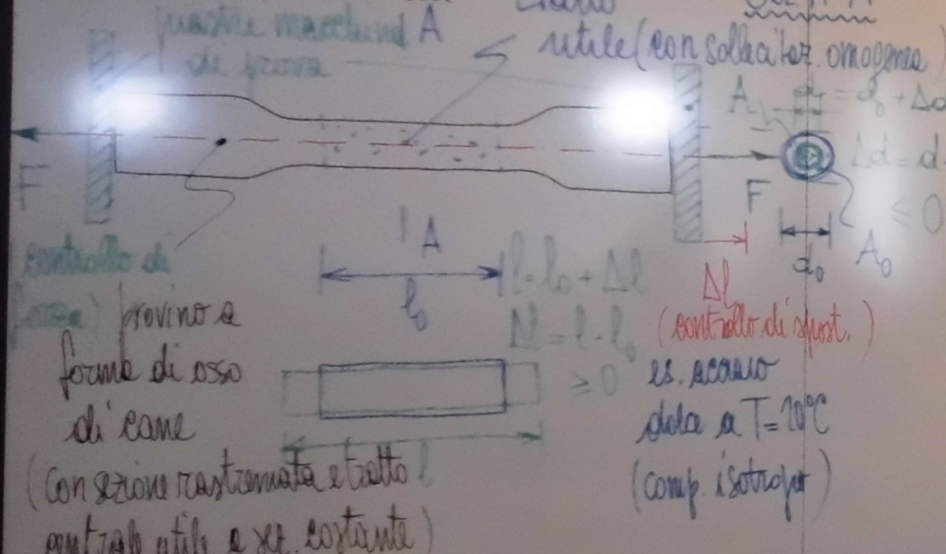
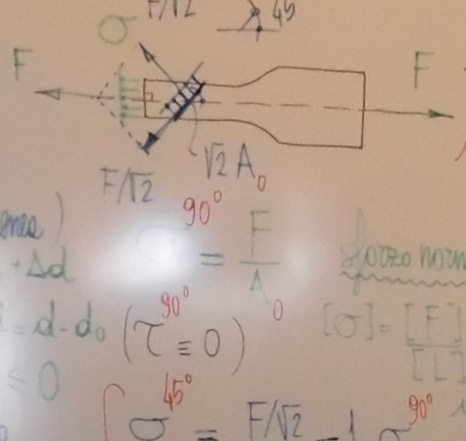
Meccanica dei Continui

(introduzione ai concetti di sforzo, deformazione e legame costitutivo)

Prova di trazione



Sforzo (nominale)



$$\sigma^{90^\circ} = \frac{F}{A_0}$$

Sforzo normale

$$[\sigma] = \left[\frac{F}{L^2}\right]$$

unità di misura $N \cdot P_a$ m^2 $N = MP_a$ MPa

$$\begin{cases} \sigma^{45^\circ} = \dfrac{F/\sqrt{2}}{\sqrt{2} A_0} = \dfrac{1}{2}\sigma^{90^\circ} \\ \tau = \dfrac{F/\sqrt{2}}{\sqrt{2} A_0} = \dfrac{1}{2}\sigma^{90^\circ} \end{cases}$$

Sforzo tagliante o di taglio

Deformazione (nominale)

misura adimensionale

misura estensiva

stretch $\lambda \geq 1$

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \lambda - 1 \geq 0$$

deformazione normale longitudinale $[\varepsilon] = \left[\frac{L}{L}\right] = [1]$

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{d}{d_0} - 1 = \lambda_T - 1 \leq 0$$

$\lambda_T \leq 1$

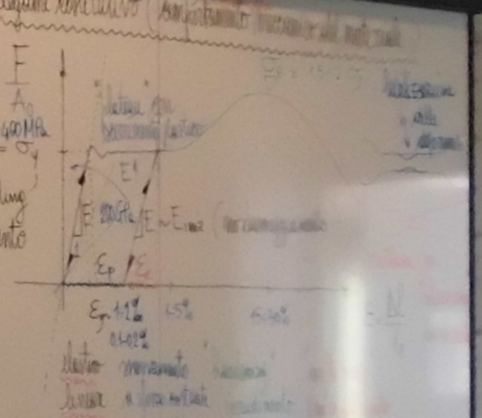
deformazione normale trasversale (contrazione trasversale)

Coefficiente di contrazione trasversale o di Poisson

$$\nu = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_l} \quad ; \varepsilon_T = -\nu \varepsilon_l$$

numero puro $0 \leq \nu < \frac{1}{2} = 0.5$

mat. incomprimibili



Meccanica dei Continui
Prova di trazione
tratto utile
Sez A-A
F
A
A_0
d_0
Δl
F/√2
45°
√2 A₀
rapporto
σ⁹⁰° = F / A₀
sforzo normale
[σ] = [F] / [L]²
(τ⁹⁰° = 0)
σ⁴⁵° = (F/√2) / (√2 A₀) = 1/2 σ⁹⁰°
τ⁴⁵° = (F/√2) / (√2 A₀) = 1/2 σ⁹⁰°
sforzo tagliente o di taglio
unità di misura
N/m² = Pa
Deformazione (nominale)
misura intensiva
"stretch"
≥ 1
ε_l = Δl / l₀ = (l − l₀) / l₀ = l / l₀ − 1 = Λ − 1 ≥ 0
deformazione normale longitudinale [ε] = [L] / [L] = [1]
ε_T = Δd / d₀ = (d − d₀) / d₀ = d / d₀ − 1 = Λ_T − 1 ≤ 0
deformazione normale trasversale (contrazione trasversale)
Coefficiente di contrazione trasversale o di Poisson
ν = − ε_T / ε_l ; ε_T = −ν ε_l
numero puro
0 ≤ ν < 1/2 = 0.5
F = k x
x = 1/k F
Legame costitutivo (comportamento meccanico del materiale
σ = F / A₀
200-400 MPa
σ_s = σ_y
yielding
snervamento
E
E ~ E_iniz
ε_p
ε = Δl / l₀
1-5%
15-30%
0.1-0.2%
elastico lineare
snervamento a sforzo costante
σ = E ε
ε = 1/E σ
elastoplastico
legge di HOOKE
E = σ / ε
modulo di elasticità longitudinale o di YOUNG [E] = [σ]
MPa

Deformazione nominale
misura intensiva
misura extensiva
"stretch"
≥ 1
ε = Δl / l0 = (l − l0) / l0 = l / l0 − 1 = Λ − 1 ≥ 0
deformazione normale longitudinale
[ε] = [L] / [L] = [1]
εT = Δd / d0 = (d − d0) / d0 = d / d0 − 1 = ΛT − 1 ≤ 0
≤ 1
deformazione normale trasversale (contrazione trasversale)
Coefficiente di contrazione trasversale o di Poisson
ν = − εT / εl ; εT = −ν εl
numero puro
0 ≤ ν < 1/2 = 0.5
F = K x
x = 1/K F
σ = F / A0
200÷400 MPa
σS = σY
yielding
snervamento
Legame costitutivo (comportamento meccanico del materiale)
σR ≃ 1.5÷2 σY
"plateau" con scorrimento plastico
E↑
200 GPa
E ~ Einiz. (no danneggiamento)
εp
εe
εy 1÷2‰
0.1÷0.2%
1÷5%
15÷30%
ε = Δl / l0
elastico lineare
snervamento a sforzo costante
(comp. perfett. elastoplastico)
"hardening"
(incrudimento positivo)
"softening"
(incrudimento negativo)
σ = E ε
ε = 1/E σ
legge di HOOKE generalizzata
E = σ / ε
modulo di elasticità longitudinale o di YOUNG
[E] = [σ] = [F] / [L]²
MPa
(esprime la rigidezza elastica del materiale)
localizzazione delle deformaz.
rottura per strizione localizzata

Contrazione trasversale

$\nu = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon}$

risposta elastolineare

0.5

ν_0

$\nu \simeq cost$

0.3 ÷ 1/3 tessuti

0.15 CLS

ε_y

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

deformazione volumetrica (definiamo)

$v = tr\,E = \varepsilon + 2\varepsilon_T = (1-2\nu)\varepsilon$

$\nu \to 1/2$; $v \to 0$ (no variazione di volume)

(le deformazioni plastiche si manifestano a volume costante)

Prova di torsione (circolare) → vedi fine del corso

con $\gamma = \frac{\Phi R}{l}$

ΦR

P

P

M_t

R

l

γ

β

deformazione tagliente

$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$ scorrimento angolare

$\tau_{zt} = \frac{M_t\, r}{J_0 = \frac{\pi R^4}{2}} = \frac{2M_t\, r}{\pi R^4}$

tensioni tangenti

momento di inerzia polare

M_t

τ_{zt}

Φ rotazione

$\tau^{max}_{zt} = \frac{2M_t}{\pi R^3}$ $(r=R)$

Risposta tagliante

τ

$\tau_y \sim 115$ MPa

$G \sim 75$ GPa

1

γ

legge di Hooke (risp. a taglio)

$\tau = G\gamma$

$\gamma = \frac{1}{G}\tau$

$G = \frac{\tau}{\gamma}$ modulo di elasticità tangenziale o modulo di taglio

σ

ε

Contrazione trasversale

$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

Prova di torsione (circolare) → vedi fine del corso

$\tan\gamma = \frac{\Phi R}{l}$

ΦR torsione tangenziale

$\tau_{zt} = \frac{M_t}{J_0} r = \frac{2M_t}{\pi R^4} r$ momento di inerzia polare

Φ rotazione

$\tau_{max} = \frac{2M_t}{\pi R^3}$ $(r = R)$

γ deformazione tagliante

$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$ scorrimento angolare

Risposta tagliante

$\tau_y \sim 115$ MPa

$G \sim 75$ GPa

legge di Hooke (risp. a taglio)

$\tau = G\gamma$ $\quad \gamma = \frac{1}{G}\tau$ $\quad G = \frac{\tau}{\gamma}$ modulo di elasticità tangenziale o modulo di taglio

mat. elastico lineare isotropo

$E_c \approx \frac{1}{10} E_{ac}$

$\sigma_c = 10 f_c \sim 20\text{-}30$ MPa

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

Acciaio $\nu = \frac{1}{3} \rightarrow G = \frac{3}{8} E$

Prova di torsione statica → Vedi fine del corso

$\gamma = \frac{\Phi R}{l}$

$\tau_{zt} = \frac{M_t r}{J_0} = \frac{M_t r}{\frac{\pi R^4}{2}} = \frac{2 M_t r}{\pi R^4}$

momento torcente

momento di inerzia polare

ΦR

P

R

M_t

τ_{zt}

Φ rotazione

τ_{max} $\quad \tau_z = \frac{2 M_t}{\pi R^3}$ $\quad (r = R)$

deformazione tagliante

γ scorrimento angolare

Risposta tagliante

τ

$\tau_y \sim 115$ MPa

$\tau = G\gamma$

$G \sim 75$ GPa

1

$\gamma_y = \frac{\tau_y}{G}$

γ

legge di Hooke (risp. a taglio)

$\tau = G\gamma$

$\gamma = \frac{1}{G}\tau$

$G = \frac{\tau}{\gamma}$ modulo di elasticità tangenziale o modulo di taglio

σ_r

mat. elastico lineare isotropo

- cls

f_t

σ_r

$E_c \approx \frac{1}{10} E_a$

$f_c \approx 10 f_t \sim 20 \div 30$ MPa

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

Acciaio $\nu = \frac{1}{3} \rightarrow G = \frac{3}{8} E$