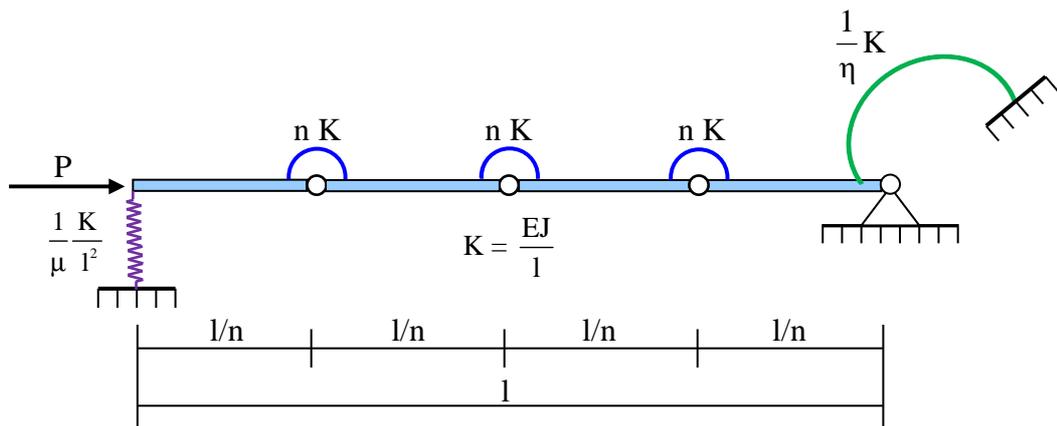


Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture  
a.a. 2016/2017

II ELABORATO

1) Si consideri il seguente *sistema discreto* strutturale semplicemente compresso avente aste rigide e molle elastiche lineari (molle assolute d'estremità, traslazionale e rotazionale, e molle relative rotazionali):



ove  $n$  è il numero di tratti in cui è stata suddivisa la lunghezza totale  $l$  fissa ( $n > 1$ ; in fig. è rappresentato il caso  $n = 4$ ). I parametri adimensionali positivi  $\mu$  e  $\eta$  descrivono le cedevolezza elastiche delle molle d'estremità.

**Richieste:**

- Si considerino i primi tre casi con  $n = 2$ ,  $n = 3$  e  $n = 4$ :
  - ♦ calcolare il carico critico euleriano  $P_{cr,n}^E$  di ogni caso utilizzando il metodo energetico ed il metodo statico (si parta da equazioni valide per spostamenti arbitrariamente grandi per poi giungere a relazioni valide in regime di spostamenti geometricamente piccoli);
  - ♦ fornire in tabella il valore dei  $P_{cr,n}^E$  per le sei combinazioni di coppie miste  $(\mu, \eta)$ ,  $\mu \neq \eta$ , sui tre valori  $\alpha$  ( $\alpha \rightarrow 0$ ,  $\alpha = \alpha_a$ ,  $\alpha \rightarrow \infty$ ), essendo  $\alpha_a = 5 + (N - C)/5$  ( $N =$  numero lettera iniziale del nome,  $C =$  numero lettera iniziale del cognome);
  - ♦ rappresentare le deformate critiche per  $\eta = \alpha_a$  e  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \rightarrow \infty$ ;
  - ♦ rappresentare l'andamento dei carichi critici euleriani  $P_{cr,n}^E$  per  $\eta = \alpha_a$  in funzione del parametro  $\mu$ , ponendoli a confronto.
- *Facoltativo*: determinare il carico critico  $P_{cr,n}^E$  per  $\eta = \alpha_a$  per ulteriori  $n$  successivi ( $n > 4$ ); rappresentarne l'andamento al variare di  $n$ , indagando l'eventuale comportamento asintotico per  $n$  crescenti ed individuando i nessi con quanto segue.

2) Si consideri quindi il *sistema continuo* corrispondente, costituito da un'asta semplicemente compressa di lunghezza  $l$ , deformabile solo flessionalmente (con rigidità flessionale elastica  $EJ$ ) e avente le medesime molle d'estremità.

**Richieste:**

- Determinare il carico critico euleriano  $P_{cr}^E$  mediante il metodo statico per  $\eta = \eta_a$  e  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \rightarrow \infty$ . Studiare e rappresentare la dipendenza di  $P_{cr}^E$  dal parametro  $\mu$ .
- Determinare e rappresentare la deformata critica ottenuta nei vari casi, esprimendo la stima della lunghezza di libera inflessione  $l_0$ .
- Confrontare il valore ottenuto di  $P_{cr}^E$  per  $\mu \rightarrow \infty$  e  $\eta = \eta_a$  con quello ricavabile mediante la formula di Newmark, indicando l'errore percentuale con essa commesso.
- Dati  $E = 31000$  MPa,  $l = 5.5$  m, sezione trasversale rettangolare 25 cm x 30 cm, effettuare la verifica di stabilità per  $\mu = \mu_a$  e  $\eta = \eta_a$  con  $P = 5000$  kN.