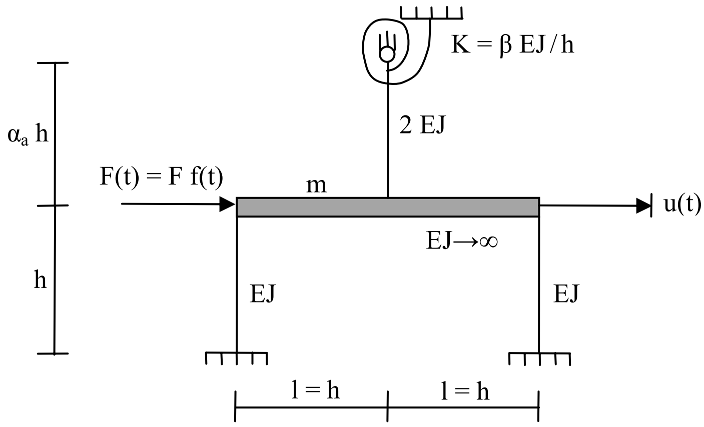
Università degli Studi di Bergamo, Facoltà di Ingegneria, Dalmine
Laurea Specialistica in Ingegneria Edile

Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture
a.a. 2009/2010

I ELABORATO

Si consideri il seguente telaio in C.A. con colonne assialmente rigide e prive di massa. Si assuma la trave, di massa m, infinitamente rigida; la molla rotazionale è caratterizzata da rigidezza variabile in ragione del parametro $\beta \geq 0$.



Dati:
- parametri allievo: $\alpha_a = 1+0.005$ (N-C), $\beta_a = 30+0.8$ (N+C) (N = numero lettera iniziale del nome, C = numero lettera iniziale del cognome);
- massa della trave: m = 60000 kg;
- dimensione caratteristica del telaio: h = 4 m;
- sezione pilastri: quadrata 20 cm × 20 cm;
- modulo di elasticità del C.A.: E = 30000 MPa;
- ampiezza della forzante: F = 80000 N.

Richieste:
- Determinare e rappresentare la risposta non forzata del sistema al variare di β con condizioni iniziali $u_0 = 5$ cm, $\dot{u}_0 = 7$ cm/s, per i fattori di smorzamento $\zeta = 0$, 5%, 10%. Considerare in particolare i valori: $\beta = 0$, $\beta = \beta_a$, $\beta \to \infty$.
- Assumendo $\beta = \beta_a$ e $\zeta = 5\%$, determinare e rappresentare la risposta del sistema con c.i. nulle $u_0 = \dot{u}_0 = 0$ dovuta a:
  - Forzante armonica $F(t) = F \sin\omega t$ di periodo T = 0.4 s. Verificare se spostamento e velocità orizzontale max della trave a regime risultano rispettivamente inferiori a 1 cm e 10 cm/s. Rappresentare il diagramma di Argand relativo alle risposte $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ a forzante armonica $F(t) = F\, e^{i\omega t}$ e alle forze in gioco: forzante $F\, e^{i\omega t}$, forza elastica $F_e = k\, z$, forza smorzante $F_d = c\, \dot{z}$ (F_e e F_d positive se opposte a z e $\dot{z}$), forza d'inerzia $F_i = -\, m\, \ddot{z}$. Indicare il valore dello sfasamento tra risposta e forzante e il modulo di tutte le forze sopra indicate.
  - Forzante periodica di periodo T = 0.4 s sotto rappresentata. Determinare la risposta per integrazione diretta dell'equazione del moto mediante il metodo dell'accelerazione lineare. Collaudare inizialmente il metodo di integrazione calcolando numericamente la risposta alla forzante armonica di cui sopra e confrontandola col risultato analitico. Confrontare quindi i risultati numerici ottenuti per le due forzanti.
  - ***Facoltativo***. Determinare la risposta a forzante periodica mediante sviluppo in serie di Fourier con numero crescente di armoniche. Rappresentare l'approssimazione ottenuta per la forzante e per la risposta del sistema in termini di spostamento, velocità ed accelerazione. Confrontare coi risultati numerici precedentemente ottenuti.