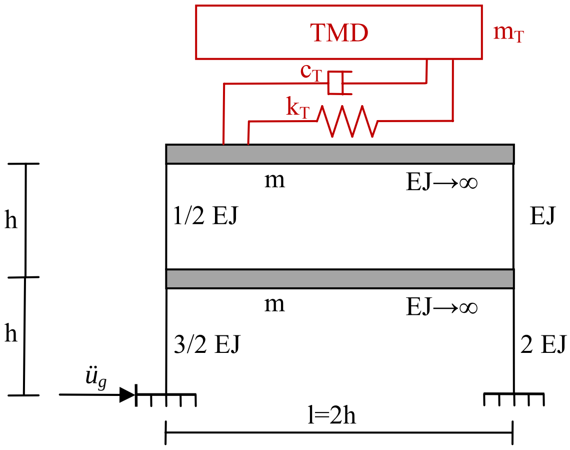
**Università degli Studi di Bergamo, Facoltà di Ingegneria, Dalmine**
**Laurea Specialistica in Ingegneria Edile**

# Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture
## a.a. 2009/2010

# II ELABORATO

Si consideri il seguente telaio "shear-type" in C.A., sormontato da un dispositivo Tuned Mass Damper (TMD) volto alla riduzione delle vibrazioni. Si ritengano: gli impalcati infinitamente rigidi e di egual massa m; le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale indicata e prive di massa. Il dispositivo TMD è caratterizzato dai seguenti parametri: massa $m_T = \mu\,(2\,m)$ (ove $\mu$ è il rapporto di massa); pulsazione propria pari a quella fondamentale del sistema (I modo) $\omega_T = f\,\omega_1$ (ove f = 1 è il rapporto di frequenze); fattore di smorzamento $\zeta_T = 0.5\sqrt{[\mu/(1+\mu)]}$.




**Dati:**
- massa degli impalcati: m=60000 kg;
- mass ratio: $\mu_a$=0.05+0.001 (N–C) (N = numero lettera iniziale del nome, C = numero lettera iniziale del cognome);
- momento d'inerzia della sezione trasversale delle colonne: $J=J_a$=0.0005+0.00001 (N–C) $m^4$;
- modulo di elasticità: E=30000 MPa.
- altezza delle colonne: h=3 m;

**Richieste:**
- Si assuma inizialmente $\mu$=0 (assenza di TMD):
  - **1.** Si determinino: **a)** matrici di massa e rigidezza **M** e **K** della struttura; **b)** modi principali di vibrare, fornendo autovettori $\phi_i$, pulsazioni proprie $\omega_i$ e periodi propri $T_i$ (utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa e confrontare con soluzioni alternative; rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati); **c)** matrici degli autovettori e degli autovalori **Φ** e **Ω** (verificare le relazioni: $\mathbf{K\Phi=M\Phi\Omega^2}$; $\mathcal{M}=\mathbf{\Phi^T M\Phi=diag}[\mathcal{M}_i]$, $\mathcal{K}=\mathbf{\Phi^T K\Phi=diag}[\mathcal{K}_i]$, $\mathbf{\Omega}^2=\mathcal{M}^{-1}\mathcal{K}=\mathbf{diag}[\mathcal{K}_i\,/\,\mathcal{M}_i]$); **d)** trasformazioni diretta $\mathbf{q=\Phi p}$ ed inversa $\mathbf{p=\Phi^{-1}q}$ tra coordinate principali e lagrangiane.
  - **2.** Assumendo una matrice di smorzamento in coordinate principali nella forma $\mathcal{C}=\mathbf{diag}\{\mathcal{C}_i\}$, ove $\mathcal{C}_i = 2\,\zeta_i\,\omega_i\,\mathcal{M}_i$ e $\zeta_i$=5%, si valuti la risposta del sistema ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione del terremoto de L'Aquila del 6 aprile 2009, stazione AQV (dati scaricabili dalla pagina del corso o dal sito dell'Itaca). Considerare la componente orizzontale WE del sisma (periodo proprio in s, $\zeta$=5%). In particolare, si determinino: **a)** fattori di partecipazione e masse modali efficaci dei vari modi; **b)** spostamenti massimi attesi degli impalcati secondo la stima SRSS; **c)** forze equivalenti agenti secondo i vari modi ed azioni interne ad esse corrispondenti (rappresentare i diagrammi N,T,M, N esclusa per le travi); **d)** valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) in tutte le sezioni caratteristiche del telaio.
- Si assuma quindi $\mu=\mu_a$ (presenza di TMD):
  - Si ripercorra l'analisi al punto 1, indagando le variazioni ottenute per il sistema strutturale in presenza di TMD.
  - Assumendo ancora una matrice di smorzamento nella forma $\mathcal{C}=\mathbf{diag}\{\mathcal{C}_i\}$, ove $\mathcal{C}_i = 2\,\zeta_i\,\omega_i\,\mathcal{M}_i$ e $\zeta_i=(5\%+\zeta_T)/2$, si rivaluti la risposta sismica al punto 2 (per ottenere lo spettro di risposta associato ai fattori di smorzamento $\zeta_i$ si moltiplichino le sue ordinate per il fattore $\eta = \sqrt{[0.10/(0.05+\zeta_i)]}$. In particolare, si riconsiderino i punti **a)**, **b)** e, *facoltativamente*, i punti **c), d)**. Commentare i risultati ottenuti in termini di variazione della risposta strutturale senza o con dispositivo TMD.