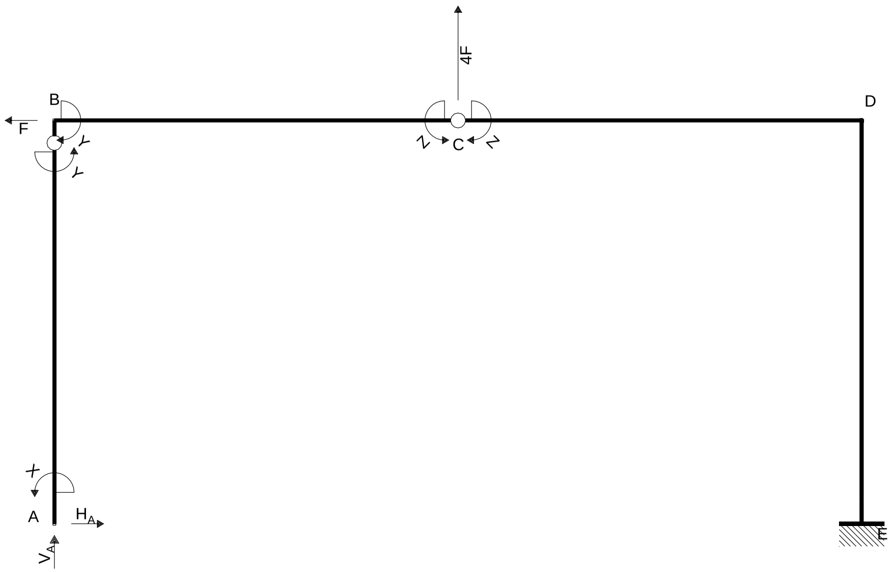


EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

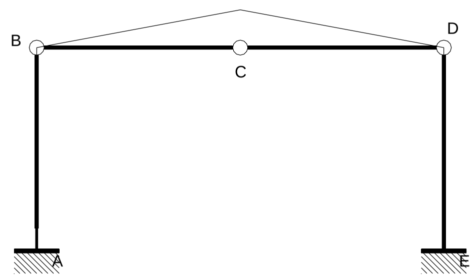
$2H_Ab = -Xb - Yb$

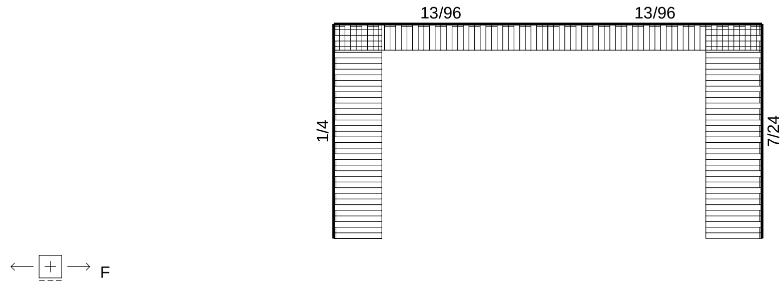
Matrice di equilibrio

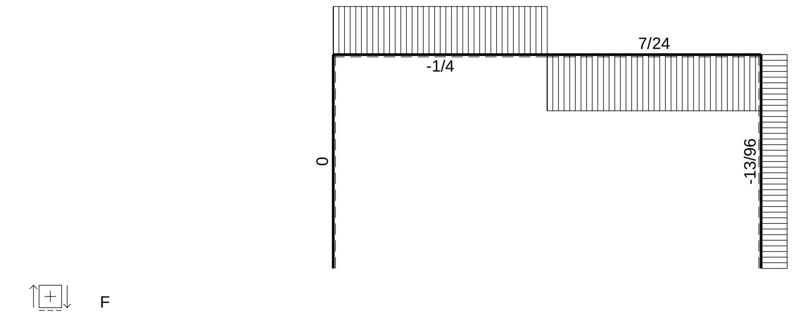
$$
\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array}
\begin{array}{c} [H_Ab \;\; V_Ab] \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
=
\begin{array}{c} [Xb \;\; Yb \;\; Zb \;\; Fb] \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$

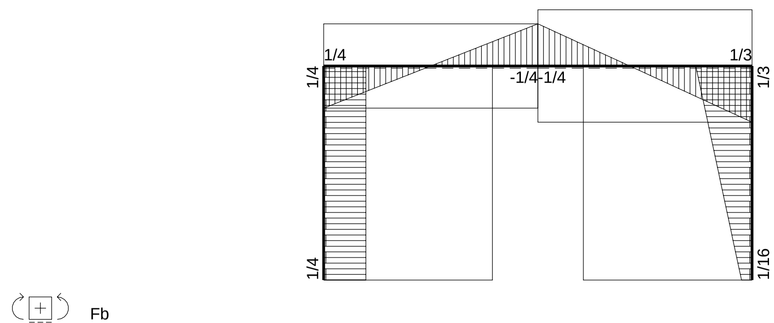
Soluzione del sistema

$$
\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix}
=
\begin{array}{c} [Xb \;\; Yb \;\; Zb \;\; Fb] \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}
$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j<n$, $1 \le i<m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j<n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.001

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/4
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/4
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	1/4
W_{DC}-	0	-1	2	8	≥	-1/3
W_{DC}+	0	-1	2	8	≤	1/3
W_{ED}-	-1	-2	2	6	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	6	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/4
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-1/4
W_{DC}-	0	-1	2	8	≥	-1/3
W_{DC}+	0	1	-2	-8	≥	-1/3
W_{ED}-	-1	-2	2	6	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-6	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1/4
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1/4
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1/4
W_{DC}-	0	-1	2	0	1	-2	8	≥	-1/3
W_{DC}+	0	1	-2	0	-1	2	-8	≤	-1/3
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	6	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	-6	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
φ_{DC}-	0	-1	2	8	-1	≥	-1/3
φ_{DC}+	0	1	-2	-8	1	≥	-1/3
φ_{ED}-	-1	-2	2	6	1	≥	-1
φ_{ED}+	1	2	-2	-6	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2/3
αbF	0	1/8	-1/4	-1/8	1/8	≥	-1/24
φ_{ED}-	-1	-5/4	1/2	-3/4	7/4	≥	-5/4
φ_{ED}+	1	5/4	-1/2	3/4	-7/4	≥	-3/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	1/8	-1/4	-1/8	1/8	=	-1/24

Scambio pivotale 3-2

	X	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1/4
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-1/2
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2/3
αbF	0	-1/8	-1/4	-1/8	1/4	≥	-7/96
φ_{ED}-	-1	5/4	1/2	-3/4	1/2	≥	-15/16
φ_{ED}+	1	-5/4	-1/2	3/4	-1/2	≥	-17/16
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	-1/8	-1/4	-1/8	1/4	=	-7/96

Scambio pivotale 5-5

	X	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	1	0	-1	0	1	≥	-3/4
φ_{AB}+	-1	0	1	0	-1	≥	-5/4
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-1/2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2/3
αbF	0	-1/8	0	-1/8	-1/4	≥	-13/96
φ_{ED}-	-1	5/4	1	-3/4	-1/2	≥	-17/16
φ_{ED}+	1	-5/4	-1	3/4	1/2	≥	-15/16
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
Max	0	-1/8	0	-1/8	-1/4	=	-13/96

Tableau finale

	X	φ_{BC}-	Z	φ_{DC}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	1	0	-1	0	1	≥	-3/4
φ_{AB}+	-1	0	1	0	-1	≥	-5/4
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-1/2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1/4
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{DC}-	0	0	0	-1	0	≥	-2/3
αbF	0	-1/8	0	-1/8	-1/4	≥	-13/96
φ_{ED}-	-1	5/4	1	-3/4	-1/2	≥	-17/16
φ_{ED}+	1	-5/4	-1	3/4	1/2	≥	-15/16
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
Max	0	-1/8	0	-1/8	-1/4	=	-13/96

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	1/2	0	13/96	1/4	=	-13/96

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} -1/4 & 1/4 & -1/4 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ -1/8 \\ -1/4 \\ 1/8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 13/96

$H_A = 0$
$V_A = -1/4F$
$W_A = -1/4Fb$
$H_E = 13/96F$
$V_E = -7/24F$
$W_E = 1/16Fb$

$H_{AB} = 0$	$H_{BC} = -13/96F$	$H_{CD} = -13/96F$	$H_{DE} = -13/96F$
$V_{AB} = -1/4F$	$V_{BC} = -1/4F$	$V_{CD} = 7/24F$	$V_{DE} = 7/24F$
$W_{AB} = -1/4Fb$	$W_{BC} = -1/4Fb$	$W_{CD} = 1/4Fb$	$W_{DE} = -1/3Fb$
$H_{BA} = 0$	$H_{CB} = 13/96F$	$H_{DC} = 13/96F$	$H_{ED} = 13/96F$
$V_{BA} = 1/4F$	$V_{CB} = 1/4F$	$V_{DC} = -7/24F$	$V_{ED} = -7/24F$
$W_{BA} = 1/4Fb$	$W_{CB} = -1/4Fb$	$W_{DC} = 1/3Fb$	$W_{ED} = 1/16Fb$

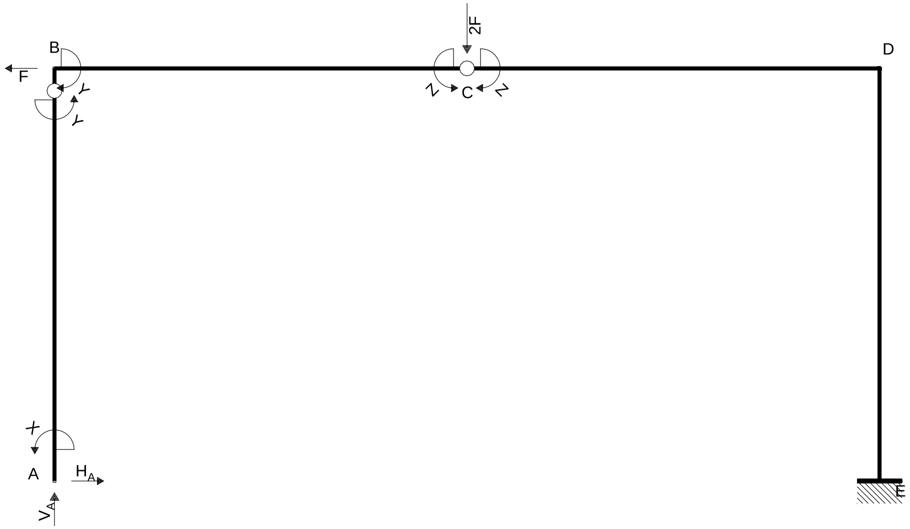
SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 0$	$u_{CCB} = 0$	$u_{DDC} = 0$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 1/4\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBA} = 0$	$\varphi_{CCB} = 1/8\delta/b$	$\varphi_{DDE} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{EED} = 0$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 0$	$u_{CCD} = 0$	$u_{DDE} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/4\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBC} = 1/8\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 0$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

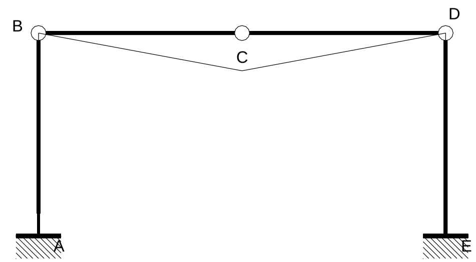
$2H_Ab = -Xb - Yb$

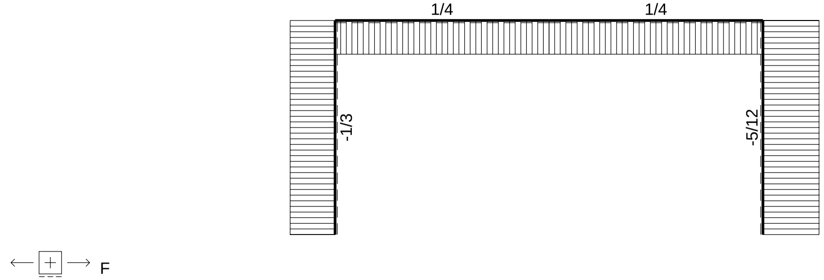
Matrice di equilibrio

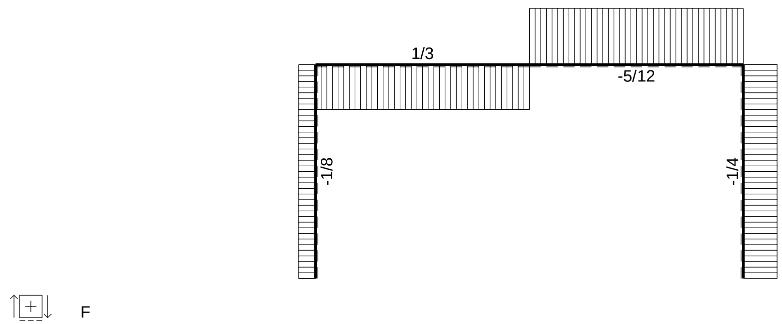
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

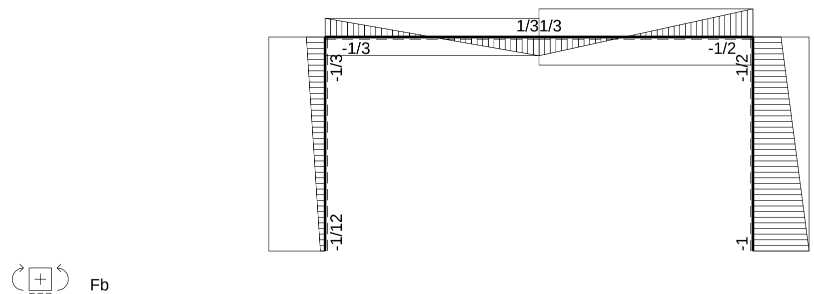
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

$$
\begin{array}{c|ccc|c|c|}
 & P_1 & P_2 & P_3 & & MIN \\
D_1 & H_{11} & H_{12} & H_{13} & \ge & H_{14} \\
D_2 & H_{21} & H_{22} & H_{23} & \ge & H_{24} \\
D_3 & H_{31} & H_{32} & H_{33} & \ge & H_{34} \\
D_4 & H_{41} & H_{42} & H_{43} & \ge & H_{44} \\
D_5 & H_{51} & H_{52} & H_{53} & \ge & H_{54} \\
MAX & H_{61} & H_{62} & H_{63} & = & H_{64}
\end{array}
$$

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/3
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1/3
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/3
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	1/3
W_{DC}-	0	-1	2	-4	≥	-1/2
W_{DC}+	0	-1	2	-4	≤	1/2
W_{ED}-	-1	-2	2	-6	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	-6	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/3
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1/3
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-1/3
W_{DC}-	0	-1	2	-4	≥	-1/2
W_{DC}+	0	1	-2	4	≥	-1/2
W_{ED}-	-1	-2	2	-6	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	6	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1/3
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1/3
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1/3
W_{DC}-	0	-1	2	0	1	-2	-4	≥	-1/2
W_{DC}+	0	1	-2	0	-1	2	4	≤	-1/2
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	-6	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	6	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
φ_{DC}-	0	-1	2	-4	-1	≥	-1/2
φ_{DC}+	0	1	-2	4	1	≥	-1/2
φ_{ED}-	-1	-2	2	-6	1	≥	-1
φ_{ED}+	1	2	-2	6	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1/3
αbF	0	-1/4	1/2	-1/4	-1/4	≥	-1/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-1
φ_{ED}-	-1	-1/2	-1	3/2	5/2	≥	-1/4
φ_{ED}+	1	1/2	1	-3/2	-5/2	≥	-7/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	-1/4	1/2	-1/4	-1/4	=	-1/8

Scambio pivotale 9-3

	X	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1/3
φ_{CB}-	-1	-1/2	-1	3/2	3/2	≥	-7/12
φ_{CB}+	1	1/2	1	-3/2	-3/2	≥	-1/12
αbF	-1/2	-1/2	-1/2	1/2	1	≥	-1/4
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-1
Z	-1	-1/2	-1	3/2	5/2	≥	-1/4
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/2	-1/2	-1/2	1/2	1	=	-1/4

Scambio pivotale 6-5

	X	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	φ_{CB}+		Fb
φ_{AB}-	1/3	-1/3	-2/3	1	2/3	≥	-17/18
φ_{AB}+	-1/3	1/3	2/3	-1	-2/3	≥	-19/18
φ_{BC}-	2/3	-2/3	2/3	-1	-2/3	≥	-7/18
φ_{BC}+	-2/3	2/3	-2/3	1	2/3	≥	-5/18
φ_{CB}-	0	0	0	0	-1	≥	-2/3
X-	2/3	1/3	2/3	-1	-2/3	≥	-1/18
αbF	1/6	-1/6	1/6	-1/2	-2/3	≥	-11/36
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-1
Z	2/3	1/3	2/3	-1	-5/3	≥	-7/18
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	-2/3	-1/3	-2/3	1	2/3	≥	-17/18
Max	1/6	-1/6	1/6	-1/2	-2/3	=	-11/36

Scambio pivotale 4-1

	φ_{BC}+	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	φ_{CB}+		Fb
φ_{AB}-	-1/2	0	-1	3/2	1	≥	-13/12
φ_{AB}+	1/2	0	1	-3/2	-1	≥	-11/12
φ_{BC}-	-1	0	0	0	0	≥	-2/3
X	-3/2	1	-1	3/2	1	≥	-5/12
φ_{CB}-	0	0	0	0	-1	≥	-2/3
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1/3
αbF	-1/4	0	0	-1/4	-1/2	≥	-3/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-1
Z	-1	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-2/3
Max	-1/4	0	0	-1/4	-1/2	=	-3/8

Tableau finale

	φ_{BC}+	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	φ_{CB}+		Fb
φ_{AB}-	-1/2	0	-1	3/2	1	≥	-13/12
φ_{AB}+	1/2	0	1	-3/2	-1	≥	-11/12
φ_{BC}-	-1	0	0	0	0	≥	-2/3
X	-3/2	1	-1	3/2	1	≥	-5/12
φ_{CB}-	0	0	0	0	-1	≥	-2/3
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1/3
αbF	-1/4	0	0	-1/4	-1/2	≥	-3/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-1
Z	-1	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-2/3
Max	-1/4	0	0	-1/4	-1/2	=	-3/8

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{l|ccccc|c|c|}
 & X & Y & Z & \alpha bF & X- & & Fb \\
\varphi_{AB}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{AB}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{BC}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{BC}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/4 \\
\varphi_{CB}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{CB}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/2 \\
\varphi_{DC}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 1/4 \\
\varphi_{DC}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{ED}- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
\varphi_{ED}+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
L_X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \geq & 0 \\
Max & 5/12 & 0 & 2/3 & 3/8 & 1/3 & = & -3/8
\end{array}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc}
X & Y & Z \\
\left[1/12 \right. & -1/3 & \left. 1/3 \right]
\end{array}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l}
\varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \\ \varphi_{ED}
\end{array}
\begin{bmatrix} 0 \\ 1/4 \\ 1/2 \\ -1/4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 3/8

$H_A = 1/8F$
$V_A = 1/3F$
$W_A = 1/12Fb$
$H_E = 1/4F$
$V_E = 5/12F$
$W_E = -Fb$

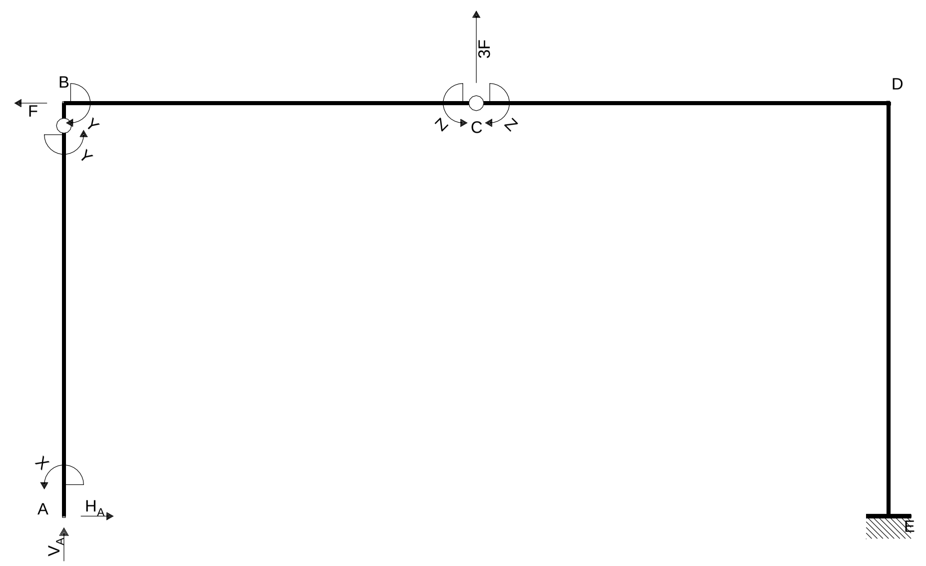
$H_{AB} = 1/8F$	$H_{BC} = -1/4F$	$H_{CD} = -1/4F$	$H_{DE} = -1/4F$
$V_{AB} = 1/3F$	$V_{BC} = 1/3F$	$V_{CD} = -5/12F$	$V_{DE} = -5/12F$
$W_{AB} = 1/12Fb$	$W_{BC} = 1/3Fb$	$W_{CD} = -1/3Fb$	$W_{DE} = 1/2Fb$
$H_{BA} = -1/8F$	$H_{CB} = 1/4F$	$H_{DC} = 1/4F$	$H_{ED} = 1/4F$
$V_{BA} = -1/3F$	$V_{CB} = -1/3F$	$V_{DC} = 5/12F$	$V_{ED} = 5/12F$
$W_{BA} = -1/3Fb$	$W_{CB} = 1/3Fb$	$W_{DC} = -1/2Fb$	$W_{ED} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 0$	$u_{CCB} = 0$	$u_{DDC} = 0$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/2\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBA} = 0$	$\varphi_{CCB} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{EED} = 0$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 0$	$u_{CCD} = 0$	$u_{DDE} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/2\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBC} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 0$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

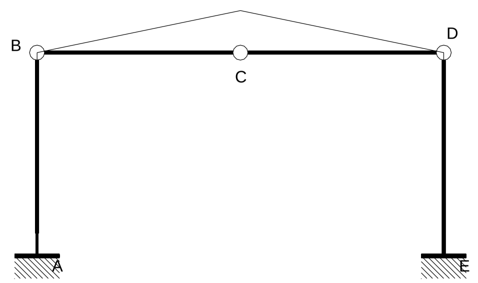
$2H_Ab = -Xb - Yb$

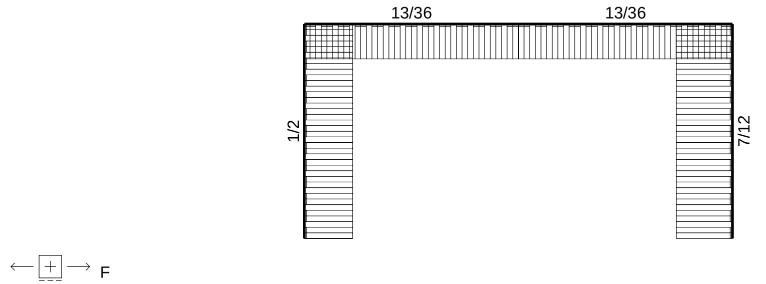
Matrice di equilibrio

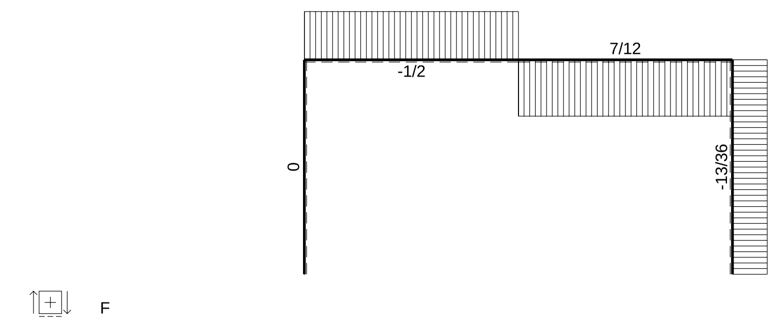
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

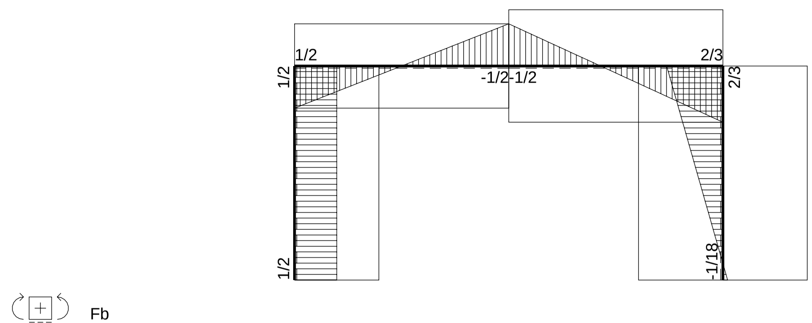
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE
Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j<n$, $1 \leq i<m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \leq j<n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \leq i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \leq q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \leq p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/2
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1/2
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/2
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	1/2
W_{DC}-	0	-1	2	6	≥	-2/3
W_{DC}+	0	-1	2	6	≤	2/3
W_{ED}-	-1	-2	2	4	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	4	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1/2
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1/2
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1/2
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-1/2
W_{DC}-	0	-1	2	6	≥	-2/3
W_{DC}+	0	1	-2	-6	≥	-2/3
W_{ED}-	-1	-2	2	4	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-4	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1/2
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1/2
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1/2
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1/2
W_{DC}-	0	-1	2	0	1	-2	6	≥	-2/3
W_{DC}+	0	1	-2	0	-1	2	-6	≤	-2/3
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	4	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	-4	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}^-	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{BC}^+	0	1	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
φ_{DC}^-	0	-1	2	6	-1	≥	-2/3
φ_{DC}^+	0	1	-2	-6	1	≥	-2/3
φ_{ED}^-	-1	-2	2	4	1	≥	-1
φ_{ED}^+	1	2	-2	-4	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	φ_{DC}^+	X-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}^-	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{BC}^+	0	1	0	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
φ_{DC}^-	0	0	0	-1	0	≥	-4/3
αbF	0	1/6	-1/3	-1/6	1/6	≥	-1/9
φ_{ED}^-	-1	-4/3	2/3	-2/3	5/3	≥	-13/9
φ_{ED}^+	1	4/3	-2/3	2/3	-5/3	≥	-5/9
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	1/6	-1/3	-1/6	1/6	=	-1/9

Scambio pivotale 3-2

	X	φ_{BC}^-	Z	φ_{DC}^+	X-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^+	-1	0	0	0	1	≥	-1
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1/2
φ_{BC}^+	0	-1	0	0	0	≥	-1
φ_{CB}^-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
φ_{DC}^-	0	0	0	-1	0	≥	-4/3
αbF	0	-1/6	-1/3	-1/6	1/3	≥	-7/36
φ_{ED}^-	-1	4/3	2/3	-2/3	1/3	≥	-7/9
φ_{ED}^+	1	-4/3	-2/3	2/3	-1/3	≥	-11/9
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	-1/6	-1/3	-1/6	1/3	=	-7/36

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.003

Scambio pivotale 5-5

	X	φ_{BC}^-	Z	φ_{DC}^+	φ_{CB}^-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	-1	0	1	≥	-1/2
φ_{AB}^+	-1	0	1	0	-1	≥	-3/2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-1
φ_{BC}^+	0	-1	0	0	0	≥	-1
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{DC}^-	0	0	0	-1	0	≥	-4/3
αbF	0	-1/6	0	-1/6	-1/3	≥	-13/36
φ_{ED}^-	-1	4/3	1	-2/3	-1/3	≥	-17/18
φ_{ED}^+	1	-4/3	-1	2/3	1/3	≥	-19/18
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
Max	0	-1/6	0	-1/6	-1/3	=	-13/36

Tableau finale

	X	φ_{BC}^-	Z	φ_{DC}^+	φ_{CB}^-		Fb
φ_{AB}^-	1	0	-1	0	1	≥	-1/2
φ_{AB}^+	-1	0	1	0	-1	≥	-3/2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-1
φ_{BC}^+	0	-1	0	0	0	≥	-1
X-	0	0	1	0	-1	≥	-1/2
φ_{CB}^+	0	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{DC}^-	0	0	0	-1	0	≥	-4/3
αbF	0	-1/6	0	-1/6	-1/3	≥	-13/36
φ_{ED}^-	-1	4/3	1	-2/3	-1/3	≥	-17/18
φ_{ED}^+	1	-4/3	-1	2/3	1/3	≥	-19/18
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/2
Max	0	-1/6	0	-1/6	-1/3	=	-13/36

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}^-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}^+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BC}^-	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{BC}^+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}^-	0	0	0	0	0	≥	1/3
φ_{CB}^+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}^-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DC}^+	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{ED}^-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}^+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	1	0	13/36	1/2	=	-13/36

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DC} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ -1/6 \\ -1/3 \\ 1/6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 13/36

$H_A = 0$
$V_A = -1/2F$
$W_A = -1/2Fb$
$H_E = 13/36F$
$V_E = -7/12F$
$W_E = -1/18Fb$

$H_{AB} = 0$	$H_{BC} = -13/36F$	$H_{CD} = -13/36F$	$H_{DE} = -13/36F$
$V_{AB} = -1/2F$	$V_{BC} = -1/2F$	$V_{CD} = 7/12F$	$V_{DE} = 7/12F$
$W_{AB} = -1/2Fb$	$W_{BC} = -1/2Fb$	$W_{CD} = 1/2Fb$	$W_{DE} = -2/3Fb$
$H_{BA} = 0$	$H_{CB} = 13/36F$	$H_{DC} = 13/36F$	$H_{ED} = 13/36F$
$V_{BA} = 1/2F$	$V_{CB} = 1/2F$	$V_{DC} = -7/12F$	$V_{ED} = -7/12F$
$W_{BA} = 1/2Fb$	$W_{CB} = -1/2Fb$	$W_{DC} = 2/3Fb$	$W_{ED} = -1/18Fb$

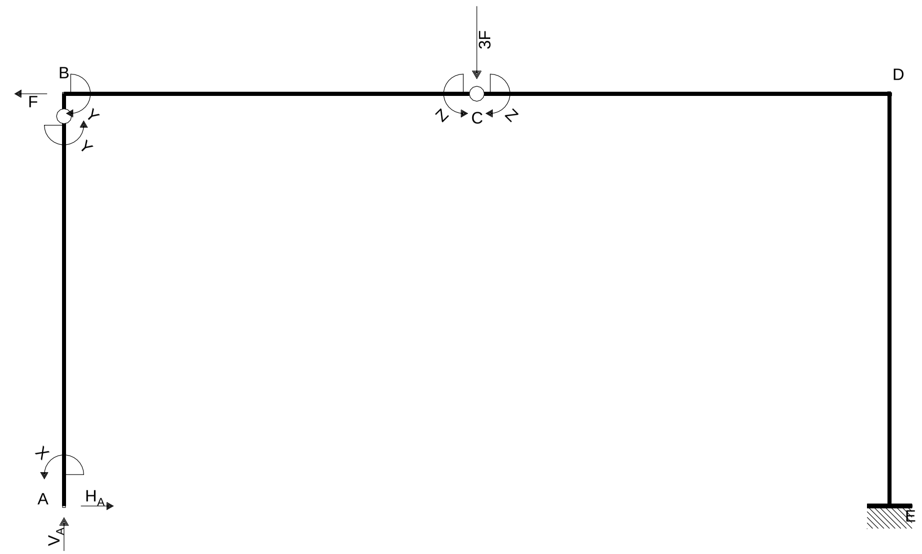
SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 0$	$u_{CCB} = 0$	$u_{DDC} = 0$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 1/3\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBA} = 0$	$\varphi_{CCB} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{DDE} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{EED} = 0$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 0$	$u_{CCD} = 0$	$u_{DDE} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/3\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBC} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 0$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

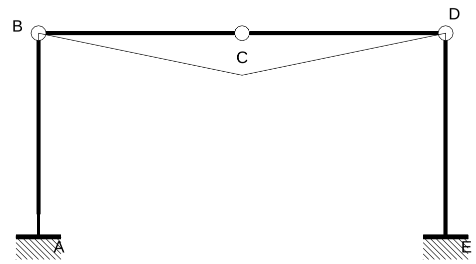
$2H_Ab = -Xb - Yb$

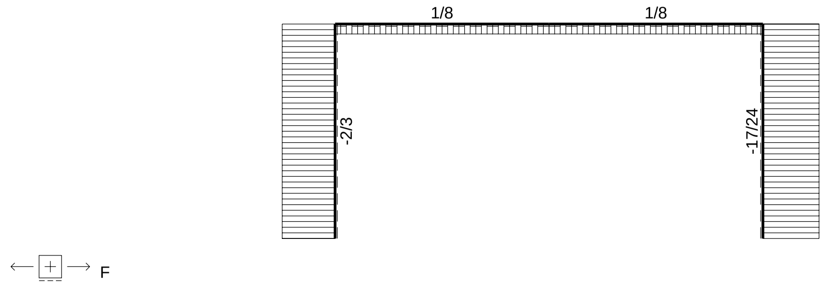
Matrice di equilibrio

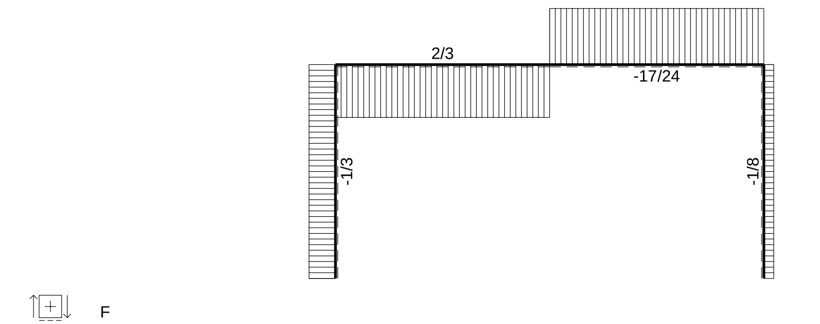
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

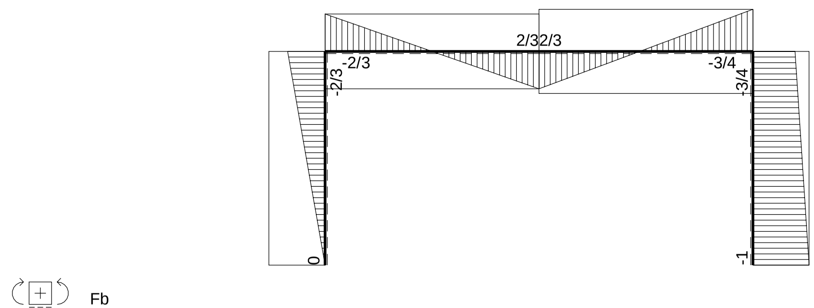
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6, n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-2/3
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	2/3
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-2/3
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	2/3
W_{DC}-	0	-1	2	-6	≥	-3/4
W_{DC}+	0	-1	2	-6	≤	3/4
W_{ED}-	-1	-2	2	-8	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	-8	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-2/3
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-2/3
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-2/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-2/3
W_{DC}-	0	-1	2	-6	≥	-3/4
W_{DC}+	0	1	-2	6	≥	-3/4
W_{ED}-	-1	-2	2	-8	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	8	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-2/3
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-2/3
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2/3
W_{DC}-	0	-1	2	0	1	-2	-6	≥	-3/4
W_{DC}+	0	1	-2	0	-1	2	6	≤	-3/4
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	-8	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	8	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
φ_{DC}-	0	-1	2	-6	-1	≥	-3/4
φ_{DC}+	0	1	-2	6	1	≥	-3/4
φ_{ED}-	-1	-2	2	-8	1	≥	-1
φ_{ED}+	1	2	-2	8	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2/3
αbF	0	-1/6	1/3	-1/6	-1/6	≥	-1/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-3/2
φ_{ED}-	-1	-2/3	-2/3	4/3	7/3	≥	0
φ_{ED}+	1	2/3	2/3	-4/3	-7/3	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	-1/6	1/3	-1/6	-1/6	=	-1/8

Scambio pivotale 9-3

	X	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-2/3
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-2/3
φ_{CB}-	-3/2	-1	-3/2	2	5/2	≥	-2/3
φ_{CB}+	3/2	1	3/2	-2	-5/2	≥	-2/3
αbF	-1/2	-1/2	-1/2	1/2	1	≥	-1/8
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-3/2
Z	-3/2	-1	-3/2	2	7/2	≥	0
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/2	-1/2	-1/2	1/2	1	=	-1/8

Scambio pivotale 6-5

	X	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	φ_{CB}+		Fb
φ_{AB}-	2/5	-2/5	-3/5	4/5	2/5	≥	-11/15
φ_{AB}+	-2/5	2/5	3/5	-4/5	-2/5	≥	-19/15
φ_{BC}-	3/5	-3/5	3/5	-4/5	-2/5	≥	-14/15
φ_{BC}+	-3/5	3/5	-3/5	4/5	2/5	≥	-2/5
φ_{CB}-	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
X-	3/5	2/5	3/5	-4/5	-2/5	≥	-4/15
αbF	1/10	-1/10	1/10	-3/10	-2/5	≥	-47/120
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-3/2
Z	3/5	2/5	3/5	-4/5	-7/5	≥	-14/15
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	-3/5	-2/5	-3/5	4/5	2/5	≥	-11/15
Max	1/10	-1/10	1/10	-3/10	-2/5	=	-47/120

Scambio pivotale 4-1

	φ_{BC}+	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	φ_{CB}+		Fb
φ_{AB}-	-2/3	0	-1	4/3	2/3	≥	-1
φ_{AB}+	2/3	0	1	-4/3	-2/3	≥	-1
φ_{BC}-	-1	0	0	0	0	≥	-4/3
X	-5/3	1	-1	4/3	2/3	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
X-	-1	1	0	0	0	≥	-2/3
αbF	-1/6	0	0	-1/6	-1/3	≥	-11/24
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-3/2
Z	-1	1	0	0	-1	≥	-4/3
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1/3
Max	-1/6	0	0	-1/6	-1/3	=	-11/24

Tableau finale

	φ_{BC}+	Y	φ_{ED}-	φ_{DC}-	φ_{CB}+		Fb
φ_{AB}-	-2/3	0	-1	4/3	2/3	≥	-1
φ_{AB}+	2/3	0	1	-4/3	-2/3	≥	-1
φ_{BC}-	-1	0	0	0	0	≥	-4/3
X	-5/3	1	-1	4/3	2/3	≥	-2/3
φ_{CB}-	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
X-	-1	1	0	0	0	≥	-2/3
αbF	-1/6	0	0	-1/6	-1/3	≥	-11/24
φ_{DC}+	0	0	0	-1	0	≥	-3/2
Z	-1	1	0	0	-1	≥	-4/3
φ_{ED}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1/3
Max	-1/6	0	0	-1/6	-1/3	=	-11/24

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	1/3
φ_{DC}-	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{DC}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	2/3	0	4/3	11/24	2/3	=	-11/24

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
0	-2/3	2/3

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	0
φ_{BC}	1/6
φ_{CB}	1/3
φ_{DC}	-1/6
φ_{ED}	0

REAZIONI Fattore di collasso = 11/24

H_A = 1/3F
V_A = 2/3F
W_A = 0
H_E = 1/8F
V_E = 17/24F
W_E = -Fb

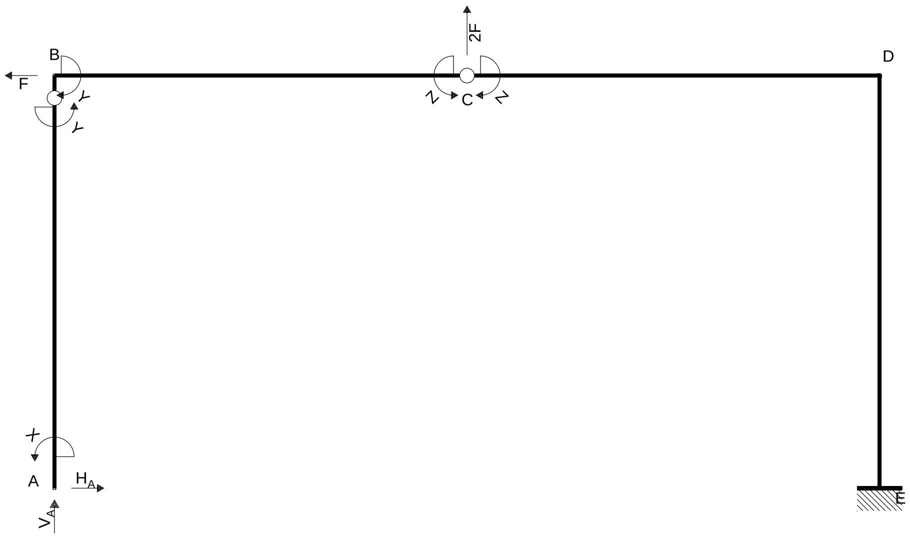
H_{AB} = 1/3F	H_{BC} = -1/8F	H_{CD} = -1/8F	H_{DE} = -1/8F
V_{AB} = 2/3F	V_{BC} = 2/3F	V_{CD} = -17/24F	V_{DE} = -17/24F
W_{AB} = 0	W_{BC} = 2/3Fb	W_{CD} = -2/3Fb	W_{DE} = 3/4Fb
H_{BA} = -1/3F	H_{CB} = 1/8F	H_{DC} = 1/8F	H_{ED} = 1/8F
V_{BA} = -2/3F	V_{CB} = -2/3F	V_{DC} = 17/24F	V_{ED} = 17/24F
W_{BA} = -2/3Fb	W_{CB} = 2/3Fb	W_{DC} = -3/4Fb	W_{ED} = -Fb

SPOSTAMENTI NODALI

u_{AAB} = 0	u_{BBA} = 0	u_{CCB} = 0	u_{DDC} = 0	u_{EED} = 0
v_{AAB} = 0	v_{BBA} = 0	v_{CCB} = -1/3δ	v_{DDC} = 0	v_{EED} = 0
φ_{AAB} = 0	φ_{BBA} = 0	φ_{CCB} = -1/6δ/b	φ_{DDE} = 1/6δ/b	φ_{EED} = 0

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

u_{AAB} = 0	u_{BBC} = 0	u_{CCD} = 0	u_{DDE} = 0
v_{AAB} = 0	v_{BBC} = 0	v_{CCD} = -1/3δ	v_{DDE} = 0
φ_{AAB} = 0	φ_{BBC} = -1/6δ/b	φ_{CCD} = 1/6δ/b	φ_{DDE} = 0



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

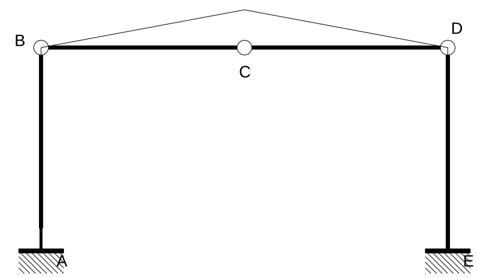
$2H_Ab = -Xb - Yb$

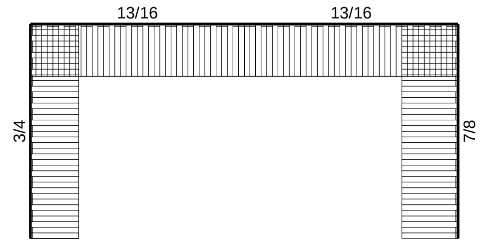
Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

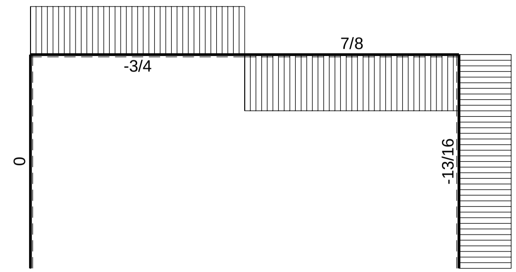
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

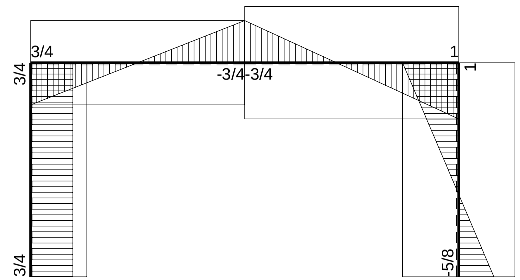




F



F



Fb

PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

$$
\begin{array}{lccc}
 & \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} MIN \end{bmatrix} \\
\begin{array}{l} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ MAX \end{array} &
\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} \end{bmatrix} &
\begin{array}{c} \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ = \end{array} &
\begin{bmatrix} H_{14} \\ H_{24} \\ H_{34} \\ H_{44} \\ H_{54} \\ H_{64} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-3/4
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	3/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-3/4
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	3/4
W_{DE}-	0	1	-2	-4	≥	-1
W_{DE}+	0	1	-2	-4	≤	1
W_{ED}-	-1	-2	2	2	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	2	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-3/4
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-3/4
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-3/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-3/4
W_{DE}-	0	1	-2	-4	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	4	≥	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	2	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-2	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-3/4
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-3/4
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-3/4
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-3/4
W_{DE}-	0	1	-2	0	-1	2	-4	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	0	1	-2	4	≤	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	2	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	-2	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
φ_{DE}-	0	1	-2	-4	1	≥	-1
φ_{DE}+	0	-1	2	4	-1	≥	-1
φ_{ED}-	-1	-2	2	2	1	≥	-1
φ_{ED}+	1	2	-2	-2	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DE}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
αbF	0	1/4	-1/2	-1/4	1/4	≥	-1/4
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
φ_{ED}-	-1	-3/2	1	-1/2	3/2	≥	-3/2
φ_{ED}+	1	3/2	-1	1/2	-3/2	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	1/4	-1/2	-1/4	1/4	=	-1/4

Scambio pivotale 3-2

	X	φ_{BC}-	Z	φ_{DE}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
Y	0	-1	0	0	1	≥	-3/4
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-3/2
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-3/4
αbF	0	-1/4	-1/2	-1/4	1/2	≥	-7/16
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
φ_{ED}-	-1	3/2	1	-1/2	0	≥	-3/8
φ_{ED}+	1	-3/2	-1	1/2	0	≥	-13/8
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	-1/4	-1/2	-1/4	1/2	=	-7/16

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.005

Scambio pivotale 5-5

	X	φ_{BC}-	Z	φ_{DE}-	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	1	0	-1	0	1	≥	-1/4
φ_{AB}+	-1	0	1	0	-1	≥	-7/4
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-3/2
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-3/2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
αbF	0	-1/4	0	-1/4	-1/2	≥	-13/16
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
φ_{ED}-	-1	3/2	1	-1/2	0	≥	-3/8
φ_{ED}+	1	-3/2	-1	1/2	0	≥	-13/8
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
Max	0	-1/4	0	-1/4	-1/2	=	-13/16

Tableau finale

	X	φ_{BC}-	Z	φ_{DE}-	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	1	0	-1	0	1	≥	-1/4
φ_{AB}+	-1	0	1	0	-1	≥	-7/4
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-3/2
φ_{BC}+	0	-1	0	0	0	≥	-3/2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-3/4
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
αbF	0	-1/4	0	-1/4	-1/2	≥	-13/16
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
φ_{ED}-	-1	3/2	1	-1/2	0	≥	-3/8
φ_{ED}+	1	-3/2	-1	1/2	0	≥	-13/8
L_X	0	0	-1	0	1	≥	-1/4
Max	0	-1/4	0	-1/4	-1/2	=	-13/16

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BC}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{BC}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	3/2	0	13/16	3/4	=	-13/16

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

AL2.005

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} -3/4 & 3/4 & -3/4 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ -1/4 \\ -1/2 \\ -1/4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 13/16

$H_A = 0$
$V_A = -3/4F$
$W_A = -3/4Fb$
$H_E = 13/16F$
$V_E = -7/8F$
$W_E = -5/8Fb$

$H_{AB} = 0$	$H_{BC} = -13/16F$	$H_{CD} = -13/16F$	$H_{DE} = -13/16F$
$V_{AB} = -3/4F$	$V_{BC} = -3/4F$	$V_{CD} = 7/8F$	$V_{DE} = 7/8F$
$W_{AB} = -3/4Fb$	$W_{BC} = -3/4Fb$	$W_{CD} = 3/4Fb$	$W_{DE} = -Fb$
$H_{BA} = 0$	$H_{CB} = 13/16F$	$H_{DC} = 13/16F$	$H_{ED} = 13/16F$
$V_{BA} = 3/4F$	$V_{CB} = 3/4F$	$V_{DC} = -7/8F$	$V_{ED} = -7/8F$
$W_{BA} = 3/4Fb$	$W_{CB} = -3/4Fb$	$W_{DC} = Fb$	$W_{ED} = -5/8Fb$

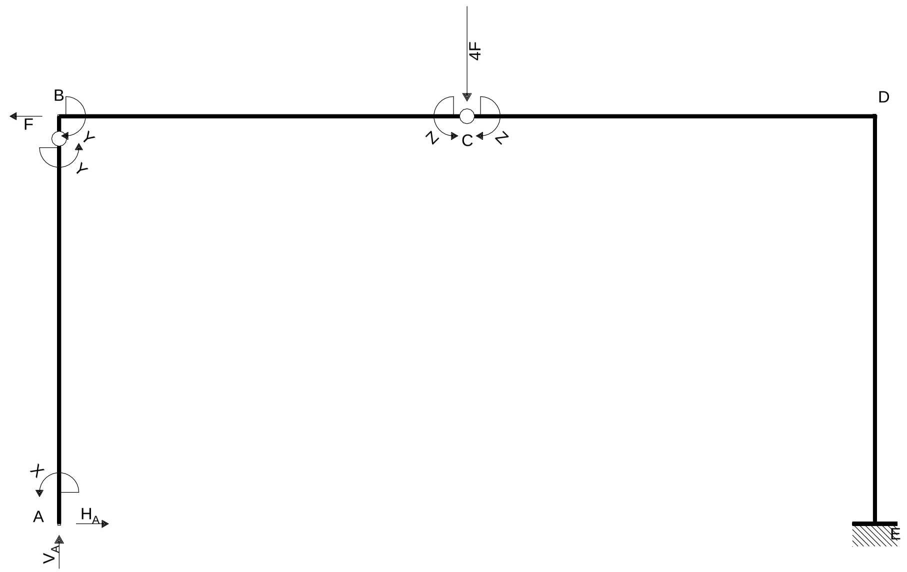
SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 0$	$u_{CCB} = 0$	$u_{DDC} = 0$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 1/2\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBA} = 0$	$\varphi_{CCB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{DDC} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{EED} = 0$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 0$	$u_{CCD} = 0$	$u_{DDE} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/2\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBC} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 0$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

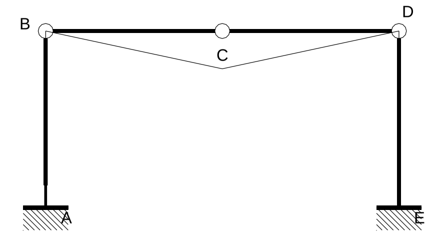
$2H_Ab = -Xb - Yb$

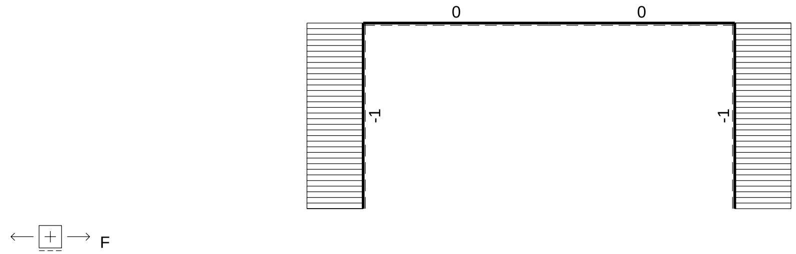
Matrice di equilibrio

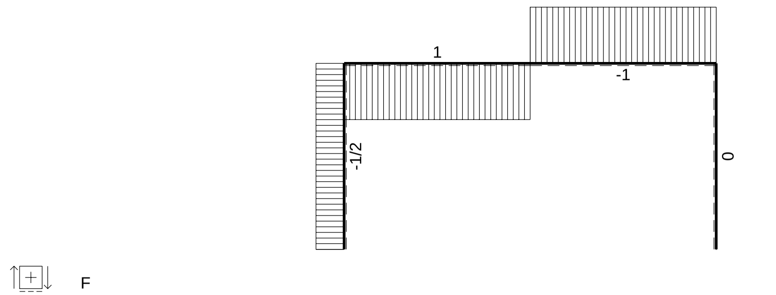
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} H_Ab & V_Ab \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

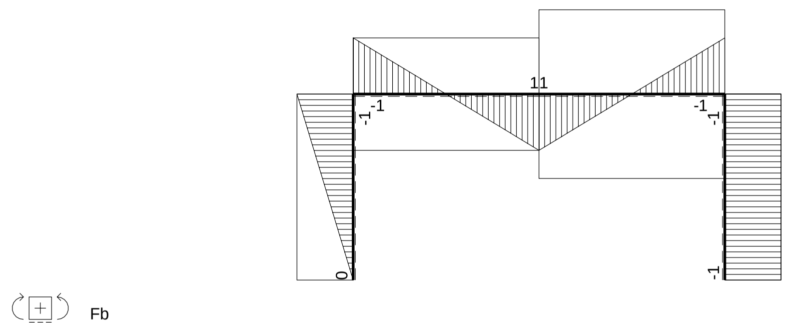
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $\max \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $\min \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6, n=4$

$$
\begin{array}{c c c c}
 & \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} MIN \end{bmatrix} \\
\begin{matrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ MAX \end{matrix} &
\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} \end{bmatrix} &
\begin{matrix} \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ = \end{matrix} &
\begin{bmatrix} H_{14} \\ H_{24} \\ H_{34} \\ H_{44} \\ H_{54} \\ H_{64} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BC}+	0	-1	0	0	≤	1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	1
W_{DE}-	0	1	-2	8	≥	-1
W_{DE}+	0	1	-2	8	≤	1
W_{ED}-	-1	-2	2	-10	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	-10	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BC}+	0	1	0	0	≥	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-1
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-1
W_{DE}-	0	1	-2	8	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	-8	≥	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	-10	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	10	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BC}-	0	-1	0	0	1	0	0	≥	-1
W_{BC}+	0	1	0	0	-1	0	0	≤	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-1
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-1
W_{DE}-	0	1	-2	0	-1	2	8	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	0	1	-2	-8	≤	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	-10	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	10	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{DE}-	0	1	-2	8	1	≥	-1
φ_{DE}+	0	-1	2	-8	-1	≥	-1
φ_{ED}-	-1	-2	2	-10	1	≥	-1
φ_{ED}+	1	2	-2	10	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	φ_{ED}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{DE}-	-4/5	-3/5	-2/5	-4/5	9/5	≥	-9/5
φ_{DE}+	4/5	3/5	2/5	4/5	-9/5	≥	-1/5
αbF	-1/10	-1/5	1/5	-1/10	1/10	≥	-1/10
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/10	-1/5	1/5	-1/10	1/10	=	-1/10

Scambio pivotale 6-3

	X	Y	φ_{CB}+	φ_{ED}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}-	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{BC}+	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{DE}-	-4/5	-3/5	2/5	-4/5	7/5	≥	-7/5
φ_{DE}+	4/5	3/5	-2/5	4/5	-7/5	≥	-3/5
αbF	-1/10	-1/5	-1/5	-1/10	3/10	≥	-3/10
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-1
Max	-1/10	-1/5	-1/5	-1/10	3/10	=	-3/10

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.006

Scambio pivotale 8-5

	X	Y	φ_{CB}+	φ_{ED}-	φ_{DE}+		Fb
φ_{AB}-	3/7	-3/7	2/7	-4/7	5/7	≥	-4/7
φ_{AB}+	-3/7	3/7	-2/7	4/7	-5/7	≥	-10/7
φ_{BC}-	4/7	-4/7	-2/7	4/7	-5/7	≥	-10/7
φ_{BC}+	-4/7	4/7	2/7	-4/7	5/7	≥	-4/7
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	4/7	3/7	-9/7	4/7	-5/7	≥	-10/7
φ_{DE}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	4/7	3/7	-2/7	4/7	-5/7	≥	-3/7
αbF	1/14	-1/14	-2/7	1/14	-3/14	≥	-3/7
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-4/7	-3/7	2/7	-4/7	5/7	≥	-4/7
Max	1/14	-1/14	-2/7	1/14	-3/14	=	-3/7

Scambio pivotale 4-1

	φ_{BC}+	Y	φ_{CB}+	φ_{ED}-	φ_{DE}+		Fb
φ_{AB}-	-3/4	0	1/2	-1	5/4	≥	-1
φ_{AB}+	3/4	0	-1/2	1	-5/4	≥	-1
φ_{BC}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-7/4	1	1/2	-1	5/4	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-2
φ_{DE}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
αbF	-1/8	0	-1/4	0	-1/8	≥	-1/2
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	0
Max	-1/8	0	-1/4	0	-1/8	=	-1/2

Tableau finale

	φ_{BC}+	Y	φ_{CB}+	φ_{ED}-	φ_{DE}+		Fb
φ_{AB}-	-3/4	0	1/2	-1	5/4	≥	-1
φ_{AB}+	3/4	0	-1/2	1	-5/4	≥	-1
φ_{BC}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-7/4	1	1/2	-1	5/4	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-2
φ_{DE}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
αbF	-1/8	0	-1/4	0	-1/8	≥	-1/2
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	0
Max	-1/8	0	-1/4	0	-1/8	=	-1/2

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{l} \\ \varphi_{AB}- \\ \varphi_{AB}+ \\ \varphi_{BC}- \\ \varphi_{BC}+ \\ \varphi_{CB}- \\ \varphi_{CB}+ \\ \varphi_{DE}- \\ \varphi_{DE}+ \\ \varphi_{ED}- \\ \varphi_{ED}+ \\ L_X \\ Max \end{array} \begin{array}{c} [\ X \quad Y \quad Z \quad \alpha bF \quad X-\ ] \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ = \end{array} \begin{array}{c} [\ Fb\ ] \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/8 \\ 0 \\ 1/4 \\ 0 \\ 1/8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BC} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 1/8 \\ 1/4 \\ 1/8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 1/2

$H_A = 1/2F$
$V_A = F$
$W_A = 0$
$H_E = 0$
$V_E = F$
$W_E = -Fb$

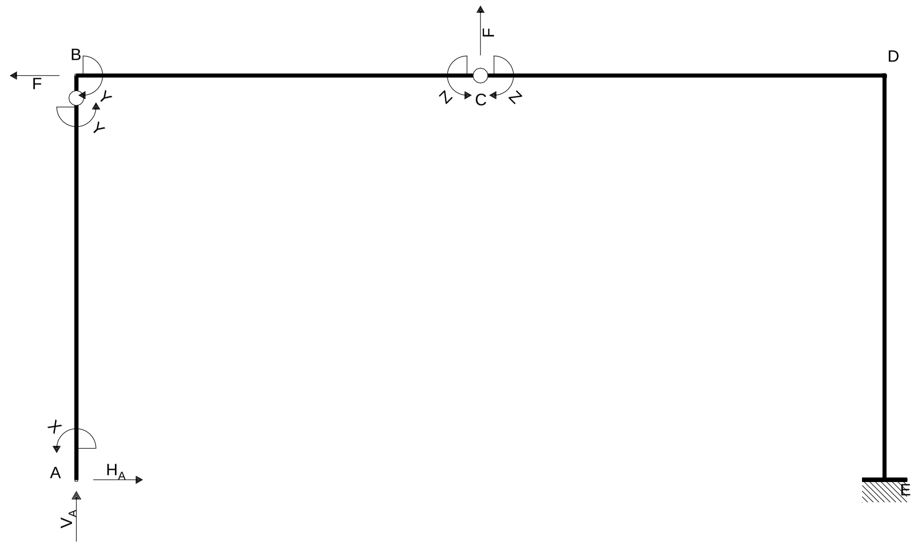
$H_{AB} = 1/2F$	$H_{BC} = 0$	$H_{CD} = 0$	$H_{DE} = 0$
$V_{AB} = F$	$V_{BC} = F$	$V_{CD} = -F$	$V_{DE} = -F$
$W_{AB} = 0$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = -Fb$	$W_{DE} = Fb$
$H_{BA} = -1/2F$	$H_{CB} = 0$	$H_{DC} = 0$	$H_{ED} = 0$
$V_{BA} = -F$	$V_{CB} = -F$	$V_{DC} = F$	$V_{ED} = F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = Fb$	$W_{DC} = -Fb$	$W_{ED} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 0$	$u_{CCB} = 0$	$u_{DDC} = 0$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/4\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBA} = 0$	$\varphi_{CCB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{DDC} = 1/8\delta/b$	$\varphi_{EED} = 0$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 0$	$u_{CCD} = 0$	$u_{DDE} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/4\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 0$	$\varphi_{BBC} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/8\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 0$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

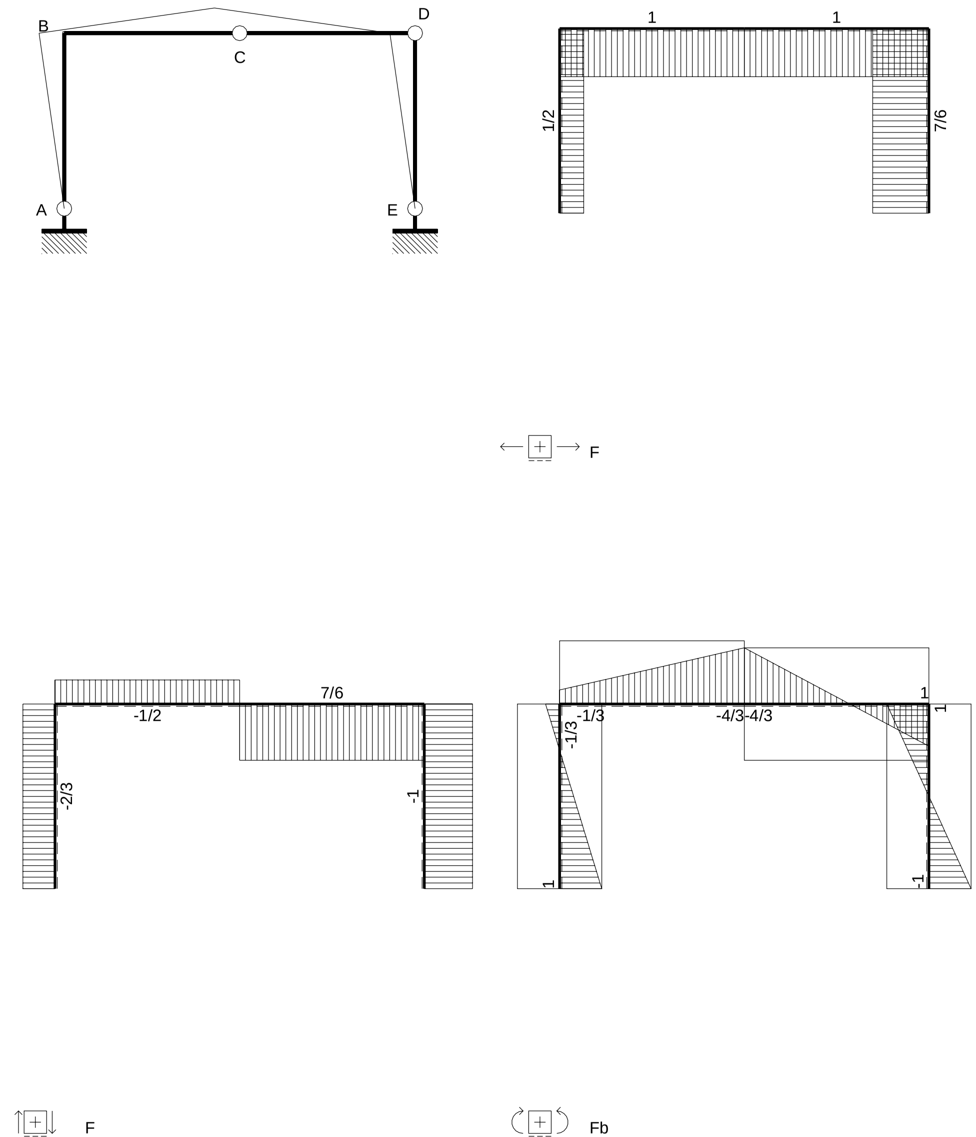
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = -\ H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-4/3
W_{CD}+	0	0	-1	0	≤	4/3
W_{DE}-	0	1	-2	-2	≥	-1
W_{DE}+	0	1	-2	-2	≤	1
W_{ED}-	-1	-2	2	0	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	0	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	≥	-4/3
W_{CD}+	0	0	1	0	≥	-4/3
W_{DE}-	0	1	-2	-2	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	2	≥	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	0	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	0	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	-1	0	0	1	0	≥	-4/3
W_{CD}+	0	0	1	0	0	-1	0	≤	-4/3
W_{DE}-	0	1	-2	0	-1	2	-2	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	0	1	-2	2	≤	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	0	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	0	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	1	≥	-4/3
$\varphi_{CD}+$	0	0	1	0	-1	≥	-4/3
$\varphi_{DE}-$	0	1	-2	-2	1	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	0	-1	2	2	-1	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-1	-2	2	0	1	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	1	2	-2	0	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	1	≥	-4/3
$\varphi_{CD}+$	0	0	1	0	-1	≥	-4/3
αbF	0	1/2	-1	-1/2	1/2	≥	-1/2
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{ED}-$	-1	-2	2	0	1	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	1	2	-2	0	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
Max	0	1/2	-1	-1/2	1/2	=	-1/2

Scambio pivotale 9-2

	X	$\varphi_{ED}-$	Z	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	-1/2	-1/2	1	0	-1/2	≥	-3/2
$\varphi_{BA}+$	1/2	1/2	-1	0	1/2	≥	-1/2
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	1	≥	-4/3
$\varphi_{CD}+$	0	0	1	0	-1	≥	-4/3
αbF	-1/4	-1/4	-1/2	-1/2	3/4	≥	-3/4
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Y	-1/2	-1/2	1	0	1/2	≥	-1/2
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3/2
Max	-1/4	-1/4	-1/2	-1/2	3/4	=	-3/4

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.007

Scambio pivotale 1-5

	X	$\varphi_{ED}-$	Z	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	-1	-1/2	1	0	1/2	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	1	1/2	-1	0	-1/2	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	1	0	-1	0	-1	≥	-7/3
$\varphi_{CD}+$	-1	0	1	0	1	≥	-1/3
αbF	1/2	-1/4	-1/2	-1/2	-3/4	≥	-3/2
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Y	0	-1/2	1	0	-1/2	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1/2
Max	1/2	-1/4	-1/2	-1/2	-3/4	=	-3/2

Scambio pivotale 6-1

	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}-$	Z	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	-1	0	1	0	0	≥	-4/3
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	1	-1/2	0	0	-1/2	≥	-2/3
$\varphi_{BA}+$	-1	1/2	0	0	1/2	≥	-4/3
$\varphi_{CD}-$	-1	0	0	0	0	≥	-8/3
X	-1	0	1	0	1	≥	-1/3
αbF	-1/2	-1/4	0	-1/2	-1/4	≥	-5/3
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Y	0	-1/2	1	0	-1/2	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	1	0	-1	0	0	≥	-1/6
Max	-1/2	-1/4	0	-1/2	-1/4	=	-5/3

Tableau finale

	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}-$	Z	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	-1	0	1	0	0	≥	-4/3
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	1	-1/2	0	0	-1/2	≥	-2/3
$\varphi_{BA}+$	-1	1/2	0	0	1/2	≥	-4/3
$\varphi_{CD}-$	-1	0	0	0	0	≥	-8/3
X	-1	0	1	0	1	≥	-1/3
αbF	-1/2	-1/4	0	-1/2	-1/4	≥	-5/3
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Y	0	-1/2	1	0	-1/2	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	1	0	-1	0	0	≥	-1/6
Max	-1/2	-1/4	0	-1/2	-1/4	=	-5/3

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	1/3	1	0	5/3	4/3	=	-5/3

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1/3	-4/3

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/4
φ_{BA}	0
φ_{CD}	1/2
φ_{DE}	-1/2
φ_{ED}	-1/4

REAZIONI Fattore di collasso = 5/3

$H_A = 2/3F$
$V_A = -1/2F$
$W_A = -Fb$
$H_E = F$
$V_E = -7/6F$
$W_E = -Fb$

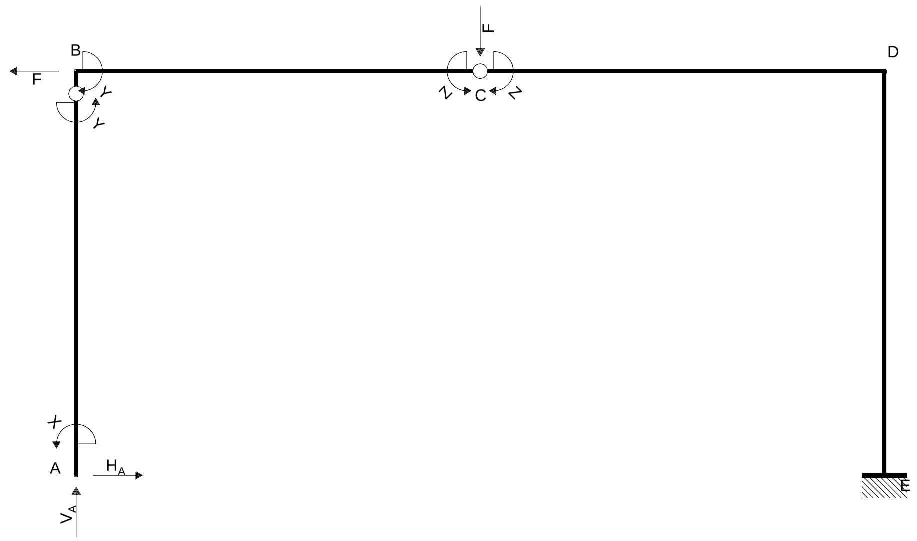
$H_{AB} = 2/3F$	$H_{BC} = -F$	$H_{CD} = -F$	$H_{DE} = -F$
$V_{AB} = -1/2F$	$V_{BC} = -1/2F$	$V_{CD} = 7/6F$	$V_{DE} = 7/6F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = 1/3Fb$	$W_{CD} = 4/3Fb$	$W_{DE} = -Fb$
$H_{BA} = -2/3F$	$H_{CB} = F$	$H_{DC} = F$	$H_{ED} = F$
$V_{BA} = 1/2F$	$V_{CB} = 1/2F$	$V_{DC} = -7/6F$	$V_{ED} = -7/6F$
$W_{BA} = -1/3Fb$	$W_{CB} = -4/3Fb$	$W_{DC} = Fb$	$W_{ED} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_B = -1/2\delta$	$u_{CCB} = -1/2\delta$	$u_{DDC} = -1/2\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_B = 0$	$v_{CCB} = 1/2\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_B = 1/4\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{DDC} = -1/4\delta/b$	$\varphi_E = 1/4\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/2\delta$	$u_{CCD} = -1/2\delta$	$u_{DDE} = -1/2\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/2\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/4\delta/b$



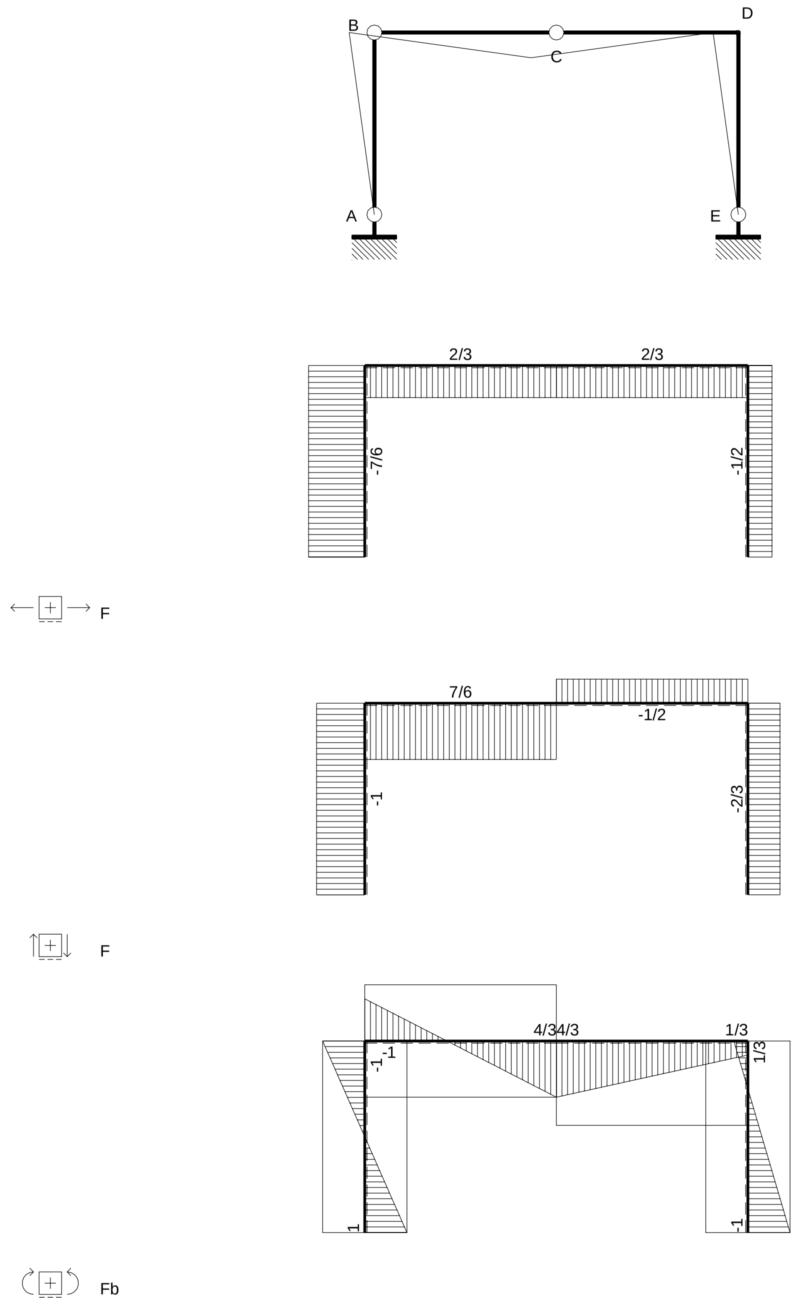
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO
Rotazione intorno a C: aste CB BA
$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$
Rotazione intorno a B: aste BA
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.

Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.

Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \le j < n$.

Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \le i < m$.

Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.

2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.

3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.

4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.

5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq} = 1/H_{pq}$.

6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.

7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.

8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = -\ H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.

Giunti a questo punto, si individua la soluzione.

Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.

Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6, n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.008

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-4/3
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	4/3
W_{DE}-	0	1	-2	2	≥	-1
W_{DE}+	0	1	-2	2	≤	1
W_{ED}-	-1	-2	2	-4	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	-4	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-4/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-4/3
W_{DE}-	0	1	-2	2	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	-2	≥	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	-4	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	4	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-4/3
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-4/3
W_{DE}-	0	1	-2	0	-1	2	2	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	0	1	-2	-2	≤	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	-4	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	4	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}^{-}	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^{+}	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}^{-}	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}^{+}	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}^{-}	0	0	1	0	-1	≥	-4/3
φ_{CB}^{+}	0	0	-1	0	1	≥	-4/3
φ_{DE}^{-}	0	1	-2	2	1	≥	-1
φ_{DE}^{+}	0	-1	2	-2	-1	≥	-1
φ_{ED}^{-}	-1	-2	2	-4	1	≥	-1
φ_{ED}^{+}	1	2	-2	4	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	φ_{ED}^{-}	X-		Fb
φ_{AB}^{-}	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^{+}	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}^{-}	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}^{+}	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}^{-}	0	0	1	0	-1	≥	-4/3
φ_{CB}^{+}	0	0	-1	0	1	≥	-4/3
φ_{DE}^{-}	-1/2	0	-1	-1/2	3/2	≥	-3/2
φ_{DE}^{+}	1/2	0	1	1/2	-3/2	≥	-1/2
αbF	-1/4	-1/2	1/2	-1/4	1/4	≥	-1/4
φ_{ED}^{+}	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	-1/4	-1/2	1/2	-1/4	1/4	=	-1/4

Scambio pivotale 6-3

	X	Y	φ_{CB}^{+}	φ_{ED}^{-}	X-		Fb
φ_{AB}^{-}	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^{+}	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}^{-}	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}^{+}	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}^{-}	0	0	-1	0	0	≥	-8/3
Z	0	0	-1	0	1	≥	-4/3
φ_{DE}^{-}	-1/2	0	1	-1/2	1/2	≥	-1/6
φ_{DE}^{+}	1/2	0	-1	1/2	-1/2	≥	-11/6
αbF	-1/4	-1/2	-1/2	-1/4	3/4	≥	-11/12
φ_{ED}^{+}	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-4/3
Max	-1/4	-1/2	-1/2	-1/4	3/4	=	-11/12

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.008

Scambio pivotale 1-5

	X	Y	φ_{CB}^{+}	φ_{ED}^{-}	φ_{AB}^{-}		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}^{+}	0	0	0	0	-1	≥	-2
φ_{BA}^{-}	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}^{+}	1	-1	0	0	-1	≥	-2
φ_{CB}^{-}	0	0	-1	0	0	≥	-8/3
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-7/3
φ_{DE}^{-}	0	0	1	-1/2	-1/2	≥	-2/3
φ_{DE}^{+}	0	0	-1	1/2	1/2	≥	-4/3
αbF	1/2	-1/2	-1/2	-1/4	-3/4	≥	-5/3
φ_{ED}^{+}	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1/3
Max	1/2	-1/2	-1/2	-1/4	-3/4	=	-5/3

Scambio pivotale 3-1

	φ_{BA}^{-}	Y	φ_{CB}^{+}	φ_{ED}^{-}	φ_{AB}^{-}		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{AB}^{+}	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}^{+}	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{CB}^{-}	0	0	-1	0	0	≥	-8/3
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-7/3
φ_{DE}^{-}	0	0	1	-1/2	-1/2	≥	-2/3
φ_{DE}^{+}	0	0	-1	1/2	1/2	≥	-4/3
αbF	-1/2	0	-1/2	-1/4	-1/4	≥	-5/3
φ_{ED}^{+}	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1/3
Max	-1/2	0	-1/2	-1/4	-1/4	=	-5/3

Tableau finale

	φ_{BA}^{-}	Y	φ_{CB}^{+}	φ_{ED}^{-}	φ_{AB}^{-}		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{AB}^{+}	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}^{+}	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{CB}^{-}	0	0	-1	0	0	≥	-8/3
Z	-1	1	-1	0	0	≥	-7/3
φ_{DE}^{-}	0	0	1	-1/2	-1/2	≥	-2/3
φ_{DE}^{+}	0	0	-1	1/2	1/2	≥	-4/3
αbF	-1/2	0	-1/2	-1/4	-1/4	≥	-5/3
φ_{ED}^{+}	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1/3
Max	-1/2	0	-1/2	-1/4	-1/4	=	-5/3

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	0	7/3	5/3	1	=	-5/3

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1	4/3

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/4
φ_{BA}	-1/2
φ_{CB}	1/2
φ_{DE}	0
φ_{ED}	-1/4

REAZIONI Fattore di collasso = 5/3

H_A = F
V_A = 7/6F
W_A = -Fb
H_E = 2/3F
V_E = 1/2F
W_E = -Fb

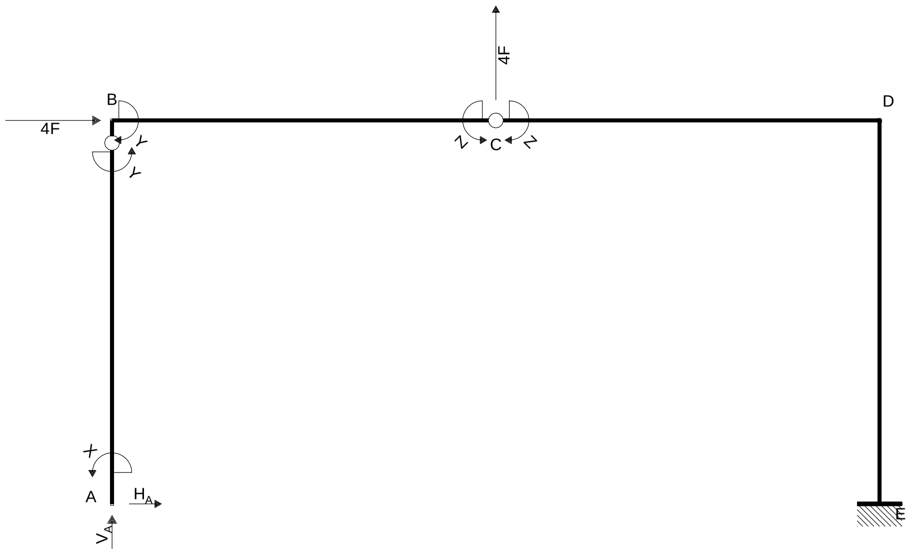
H_{AB} = F	H_{BC} = -2/3F	H_{CD} = -2/3F	H_{DE} = -2/3F
V_{AB} = 7/6F	V_{BC} = 7/6F	V_{CD} = -1/2F	V_{DE} = -1/2F
W_{AB} = -Fb	W_{BC} = Fb	W_{CD} = -4/3Fb	W_{DE} = -1/3Fb
H_{BA} = -F	H_{CB} = 2/3F	H_{DC} = 2/3F	H_{ED} = 2/3F
V_{BA} = -7/6F	V_{CB} = -7/6F	V_{DC} = 1/2F	V_{ED} = 1/2F
W_{BA} = -Fb	W_{CB} = 4/3Fb	W_{DC} = 1/3Fb	W_{ED} = -Fb

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -1/2\delta$	$u_{CCB} = -1/2\delta$	$u_D = -1/2\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/2\delta$	$v_D = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{CCB} = -1/4\delta/b$	$\varphi_D = 1/4\delta/b$	$\varphi_E = 1/4\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/2\delta$	$u_{CCD} = -1/2\delta$	$u_{DDE} = -1/2\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/2\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBC} = -1/4\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/4\delta/b$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

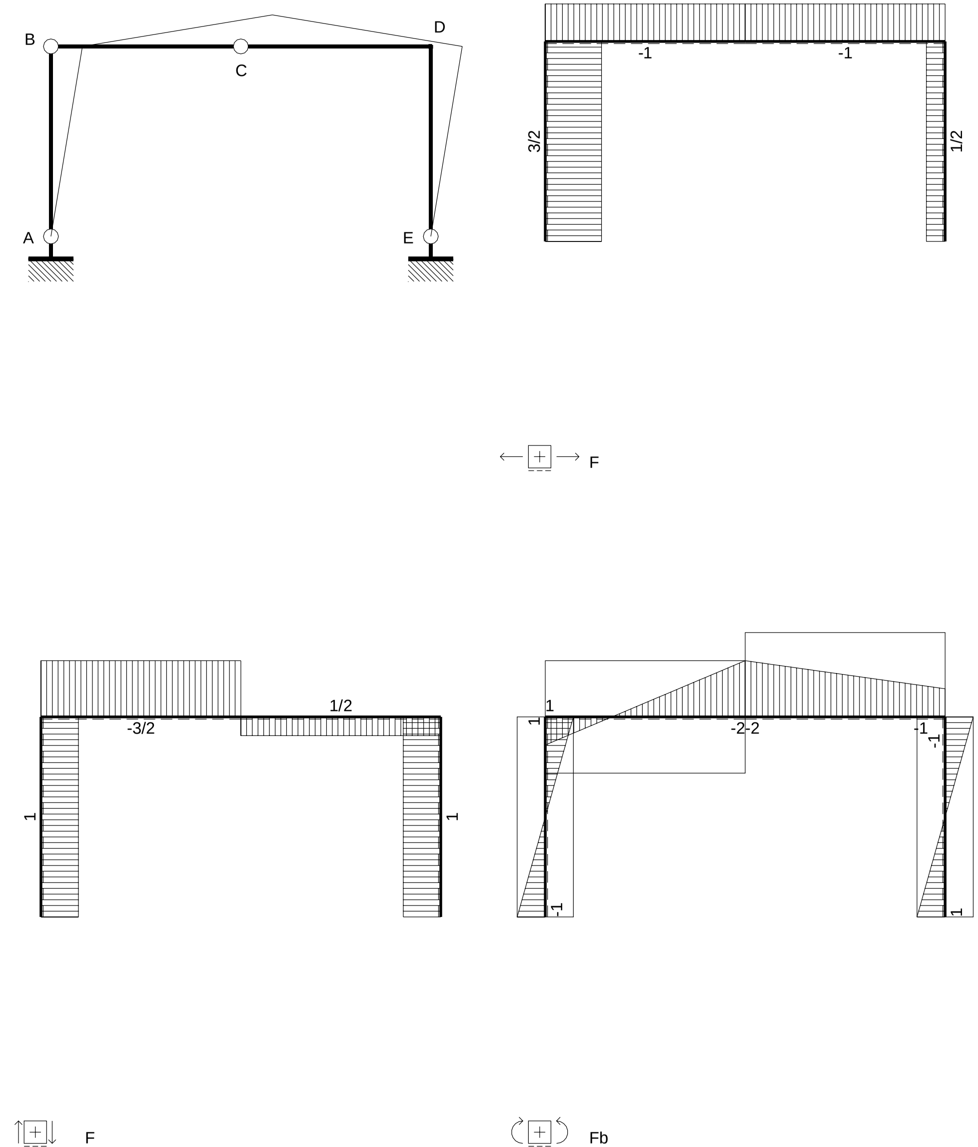
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j < n$, $1 \leq i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \leq j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \leq i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \leq q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \leq p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	0	1	-2	-8	≥	-1
W_{DE}+	0	1	-2	-8	≤	1
W_{ED}-	-1	-2	2	16	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	16	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	0	1	-2	-8	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	8	≥	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	16	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-16	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	0	1	-2	0	-1	2	-8	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	0	1	-2	8	≤	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	16	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	-16	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	0	1	-2	-8	1	≥	-1
φ_{DE}+	0	-1	2	8	-1	≥	-1
φ_{ED}-	-1	-2	2	16	1	≥	-1
φ_{ED}+	1	2	-2	-16	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 10-4

	X	Y	Z	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	-1/2	0	-1	1/2	3/2	≥	-1/2
φ_{DE}+	1/2	0	1	-1/2	-3/2	≥	-3/2
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/16	1/8	-1/8	-1/16	-1/16	≥	-1/16
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/16	1/8	-1/8	-1/16	-1/16	=	-1/16

Scambio pivotale 4-2

	X	φ_{BA}+	Z	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	-1/2	0	-1	1/2	3/2	≥	-1/2
φ_{DE}+	1/2	0	1	-1/2	-3/2	≥	-3/2
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/16	-1/8	-1/8	-1/16	1/16	≥	-3/16
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/16	-1/8	-1/8	-1/16	1/16	=	-3/16

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CB}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CB}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1/2	0	-1	1/2	1	≥	0
φ_{DE}+	-1/2	0	1	-1/2	-1	≥	-2
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/16	-1/8	-1/8	-1/16	1/8	≥	-1/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/16	-1/8	-1/8	-1/16	1/8	=	-1/4

Scambio pivotale 5-5

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{ED}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-3
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-3
X-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-4
φ_{DE}-	1/2	0	0	1/2	-1	≥	-2
φ_{DE}+	-1/2	0	0	-1/2	1	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/16	-1/8	0	-1/16	-1/8	≥	-1/2
L_X	0	0	-1	0	1	≥	0
Max	-1/16	-1/8	0	-1/16	-1/8	=	-1/2

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{ED}+	φ_{CB}-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	1	0	-1	≥	-3
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	1	0	-1	≥	-3
X-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CB}+	0	0	0	0	-1	≥	-4
φ_{DE}-	1/2	0	0	1/2	-1	≥	-2
φ_{DE}+	-1/2	0	0	-1/2	1	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/16	-1/8	0	-1/16	-1/8	≥	-1/2
L_X	0	0	-1	0	1	≥	0
Max	-1/16	-1/8	0	-1/16	-1/8	=	-1/2

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/16
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	1/16
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	3	3	0	1/2	2	=	-1/2

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
1	1	-2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	1/16
φ_{BA}	1/8
φ_{CB}	-1/8
φ_{DE}	0
φ_{ED}	1/16

REAZIONI Fattore di collasso = 1/2

H_A = -F
V_A = -3/2F
W_A = Fb
H_E = -F
V_E = -1/2F
W_E = Fb

H_{AB} = -F	H_{BC} = F	H_{CD} = F	H_{DE} = F
V_{AB} = -3/2F	V_{BC} = -3/2F	V_{CD} = 1/2F	V_{DE} = 1/2F
W_{AB} = Fb	W_{BC} = -Fb	W_{CD} = 2Fb	W_{DE} = Fb
H_{BA} = F	H_{CB} = -F	H_{DC} = -F	H_{ED} = -F
V_{BA} = 3/2F	V_{CB} = 3/2F	V_{DC} = -1/2F	V_{ED} = -1/2F
W_{BA} = Fb	W_{CB} = -2Fb	W_{DC} = -Fb	W_{ED} = Fb

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.009

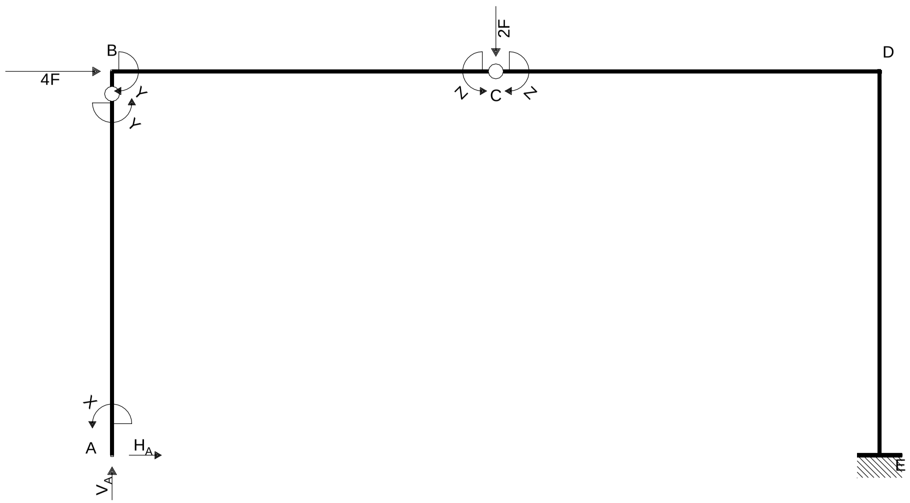
SPOSTAMENTI NODALI

u_{AAB} = 0	u_{BBA} = 1/8δ	u_{CCB} = 1/8δ	u_D = 1/8δ	u_{EED} = 0
v_{AAB} = 0	v_{BBA} = 0	v_{CCB} = 1/8δ	v_D = 0	v_{EED} = 0
φ_{AAB} = -1/16δ/b	φ_{BBA} = -1/16δ/b	φ_{CCB} = 1/16δ/b	φ_D = -1/16δ/b	φ_E = -1/16δ/b

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

u_{AAB} = 0	u_{BBC} = 1/8δ	u_{CCD} = 1/8δ	u_{DDE} = 1/8δ
v_{AAB} = 0	v_{BBC} = 0	v_{CCD} = 1/8δ	v_{DDE} = 0
φ_{AAB} = -1/16δ/b	φ_{BBC} = 1/16δ/b	φ_{CCD} = -1/16δ/b	φ_{DDE} = -1/16δ/b

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$2H_Ab - 2V_Ab = -Xb - Zb$

Rotazione intorno a B: aste BA

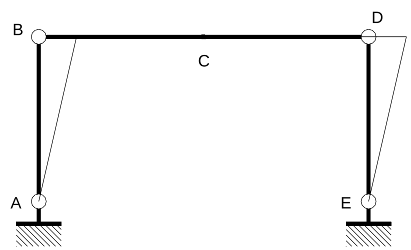
$2H_Ab = -Xb - Yb$

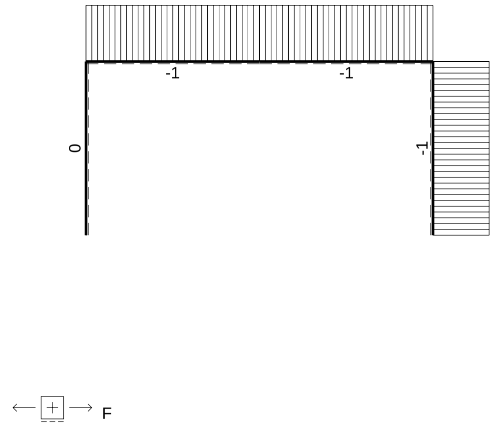
Matrice di equilibrio

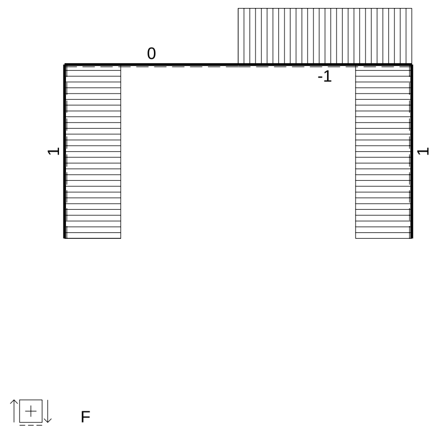
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

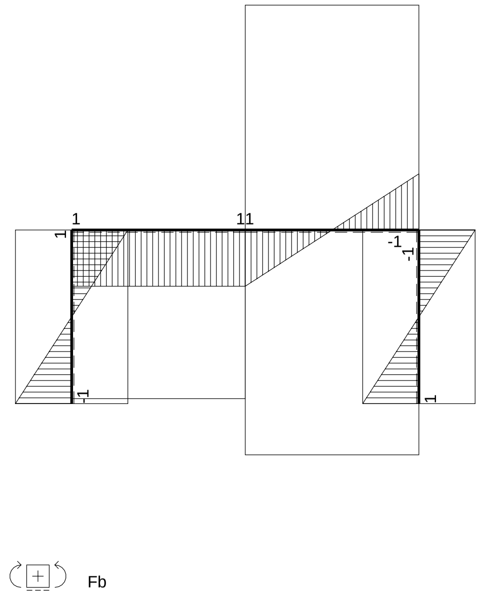
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1\le j<n,\ 1\le i<m$.
Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j,\ 1\le j<n$.
Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i,\ 1\le i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1\le q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1\le p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CB}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-3
W_{CB}+	0	0	1	0	≤	3
W_{DE}-	0	1	-2	4	≥	-1
W_{DE}+	0	1	-2	4	≤	1
W_{ED}-	-1	-2	2	4	≥	-1
W_{ED}+	-1	-2	2	4	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	≥	-3
W_{CB}+	0	0	-1	0	≥	-3
W_{DE}-	0	1	-2	4	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	-4	≥	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	4	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-4	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CB}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-3
W_{CB}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-3
W_{DE}-	0	1	-2	0	-1	2	4	≥	-1
W_{DE}+	0	-1	2	0	1	-2	-4	≤	-1
W_{ED}-	-1	-2	2	1	2	-2	4	≥	-1
W_{ED}+	1	2	-2	-1	-2	2	-4	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	0	0	1	0	-1	≥	-3
$\varphi_{CB}+$	0	0	-1	0	1	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	1	-2	4	1	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	0	-1	2	-4	-1	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-1	-2	2	4	1	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	1	2	-2	-4	-1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 8-4

	X	Y	Z	$\varphi_{DE}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	0	0	1	0	-1	≥	-3
$\varphi_{CB}+$	0	0	-1	0	1	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	0	-1/4	1/2	-1/4	-1/4	≥	-1/4
$\varphi_{ED}-$	-1	-3	4	-1	0	≥	-2
$\varphi_{ED}+$	1	3	-4	1	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	0	-1/4	1/2	-1/4	-1/4	=	-1/4

Scambio pivotale 10-3

	X	Y	$\varphi_{ED}+$	$\varphi_{DE}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	1/4	3/4	-1/4	1/4	-1	≥	-3
$\varphi_{CB}+$	-1/4	-3/4	1/4	-1/4	1	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/8	1/8	-1/8	-1/8	-1/4	≥	-1/4
$\varphi_{ED}-$	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	1/4	3/4	-1/4	1/4	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	1/8	1/8	-1/8	-1/8	-1/4	=	-1/4

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL2.010

Scambio pivotale 2-1

	$\varphi_{AB}+$	Y	$\varphi_{ED}+$	$\varphi_{DE}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	-1/4	3/4	-1/4	1/4	-3/4	≥	-13/4
$\varphi_{CB}+$	1/4	-3/4	1/4	-1/4	3/4	≥	-11/4
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	1/8	-1/8	-1/8	-1/8	≥	-3/8
$\varphi_{ED}-$	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	-1/4	3/4	-1/4	1/4	1/4	≥	-1/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	-1/8	1/8	-1/8	-1/8	-1/8	=	-3/8

Scambio pivotale 4-2

	$\varphi_{AB}+$	$\varphi_{BA}+$	$\varphi_{ED}+$	$\varphi_{DE}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	-1/4	-3/4	-1/4	1/4	0	≥	-4
$\varphi_{CB}+$	1/4	3/4	1/4	-1/4	0	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	≥	-1/2
$\varphi_{ED}-$	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	-1/4	-3/4	-1/4	1/4	1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	=	-1/2

Tableau finale

	$\varphi_{AB}+$	$\varphi_{BA}+$	$\varphi_{ED}+$	$\varphi_{DE}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CB}-$	-1/4	-3/4	-1/4	1/4	0	≥	-4
$\varphi_{CB}+$	1/4	3/4	1/4	-1/4	0	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	≥	-1/2
$\varphi_{ED}-$	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	-1/4	-3/4	-1/4	1/4	1	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-3
Max	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	=	-1/2

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{CB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	1	1	1	1/2	0	=	-1/2

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CB} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 1/8 \\ 1/8 \\ 0 \\ 1/8 \\ 1/8 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 1/2

$H_A = -F$
$V_A = 0$
$W_A = Fb$
$H_E = -F$
$V_E = F$
$W_E = Fb$

$H_{AB} = -F$	$H_{BC} = F$	$H_{CD} = F$	$H_{DE} = F$
$V_{AB} = 0$	$V_{BC} = 0$	$V_{CD} = -F$	$V_{DE} = -F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -Fb$	$W_{CD} = -Fb$	$W_{DE} = Fb$
$H_{BA} = F$	$H_{CB} = -F$	$H_{DC} = -F$	$H_{ED} = -F$
$V_{BA} = 0$	$V_{CB} = 0$	$V_{DC} = F$	$V_{ED} = F$
$W_{BA} = Fb$	$W_{CB} = Fb$	$W_{DC} = -Fb$	$W_{ED} = Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 1/4\delta$	$u_C = 1/4\delta$	$u_{DDC} = 1/4\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_C = 0$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/8\delta/b$	$\varphi_C = 0$	$\varphi_{DDC} = 0$	$\varphi_E = -1/8\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 1/4\delta$	$u_{CCD} = 1/4\delta$	$u_{DDE} = 1/4\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 0$	$\varphi_{DDE} = -1/8\delta/b$