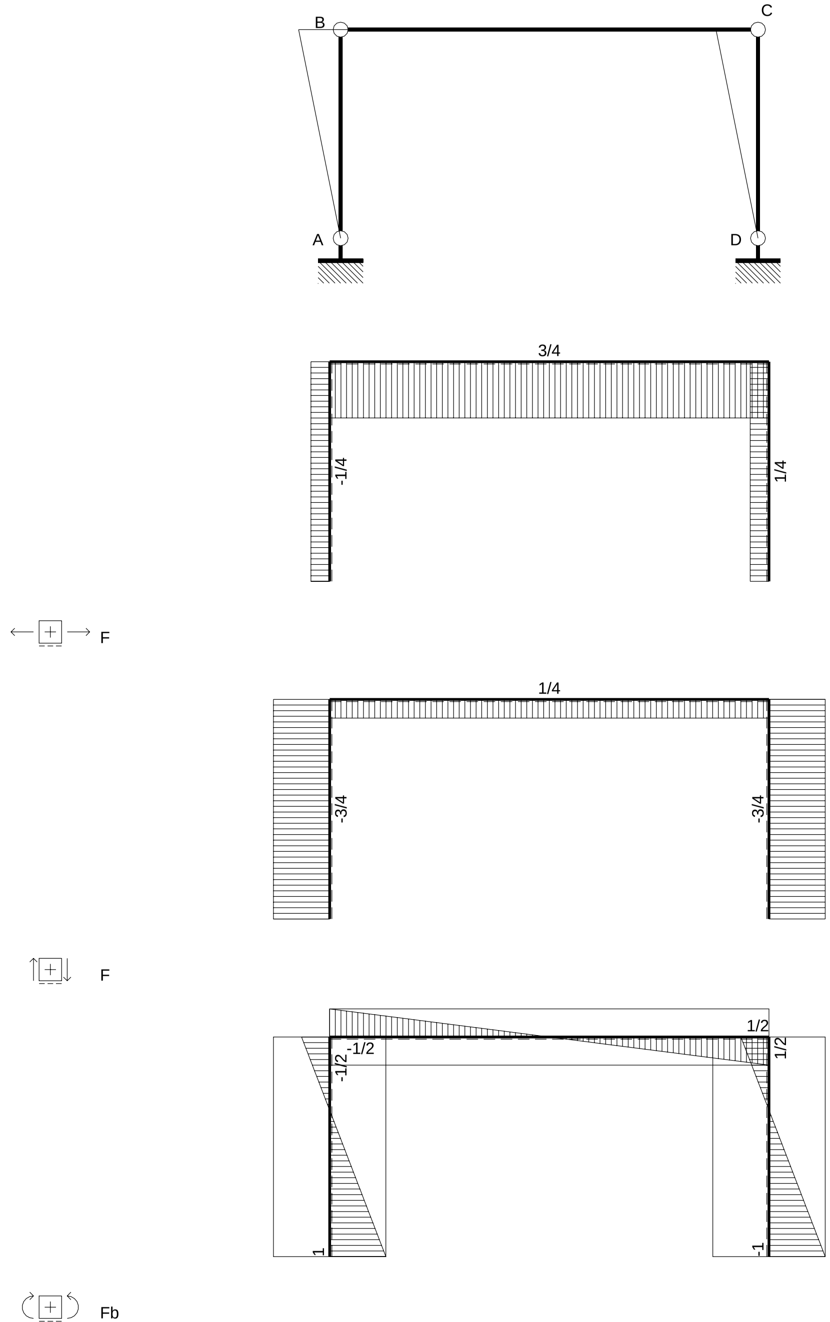
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} H_Ab & V_Ab \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{matrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6, n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/2
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1/2
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/2
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	1/2
W_{DC}-	-1	-1	1	-3	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	-3	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/2
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1/2
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/2
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-1/2
W_{DC}-	-1	-1	1	-3	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	3	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1/2
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1/2
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1/2
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1/2
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	-3	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	3	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}^-	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{BC}^+	0	1	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
φ_{DC}^-	-1	-1	1	-3	1	≥	-1
φ_{DC}^+	1	1	-1	3	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DC}^-	X-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}^-	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{BC}^+	0	1	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
αbF	-1/3	-1/3	1/3	-1/3	1/3	≥	-1/3
φ_{DC}^+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/3	-1/3	1/3	-1/3	1/3	=	-1/3

Scambio pivotale 6-3

	X	Y	φ_{CB}^+	φ_{DC}^-	X-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}^-	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{BC}^+	0	1	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^-	0	0	-1	0	0	≥	-1
Z	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
αbF	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	2/3	≥	-1/2
φ_{DC}^+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	2/3	=	-1/2

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL1.003

Scambio pivotale 4-5

	X	Y	φ_{CB}^+	φ_{DC}^-	φ_{BC}^+		Fb
φ_{AB}^-	1	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{AB}^+	-1	1	0	0	-1	≥	-3/2
φ_{BC}^-	0	0	0	0	-1	≥	-1
X-	0	1	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^-	0	0	-1	0	0	≥	-1
Z	0	1	-1	0	-1	≥	-1
αbF	-1/3	1/3	-1/3	-1/3	-2/3	≥	-5/6
φ_{DC}^+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
Max	-1/3	1/3	-1/3	-1/3	-2/3	=	-5/6

Scambio pivotale 1-2

	X	φ_{AB}^-	φ_{CB}^+	φ_{DC}^-	φ_{BC}^+		Fb
Y	1	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{AB}^+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{BC}^-	0	0	0	0	-1	≥	-1
X-	1	-1	0	0	0	≥	-1
φ_{CB}^-	0	0	-1	0	0	≥	-1
Z	1	-1	-1	0	0	≥	-3/2
αbF	0	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	≥	-1
φ_{DC}^+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	1	0	0	0	≥	0
Max	0	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	=	-1

Tableau finale

	X	φ_{AB}^-	φ_{CB}^+	φ_{DC}^-	φ_{BC}^+		Fb
Y	1	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{AB}^+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{BC}^-	0	0	0	0	-1	≥	-1
X-	1	-1	0	0	0	≥	-1
φ_{CB}^-	0	0	-1	0	0	≥	-1
Z	1	-1	-1	0	0	≥	-3/2
αbF	0	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	≥	-1
φ_{DC}^+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	1	0	0	0	≥	0
Max	0	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	=	-1

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	0	0	0	0	0	≥	1/3
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{BC}-$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{BC}+$	0	0	0	0	0	≥	1/3
$\varphi_{CB}-$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{CB}+$	0	0	0	0	0	≥	1/3
$\varphi_{DC}-$	0	0	0	0	0	≥	1/3
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	1/2	3/2	1	1	=	-1

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} -1 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} -1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \\ -1/3 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 1

$H_A = 3/4F$
$V_A = 1/4F$
$W_A = -Fb$
$H_D = 3/4F$
$V_D = -1/4F$
$W_D = -Fb$

$H_{AB} = 3/4F$	$H_{BC} = -3/4F$	$H_{CD} = -3/4F$
$V_{AB} = 1/4F$	$V_{BC} = 1/4F$	$V_{CD} = 1/4F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = 1/2Fb$	$W_{CD} = -1/2Fb$
$H_{BA} = -3/4F$	$H_{CB} = 3/4F$	$H_{DC} = 3/4F$
$V_{BA} = -1/4F$	$V_{CB} = -1/4F$	$V_{DC} = -1/4F$
$W_{BA} = -1/2Fb$	$W_{CB} = 1/2Fb$	$W_{DC} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -2/3\delta$	$u_{CCB} = -2/3\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/3\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/3\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_{D} = 1/3\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -2/3\delta$	$u_{CCD} = -2/3\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/3\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 1/3\delta/b$

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

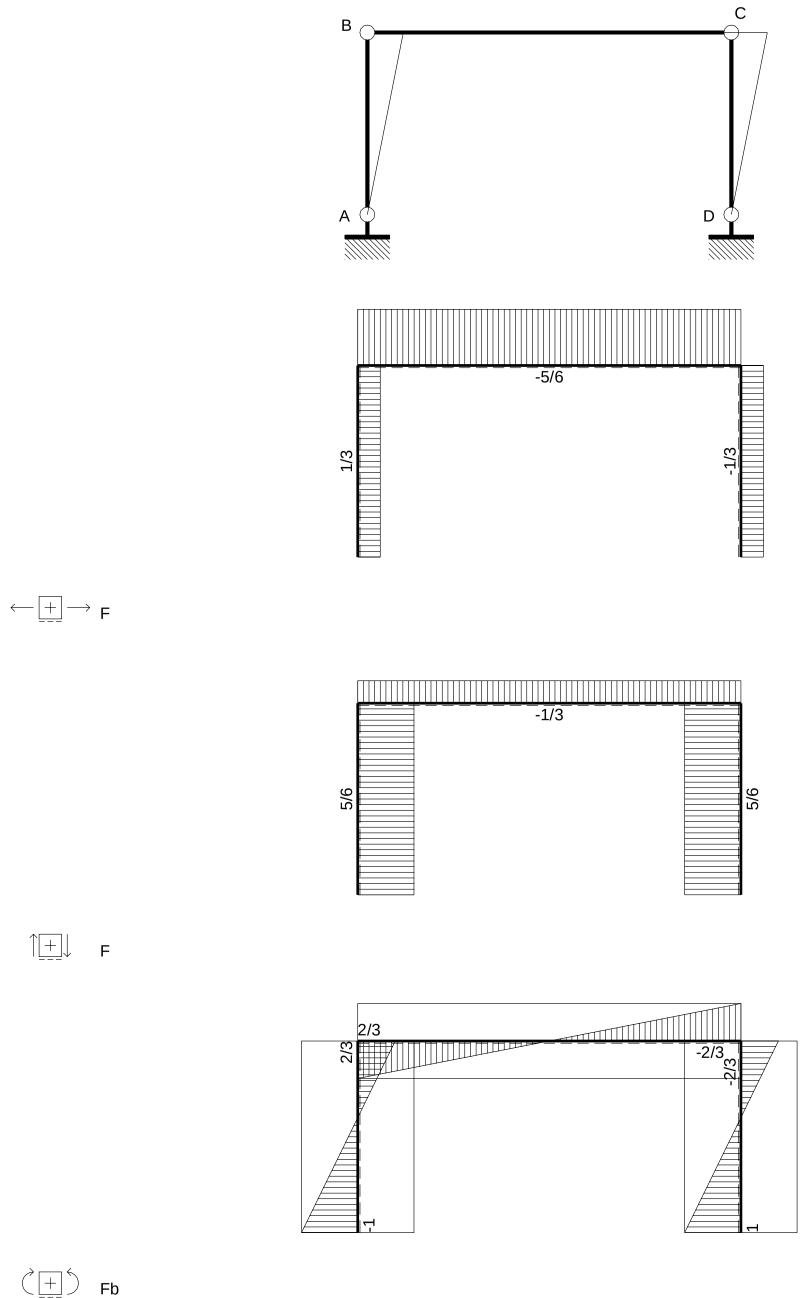
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga *m.*
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna *q,* a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga *p* e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-2/3
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	2/3
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-2/3
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	2/3
W_{DC}-	-1	-1	1	7	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	7	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-2/3
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-2/3
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-2/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-2/3
W_{DC}-	-1	-1	1	7	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-7	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-2/3
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-2/3
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2/3
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	7	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	-7	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
φ_{DC}-	-1	-1	1	7	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	-7	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/7	1/7	-1/7	-1/7	-1/7	≥	-1/7
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	1/7	1/7	-1/7	-1/7	-1/7	=	-1/7

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/7	1/7	-1/7	-1/7	0	≥	-2/7
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/7	1/7	-1/7	-1/7	0	=	-2/7

Scambio pivotale 3-2

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Y	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-4/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/7	-1/7	-1/7	-1/7	1/7	≥	-8/21
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/7	-1/7	-1/7	-1/7	1/7	=	-8/21

Scambio pivotale 5-5

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-5/3
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-4/3
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-4/3
X-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/7	-1/7	0	-1/7	-1/7	≥	-10/21
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
Max	-1/7	-1/7	0	-1/7	-1/7	=	-10/21

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-5/3
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-4/3
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-4/3
X-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/7	-1/7	0	-1/7	-1/7	≥	-10/21
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
Max	-1/7	-1/7	0	-1/7	-1/7	=	-10/21

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/7
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	≥	1/7
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	1/7
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	≥	1/7
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	5/3	4/3	0	10/21	2/3	=	-10/21

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
1	2/3	-2/3

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} 1/7 \\ -1/7 \\ -1/7 \\ 1/7 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 10/21

$H_A = -5/6F$
$V_A = -1/3F$
$W_A = Fb$
$H_D = -5/6F$
$V_D = 1/3F$
$W_D = Fb$

$H_{AB} = -5/6F$	$H_{BC} = 5/6F$	$H_{CD} = 5/6F$
$V_{AB} = -1/3F$	$V_{BC} = -1/3F$	$V_{CD} = -1/3F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -2/3Fb$	$W_{CD} = 2/3Fb$
$H_{BA} = 5/6F$	$H_{CB} = -5/6F$	$H_{DC} = -5/6F$
$V_{BA} = 1/3F$	$V_{CB} = 1/3F$	$V_{DC} = 1/3F$
$W_{BA} = 2/3Fb$	$W_{CB} = -2/3Fb$	$W_{DC} = Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 2/7\delta$	$u_{CCB} = 2/7\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/7\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/7\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_D = -1/7\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 2/7\delta$	$u_{CCD} = 2/7\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/7\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = -1/7\delta/b$

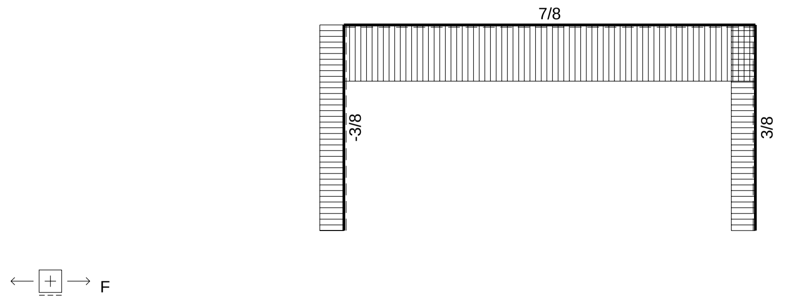
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO
Rotazione intorno a C: aste CB BA
$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$
Rotazione intorno a B: aste BA
$2H_Ab = -Xb - Yb$

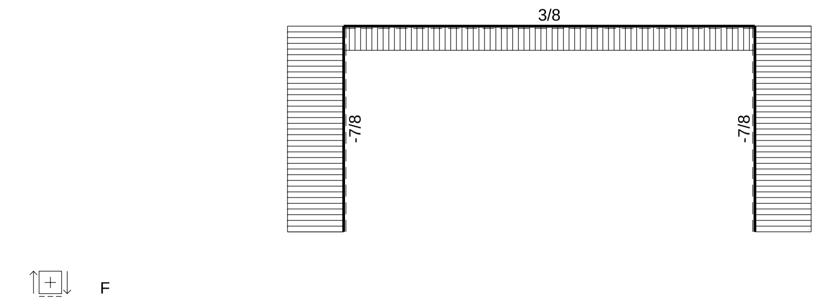
Matrice di equilibrio

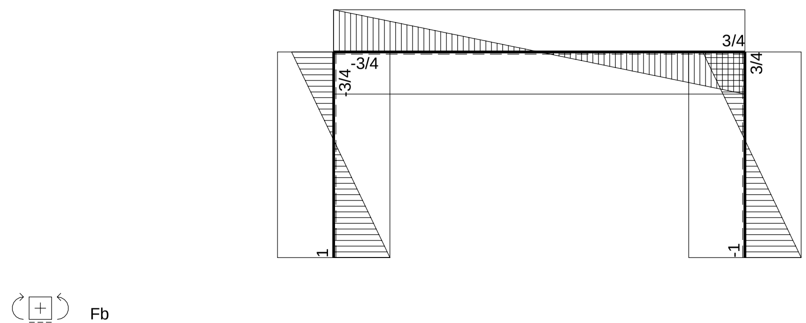
$$\begin{array}{c|c|c} & \begin{matrix} H_Ab & V_Ab \end{matrix} & & \begin{matrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{matrix} \\ \begin{matrix} \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{matrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$







PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia *q* $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga *m.*
2 Sia *p* $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna *q,* a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot *q:* $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga *p* e la colonna *q:* $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot *p:* $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-3/4
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	3/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-3/4
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	3/4
W_{DC}-	-1	-1	1	-4	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	-4	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-3/4
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-3/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-3/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-3/4
W_{DC}-	-1	-1	1	-4	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	4	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-3/4
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-3/4
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-3/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-3/4
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	-4	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	4	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	$X-$		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BC}-$	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
$\varphi_{BC}+$	0	1	0	0	-1	≥	-3/4
$\varphi_{CB}-$	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
$\varphi_{CB}+$	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
$\varphi_{DC}-$	-1	-1	1	-4	1	≥	-1
$\varphi_{DC}+$	1	1	-1	4	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	$\varphi_{DC}-$	$X-$		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BC}-$	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
$\varphi_{BC}+$	0	1	0	0	-1	≥	-3/4
$\varphi_{CB}-$	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
$\varphi_{CB}+$	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
αbF	-1/4	-1/4	1/4	-1/4	1/4	≥	-1/4
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/4	-1/4	1/4	-1/4	1/4	=	-1/4

Scambio pivotale 6-3

	X	Y	$\varphi_{CB}+$	$\varphi_{DC}-$	$X-$		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BC}-$	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
$\varphi_{BC}+$	0	1	0	0	-1	≥	-3/4
$\varphi_{CB}-$	0	0	-1	0	0	≥	-3/2
Z	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
αbF	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	1/2	≥	-7/16
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	1/2	=	-7/16

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL1.005

Scambio pivotale 4-5

	X	Y	$\varphi_{CB}+$	$\varphi_{DC}-$	$\varphi_{BC}+$		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	-1	0	0	1	≥	-1/4
$\varphi_{AB}+$	-1	1	0	0	-1	≥	-7/4
$\varphi_{BC}-$	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
$X-$	0	1	0	0	-1	≥	-3/4
$\varphi_{CB}-$	0	0	-1	0	0	≥	-3/2
Z	0	1	-1	0	-1	≥	-3/2
αbF	-1/4	1/4	-1/4	-1/4	-1/2	≥	-13/16
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
Max	-1/4	1/4	-1/4	-1/4	-1/2	=	-13/16

Scambio pivotale 1-2

	X	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{CB}+$	$\varphi_{DC}-$	$\varphi_{BC}+$		Fb
Y	1	-1	0	0	1	≥	-1/4
$\varphi_{AB}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
$\varphi_{BC}-$	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
$X-$	1	-1	0	0	0	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	0	0	-1	0	0	≥	-3/2
Z	1	-1	-1	0	0	≥	-7/4
αbF	0	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	≥	-7/8
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	1	0	0	0	≥	0
Max	0	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	=	-7/8

Tableau finale

	X	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{CB}+$	$\varphi_{DC}-$	$\varphi_{BC}+$		Fb
Y	1	-1	0	0	1	≥	-1/4
$\varphi_{AB}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
$\varphi_{BC}-$	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
$X-$	1	-1	0	0	0	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	0	0	-1	0	0	≥	-3/2
Z	1	-1	-1	0	0	≥	-7/4
αbF	0	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	≥	-7/8
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	1	0	0	0	≥	0
Max	0	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	=	-7/8

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{l} \\ \varphi_{AB}- \\ \varphi_{AB}+ \\ \varphi_{BC}- \\ \varphi_{BC}+ \\ \varphi_{CB}- \\ \varphi_{CB}+ \\ \varphi_{DC}- \\ \varphi_{DC}+ \\ L_X \\ Max \end{array}
\begin{bmatrix} X & Y & Z & \alpha bF & X- \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0 \\ 0&1/4&7/4&7/8&1 \end{bmatrix}
\begin{array}{c} \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ = \end{array}
\begin{bmatrix} Fb \\ 1/4 \\ 0 \\ 0 \\ 1/4 \\ 0 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 0 \\ 0 \\ -7/8 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} -1 & -3/4 & 3/4 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} -1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ -1/4 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 7/8

$H_A = 7/8F$
$V_A = 3/8F$
$W_A = -Fb$
$H_D = 7/8F$
$V_D = -3/8F$
$W_D = -Fb$

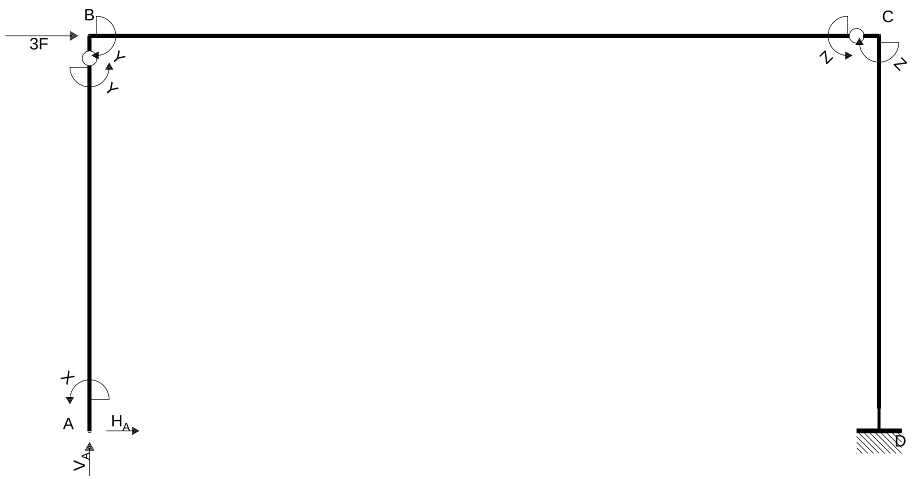
$H_{AB} = 7/8F$	$H_{BC} = -7/8F$	$H_{CD} = -7/8F$
$V_{AB} = 3/8F$	$V_{BC} = 3/8F$	$V_{CD} = 3/8F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = 3/4Fb$	$W_{CD} = -3/4Fb$
$H_{BA} = -7/8F$	$H_{CB} = 7/8F$	$H_{DC} = 7/8F$
$V_{BA} = -3/8F$	$V_{CB} = -3/8F$	$V_{DC} = -3/8F$
$W_{BA} = -3/4Fb$	$W_{CB} = 3/4Fb$	$W_{DC} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -1/2\delta$	$u_{CCB} = -1/2\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_{D} = 1/4\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/2\delta$	$u_{CCD} = -1/2\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 1/4\delta/b$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

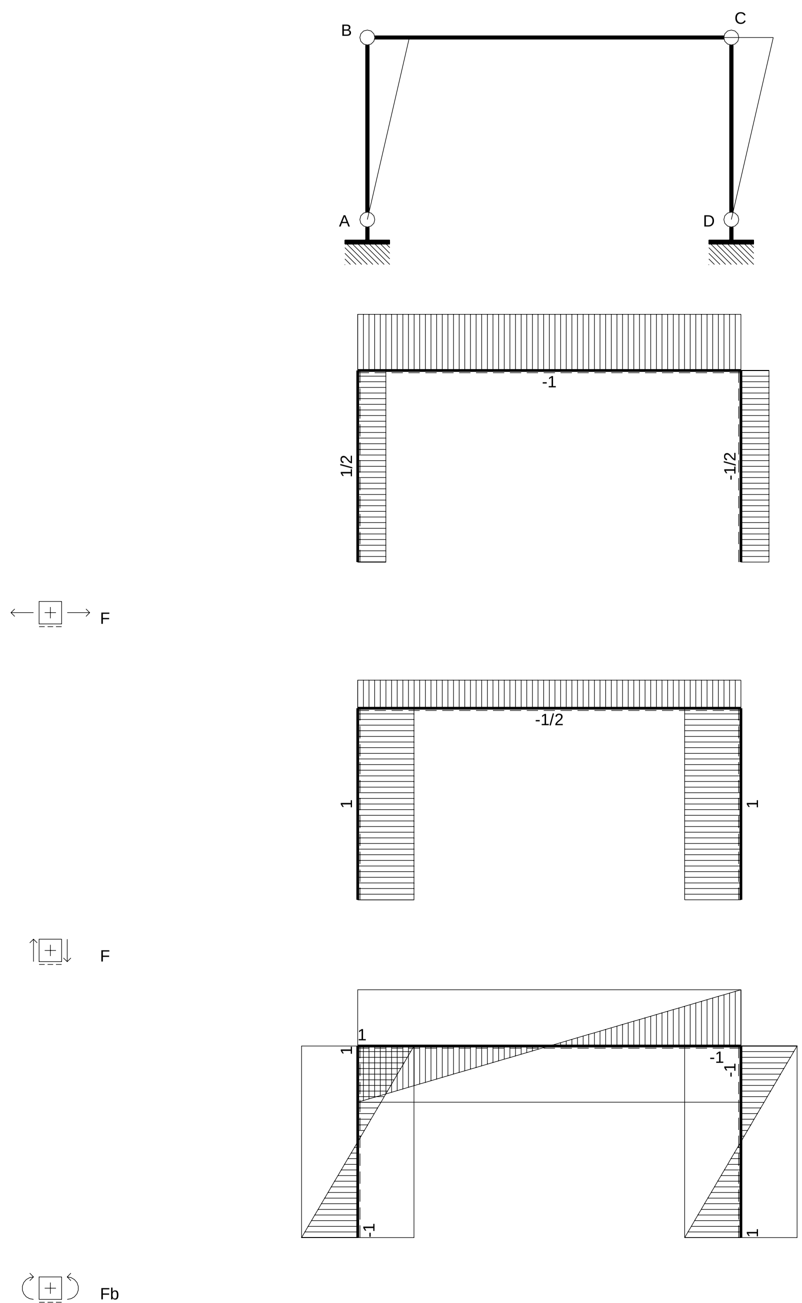
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j<n$, $1 \le i<m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j<n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	-1	0	≤	1
W_{DC}-	-1	-1	1	6	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	6	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	≥	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	6	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-6	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	0	1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	0	-1	0	≤	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	6	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	-6	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	-1	-1	1	6	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	-6	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/6	1/6	-1/6	-1/6	-1/6	≥	-1/6
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	1/6	1/6	-1/6	-1/6	-1/6	=	-1/6

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/6	1/6	-1/6	-1/6	0	≥	-1/3
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/6	1/6	-1/6	-1/6	0	=	-1/3

Scambio pivotale 3-2

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/6	-1/6	-1/6	-1/6	1/6	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/6	-1/6	-1/6	-1/6	1/6	=	-1/2

Scambio pivotale 6-5

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/6	-1/6	0	-1/6	-1/6	≥	-2/3
L_X	0	0	-1	0	1	≥	0
Max	-1/6	-1/6	0	-1/6	-1/6	=	-2/3

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/6	-1/6	0	-1/6	-1/6	≥	-2/3
L_X	0	0	-1	0	1	≥	0
Max	-1/6	-1/6	0	-1/6	-1/6	=	-2/3

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	≥	1/6
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	2	2	0	2/3	1	=	-2/3

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
1	1	-1

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} 1/6 \\ -1/6 \\ 1/6 \\ 1/6 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 2/3

$H_A = -F$
$V_A = -1/2F$
$W_A = Fb$
$H_D = -F$
$V_D = 1/2F$
$W_D = Fb$

$H_{AB} = -F$	$H_{BC} = F$	$H_{CD} = F$
$V_{AB} = -1/2F$	$V_{BC} = -1/2F$	$V_{CD} = -1/2F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -Fb$	$W_{CD} = Fb$
$H_{BA} = F$	$H_{CB} = -F$	$H_{DC} = -F$
$V_{BA} = 1/2F$	$V_{CB} = 1/2F$	$V_{DC} = 1/2F$
$W_{BA} = Fb$	$W_{CB} = -Fb$	$W_{DC} = Fb$

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL1.006

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 1/3\delta$	$u_{CCB} = 1/3\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_D = -1/6\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 1/3\delta$	$u_{CCD} = 1/3\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = -1/6\delta/b$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

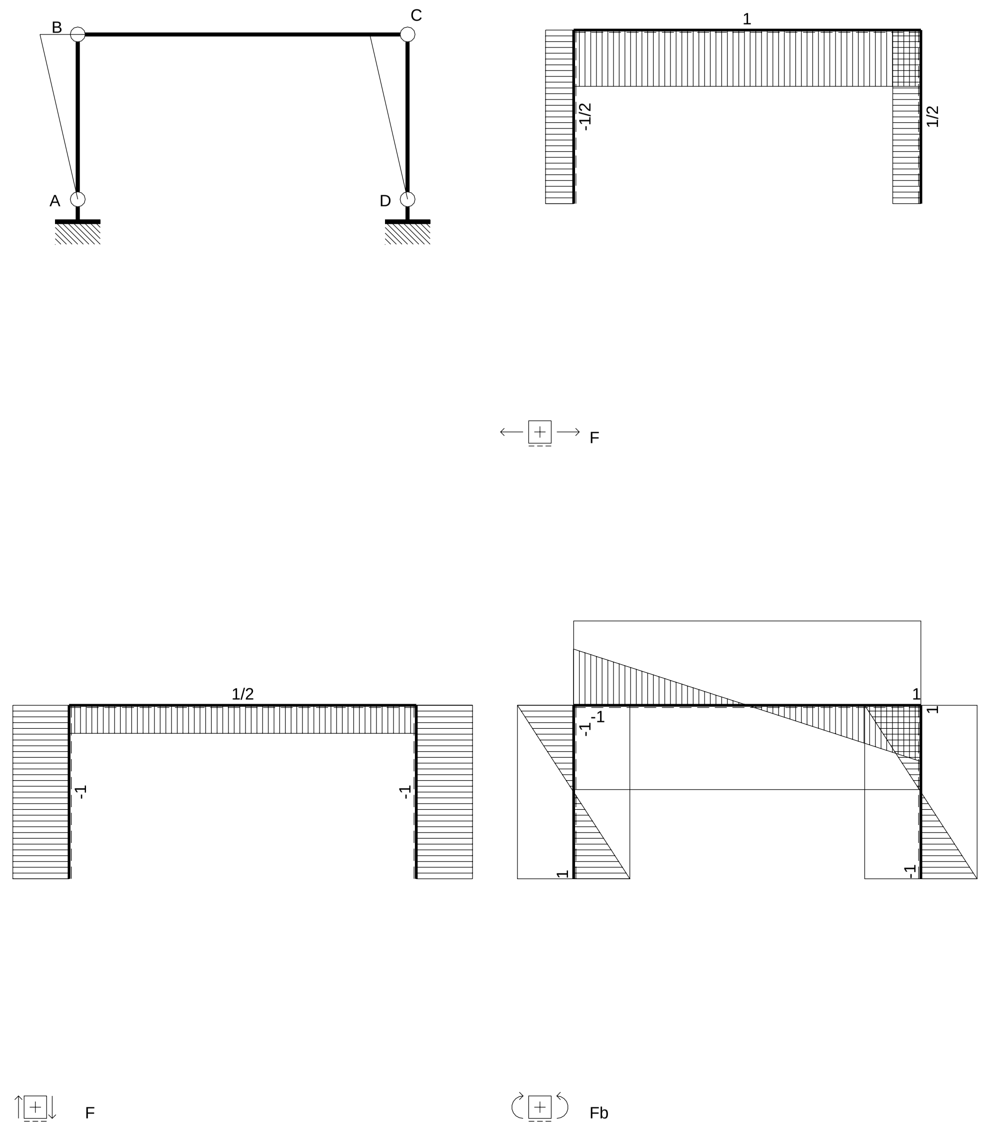
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.

Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j < n$, $1 \leq i < m$.

Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \leq j < n$.

Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \leq i < m$.

Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia *q* $(1 \leq q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga *m.*

2 Sia *p* $(1 \leq p < m)$ la riga pivot di colonna *q,* a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.

3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.

4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.

5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.

6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot *q:* $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.

7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga *p* e la colonna *q:* $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.

8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot *p:* $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.

Giunti a questo punto, si individua la soluzione.

Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.

Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	1	0	0	0	≤	1
$W_{BA}-$	0	1	0	0	≥	-1
$W_{BA}+$	0	1	0	0	≤	1
$W_{CD}-$	0	0	-1	0	≥	-1
$W_{CD}+$	0	0	-1	0	≤	1
$W_{DC}-$	-1	-1	1	-5	≥	-1
$W_{DC}+$	-1	-1	1	-5	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	-1	0	0	0	≥	-1
$W_{BA}-$	0	1	0	0	≥	-1
$W_{BA}+$	0	-1	0	0	≥	-1
$W_{CD}-$	0	0	-1	0	≥	-1
$W_{CD}+$	0	0	1	0	≥	-1
$W_{DC}-$	-1	-1	1	-5	≥	-1
$W_{DC}+$	1	1	-1	5	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
$W_{BA}-$	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
$W_{BA}+$	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
$W_{CD}-$	0	0	-1	0	0	1	0	≥	-1
$W_{CD}+$	0	0	1	0	0	-1	0	≤	-1
$W_{DC}-$	-1	-1	1	1	1	-1	-5	≥	-1
$W_{DC}+$	1	1	-1	-1	-1	1	5	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	0	0	1	0	-1	≥	-1
$\varphi_{DC}-$	-1	-1	1	-5	1	≥	-1
$\varphi_{DC}+$	1	1	-1	5	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	$\varphi_{DC}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	0	0	1	0	-1	≥	-1
αbF	-1/5	-1/5	1/5	-1/5	1/5	≥	-1/5
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
Max	-1/5	-1/5	1/5	-1/5	1/5	=	-1/5

Scambio pivotale 5-3

	X	Y	$\varphi_{CD}-$	$\varphi_{DC}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
Z	0	0	-1	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	-1/5	-1/5	-1/5	-1/5	2/5	≥	-2/5
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
Max	-1/5	-1/5	-1/5	-1/5	2/5	=	-2/5

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL1.007

Scambio pivotale 1-5

	X	Y	$\varphi_{CD}-$	$\varphi_{DC}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	-1	1	0	0	1	≥	0
$\varphi_{BA}+$	1	-1	0	0	-1	≥	-2
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	1/5	-1/5	-1/5	-1/5	-2/5	≥	-4/5
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1/2
Max	1/5	-1/5	-1/5	-1/5	-2/5	=	-4/5

Scambio pivotale 3-1

	$\varphi_{BA}-$	Y	$\varphi_{CD}-$	$\varphi_{DC}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
$\varphi_{BA}+$	-1	0	0	0	0	≥	-2
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	-1/5	0	-1/5	-1/5	-1/5	≥	-4/5
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1/2
Max	-1/5	0	-1/5	-1/5	-1/5	=	-4/5

Tableau finale

	$\varphi_{BA}-$	Y	$\varphi_{CD}-$	$\varphi_{DC}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
$\varphi_{BA}+$	-1	0	0	0	0	≥	-2
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	-1/5	0	-1/5	-1/5	-1/5	≥	-4/5
$\varphi_{DC}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1/2
Max	-1/5	0	-1/5	-1/5	-1/5	=	-4/5

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{l} \\ \varphi_{AB}- \\ \varphi_{AB}+ \\ \varphi_{BA}- \\ \varphi_{BA}+ \\ \varphi_{CD}- \\ \varphi_{CD}+ \\ \varphi_{DC}- \\ \varphi_{DC}+ \\ L_X \\ Max \end{array}
\begin{array}{c} \begin{bmatrix} X & Y & Z & \alpha bF & X- \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 4/5 & 1 \end{bmatrix} \end{array}
\begin{array}{c} \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ = \end{array}
\begin{array}{c} \begin{bmatrix} Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1/5 \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ 0 \\ -4/5 \end{bmatrix} \end{array}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{c} X \quad Y \quad Z \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} -1/5 \\ -1/5 \\ -1/5 \\ -1/5 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 4/5

$H_A = F$
$V_A = 1/2F$
$W_A = -Fb$
$H_D = F$
$V_D = -1/2F$
$W_D = -Fb$

$H_{AB} = F$	$H_{BC} = -F$	$H_{CD} = -F$
$V_{AB} = 1/2F$	$V_{BC} = 1/2F$	$V_{CD} = 1/2F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = -Fb$
$H_{BA} = -F$	$H_{CB} = F$	$H_{DC} = F$
$V_{BA} = -1/2F$	$V_{CB} = -1/2F$	$V_{DC} = -1/2F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = Fb$	$W_{DC} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -2/5\delta$	$u_{CCB} = -2/5\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/5\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/5\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_D = 1/5\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -2/5\delta$	$u_{CCD} = -2/5\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/5\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 1/5\delta/b$

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_A b - 4V_A b = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

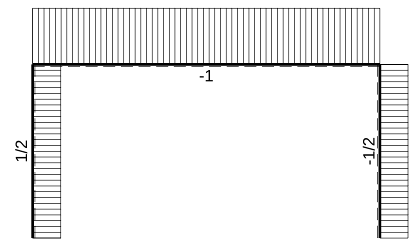
$2H_A b = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

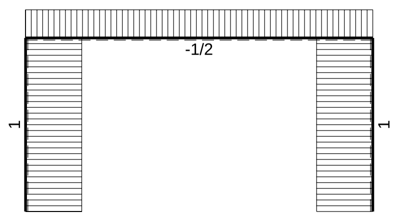
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_A b & V_A b \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

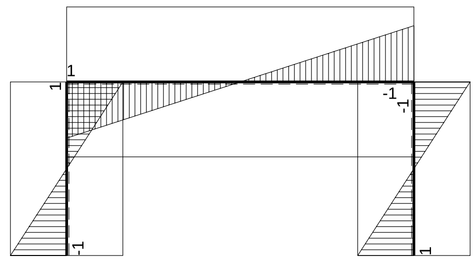
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_A b \\ V_A b \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



F





F

Fb

PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j < n$, $1 \leq i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $\max \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \leq j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $\min \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \leq i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \leq q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \leq p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	-1	0	≤	1
W_{DC}-	-1	-1	1	5	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	5	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	≥	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	5	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-5	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	0	1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	0	-1	0	≤	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	5	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	-5	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	-1	-1	1	5	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	-5	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/5	1/5	-1/5	-1/5	-1/5	≥	-1/5
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	1/5	1/5	-1/5	-1/5	-1/5	=	-1/5

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/5	1/5	-1/5	-1/5	0	≥	-2/5
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	-1/5	1/5	-1/5	-1/5	0	=	-2/5

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL1.008

Scambio pivotale 4-2

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/5	-1/5	-1/5	-1/5	1/5	≥	-3/5
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	-1/5	-1/5	-1/5	-1/5	1/5	=	-3/5

Scambio pivotale 6-5

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{DC}+	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/5	-1/5	0	-1/5	-1/5	≥	-4/5
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
Max	-1/5	-1/5	0	-1/5	-1/5	=	-4/5

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{DC}+	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/5	-1/5	0	-1/5	-1/5	≥	-4/5
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
Max	-1/5	-1/5	0	-1/5	-1/5	=	-4/5

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{l} \\ \varphi_{AB}- \\ \varphi_{AB}+ \\ \varphi_{BA}- \\ \varphi_{BA}+ \\ \varphi_{CD}- \\ \varphi_{CD}+ \\ \varphi_{DC}- \\ \varphi_{DC}+ \\ L_X \\ Max \end{array} \begin{bmatrix} X & Y & Z & \alpha bF & X- \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 4/5 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ = \end{array} \begin{bmatrix} Fb \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ 1/5 \\ 0 \\ -4/5 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DC} \end{array} \begin{bmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 4/5

$H_A = -F$
$V_A = -1/2F$
$W_A = Fb$
$H_D = -F$
$V_D = 1/2F$
$W_D = Fb$

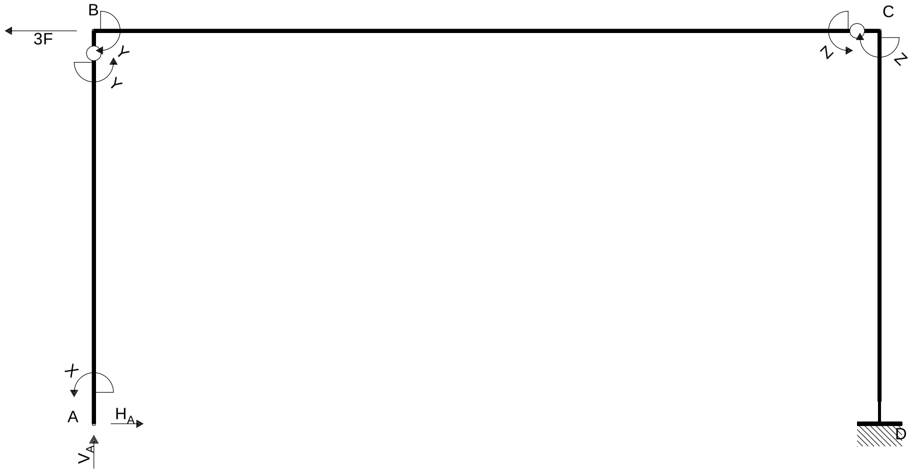
$H_{AB} = -F$	$H_{BC} = F$	$H_{CD} = F$
$V_{AB} = -1/2F$	$V_{BC} = -1/2F$	$V_{CD} = -1/2F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -Fb$	$W_{CD} = Fb$
$H_{BA} = F$	$H_{CB} = -F$	$H_{DC} = -F$
$V_{BA} = 1/2F$	$V_{CB} = 1/2F$	$V_{DC} = 1/2F$
$W_{BA} = Fb$	$W_{CB} = -Fb$	$W_{DC} = Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 2/5\delta$	$u_{CCB} = 2/5\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/5\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/5\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_D = -1/5\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 2/5\delta$	$u_{CCD} = 2/5\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/5\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = -1/5\delta/b$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

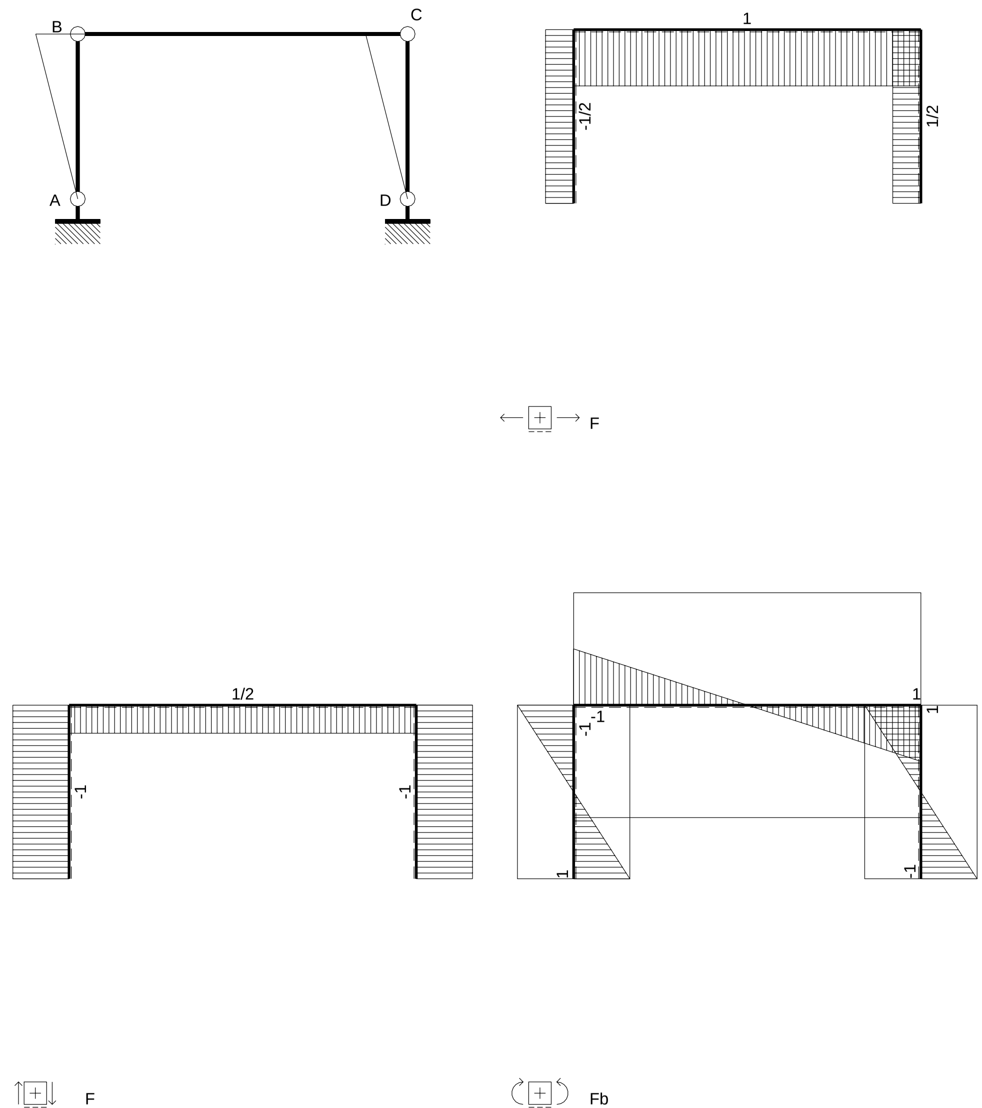
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	-1	0	≤	1
W_{DC}-	-1	-1	1	-6	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	-6	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	≥	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	-6	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	6	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	0	1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	0	-1	0	≤	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	-6	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	6	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	-1	-1	1	-6	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	6	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
αbF	-1/6	-1/6	1/6	-1/6	1/6	≥	-1/6
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/6	-1/6	1/6	-1/6	1/6	=	-1/6

Scambio pivotale 5-3

	X	Y	φ_{CD}-	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
Z	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	-1/6	-1/6	-1/6	-1/6	1/3	≥	-1/3
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/6	-1/6	-1/6	-1/6	1/3	=	-1/3

Scambio pivotale 1-5

	X	Y	φ_{CD}-	φ_{DC}-	φ_{AB}-		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	1	-1	0	0	-1	≥	-2
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	1/6	-1/6	-1/6	-1/6	-1/3	≥	-2/3
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Max	1/6	-1/6	-1/6	-1/6	-1/3	=	-2/3

Scambio pivotale 3-1

	φ_{BA}-	Y	φ_{CD}-	φ_{DC}-	φ_{AB}-		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	-1/6	0	-1/6	-1/6	-1/6	≥	-2/3
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-1/6	0	-1/6	-1/6	-1/6	=	-2/3

Tableau finale

	φ_{BA}-	Y	φ_{CD}-	φ_{DC}-	φ_{AB}-		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
αbF	-1/6	0	-1/6	-1/6	-1/6	≥	-2/3
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-1/6	0	-1/6	-1/6	-1/6	=	-2/3

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{lccccccc}
 & X & Y & Z & \alpha bF & X- & & Fb \\
\varphi_{AB}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/6 \\
\varphi_{AB}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{BA}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/6 \\
\varphi_{BA}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{CD}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/6 \\
\varphi_{CD}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{DC}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/6 \\
\varphi_{DC}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
L_X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
Max & 0 & 0 & 2 & 2/3 & 1 & = & -2/3
\end{array}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ -1 & -1 & 1 \end{array}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{lc}
\varphi_{AB} & -1/6 \\
\varphi_{BA} & -1/6 \\
\varphi_{CD} & -1/6 \\
\varphi_{DC} & -1/6
\end{array}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 2/3

$H_A = F$
$V_A = 1/2F$
$W_A = -Fb$
$H_D = F$
$V_D = -1/2F$
$W_D = -Fb$

$H_{AB} = F$	$H_{BC} = -F$	$H_{CD} = -F$
$V_{AB} = 1/2F$	$V_{BC} = 1/2F$	$V_{CD} = 1/2F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = -Fb$
$H_{BA} = -F$	$H_{CB} = F$	$H_{DC} = F$
$V_{BA} = -1/2F$	$V_{CB} = -1/2F$	$V_{DC} = -1/2F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = Fb$	$W_{DC} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -1/3\delta$	$u_{CCB} = -1/3\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_{D} = 1/6\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/3\delta$	$u_{CCD} = -1/3\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 1/6\delta/b$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 4V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

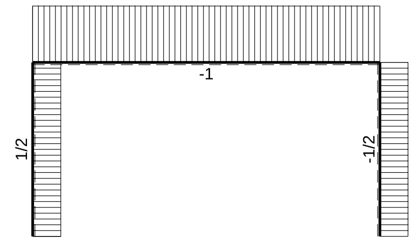
$2H_Ab = -Xb - Yb$

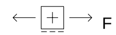
Matrice di equilibrio

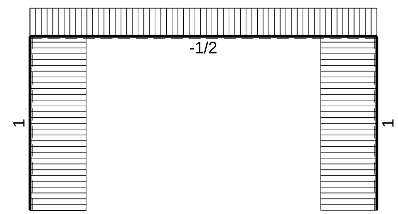
$$
\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
=
\begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$

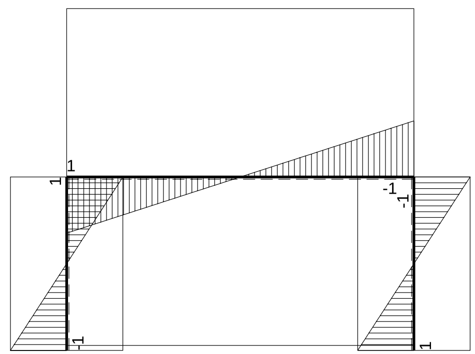
Soluzione del sistema

$$
\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix}
=
\begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max \; \Sigma_j \; H_{mj} \; P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min \; \Sigma_i \; H_{in} \; D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} \; H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} \; H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} \; H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	-1	0	≤	1
W_{DC}-	-1	-1	1	4	≥	-1
W_{DC}+	-1	-1	1	4	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	≥	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	4	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-4	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	0	1	0	≥	-1
W_{CD}+	0	0	1	0	0	-1	0	≤	-1
W_{DC}-	-1	-1	1	1	1	-1	4	≥	-1
W_{DC}+	1	1	-1	-1	-1	1	-4	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	-1	-1	1	4	1	≥	-1
φ_{DC}+	1	1	-1	-4	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/4	1/4	-1/4	-1/4	-1/4	≥	-1/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	1/4	1/4	-1/4	-1/4	-1/4	=	-1/4

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/4	1/4	-1/4	-1/4	0	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	-1/4	1/4	-1/4	-1/4	0	=	-1/2

Scambio pivotale 4-2

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	1/4	≥	-3/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	-1/4	-1/4	-1/4	-1/4	1/4	=	-3/4

Scambio pivotale 6-5

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{DC}+	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/4	-1/4	0	-1/4	-1/4	≥	-1
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-2
Max	-1/4	-1/4	0	-1/4	-1/4	=	-1

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{DC}+	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/4	-1/4	0	-1/4	-1/4	≥	-1
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-2
Max	-1/4	-1/4	0	-1/4	-1/4	=	-1

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	≥	1/4
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	2	2	0	1	1	=	-1

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
1	1	-1

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	1/4
φ_{BA}	1/4
φ_{CD}	1/4
φ_{DC}	1/4

REAZIONI Fattore di collasso = 1

H_A = -F
V_A = -1/2F
W_A = Fb
H_D = -F
V_D = 1/2F
W_D = Fb

H_{AB} = -F	H_{BC} = F	H_{CD} = F
V_{AB} = -1/2F	V_{BC} = -1/2F	V_{CD} = -1/2F
W_{AB} = Fb	W_{BC} = -Fb	W_{CD} = Fb
H_{BA} = F	H_{CB} = -F	H_{DC} = -F
V_{BA} = 1/2F	V_{CB} = 1/2F	V_{DC} = 1/2F
W_{BA} = Fb	W_{CB} = -Fb	W_{DC} = Fb

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL1.010

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 1/2\delta$	$u_{CCB} = 1/2\delta$	$u_{DDC} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 0$	$v_{DDC} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 0$	$\varphi_{D} = -1/4\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 1/2\delta$	$u_{CCD} = 1/2\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = -1/4\delta/b$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11