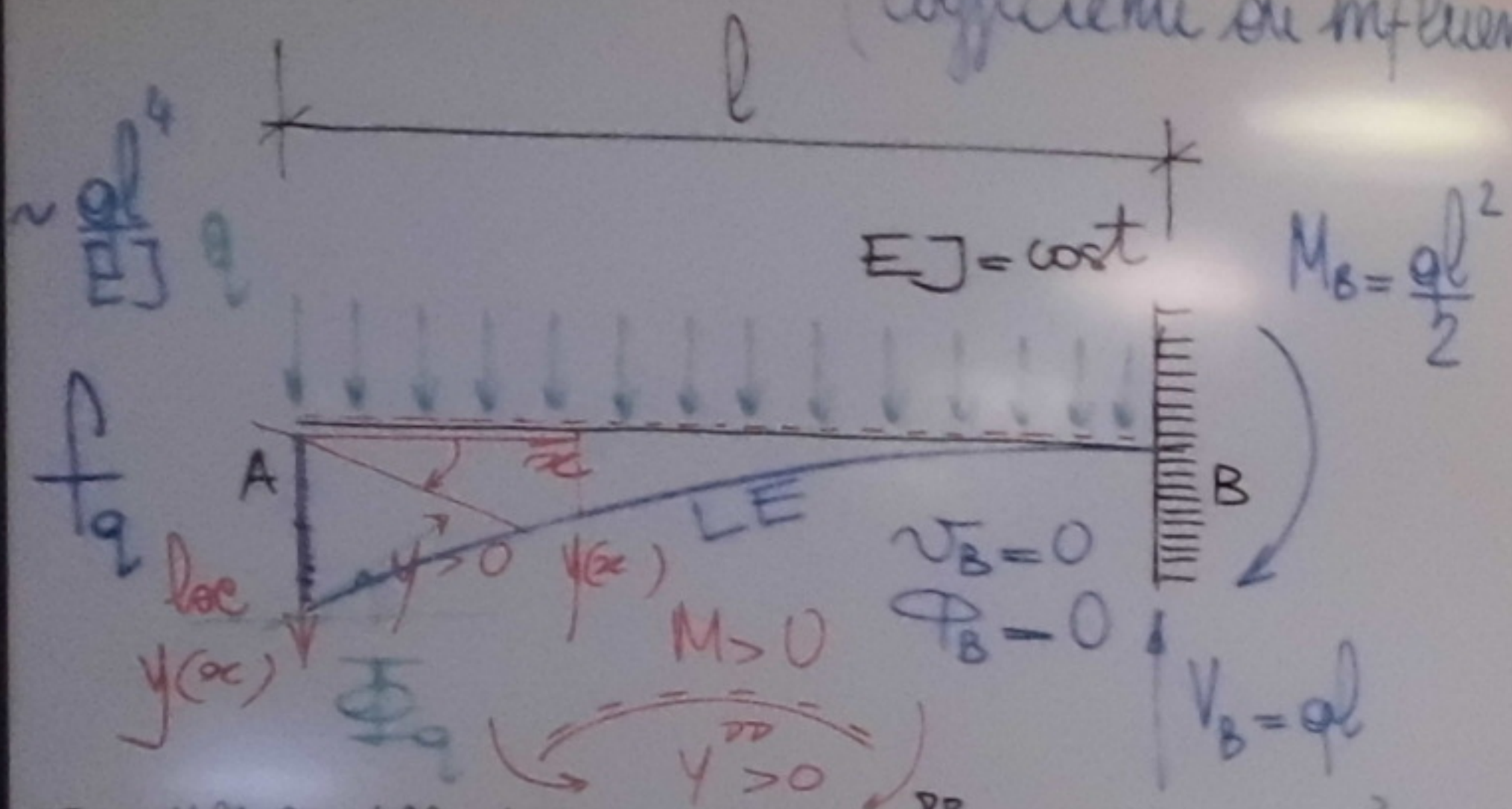


Metodo della LE - Calcolo di componenti di spostamento (coefficienti di influenza)



Eq. diff. le della LE:

- $EJ y''''(x) = q$
- $EJ y'''(x) = qx + A_1$
- $EJ y''(x) = \frac{qx^2}{2} + A_1x + A_2$

Scrittura delle c.c.:

$$\begin{cases} V_B = 0 \Rightarrow +y(l) = 0 \\ \Phi_B = 0 \Rightarrow +y'(l) = 0 \end{cases}$$

Imposiz. delle c.c.:

$$\begin{cases} EJ y(l) = \frac{ql^3}{64} + A_1 l + A_2 = 0 \\ EJ y'(l) = \frac{ql^2}{24} + A_1 l + A_2 = 0 \end{cases}$$

$$A_2 = -\frac{ql^4}{24} + \frac{ql^3}{6} l = \left(-\frac{1}{24} + \frac{1}{6}\right) ql^4 = \frac{1}{8} ql^4$$

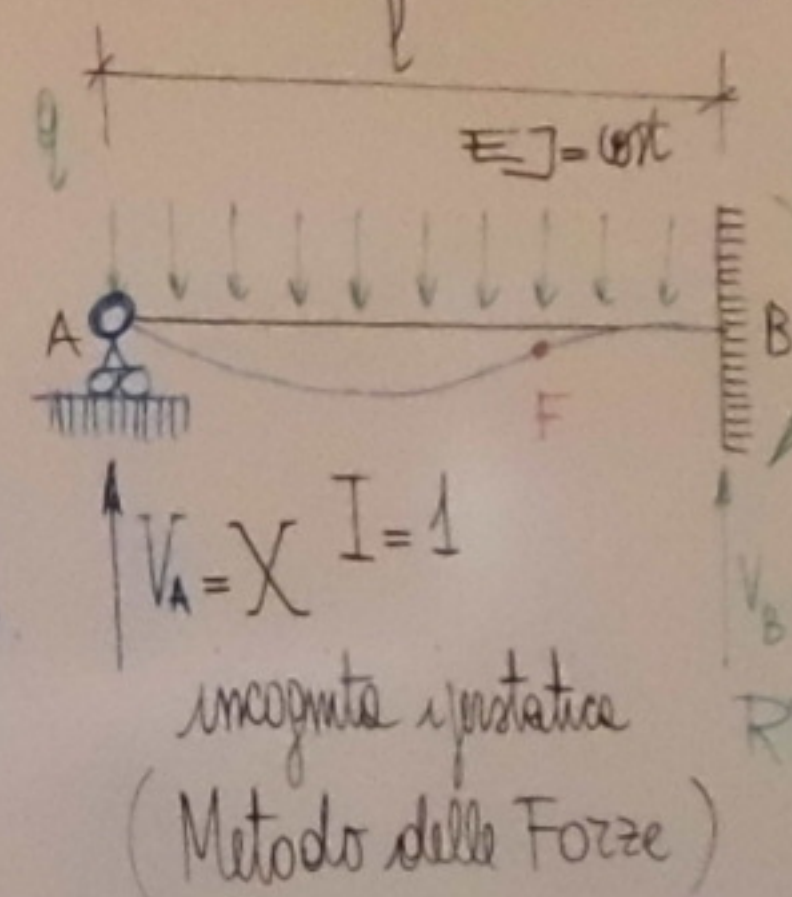
LE finale:

$$y(x) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{qx^4}{24} - \frac{ql^3}{6} x + \frac{1}{8} ql^4 \right)$$

Coeff di influenza:

$$\begin{cases} f_q = y(0) = -v_A = \frac{A_2}{EJ} = \frac{1}{8} \frac{ql^4}{EJ} \\ \Phi_q = -y'(0) = \Phi_A = -\frac{A_1}{EJ} = \frac{1}{6} \frac{ql^3}{EJ} \end{cases}$$

Risoluzione di strutture ipostatiche



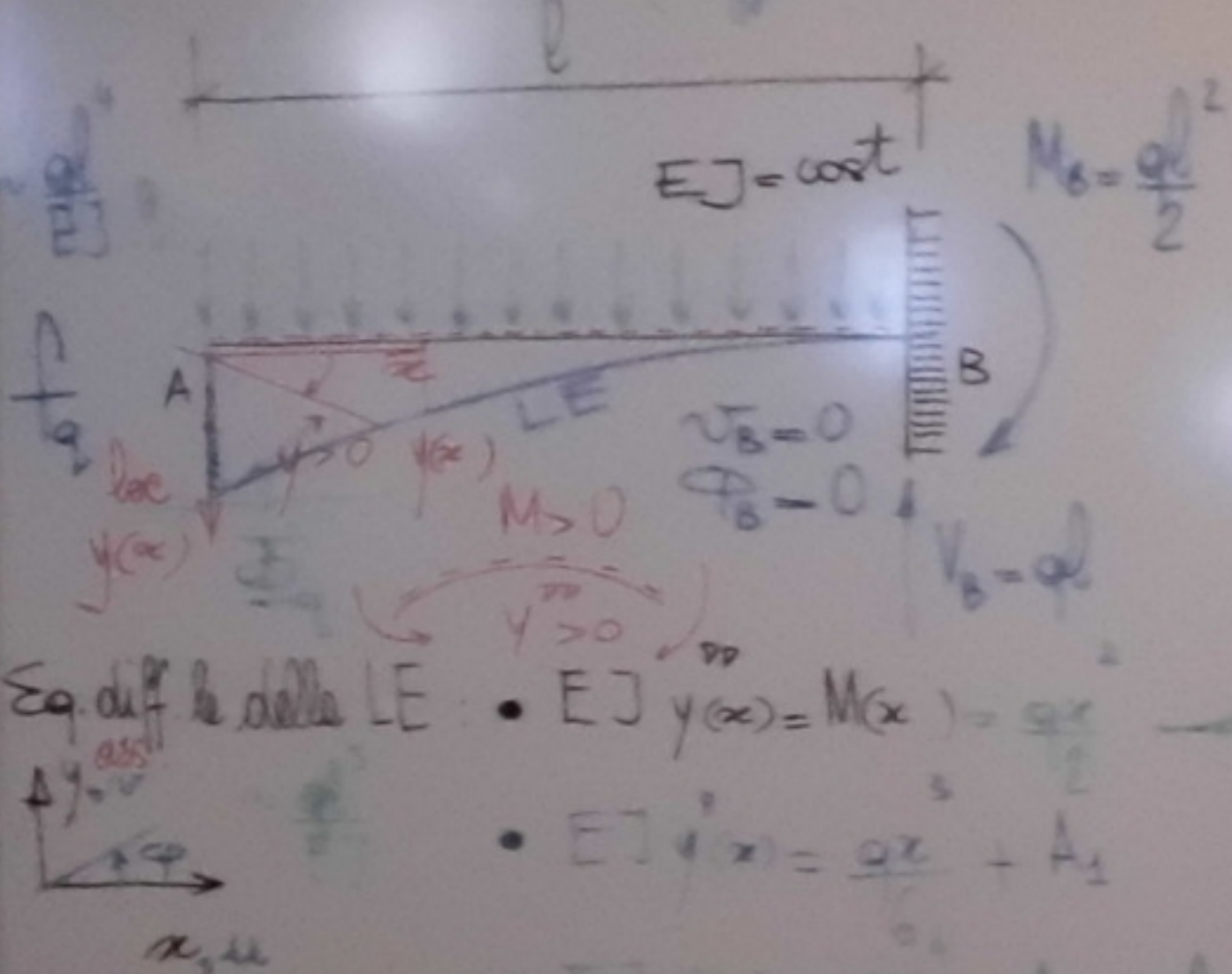
Scrittura delle c.c.

$$\begin{cases} V_B = 0 \Rightarrow +y(l) = 0 \\ \Phi_B = 0 \Rightarrow +y'(l) = 0 \end{cases}$$

La risoluzione di strutture ipostatiche necessita di considerare la deformabilità della struttura, da vedere di trattare, allungando l'ipotesi di rigido, al fine di scrivere ed imporre il rispetto della condizione di congruenza in una maniera più generale, e non solo quella di rigidità.

Questo metodo è utile a calcolare coefficienti di influenza per strutture ipostatiche, e a più in generale, a calcolare i coefficienti di influenza per strutture ipostatiche.

Metodo della LE - Calcolo di componenti di spostamento



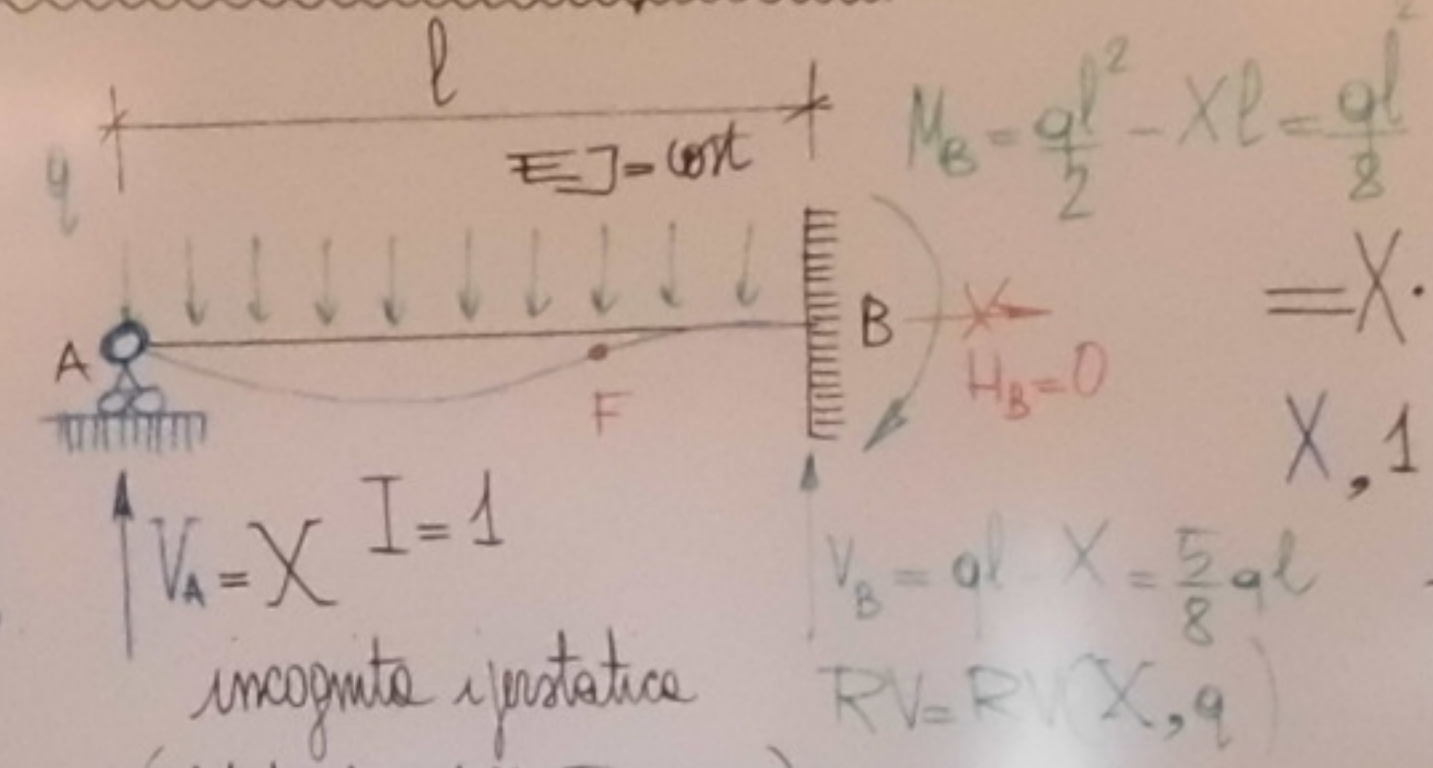
Scrittura delle e.e.:
 $V_B = 0 \Rightarrow +y(l) = 0$
 $\Phi_B = 0 \Rightarrow +y'(l) = 0$

Imposiz. delle e.e.:
 $\int EJ y''(l) = \frac{ql^3}{6} + A_1 = 0 \Rightarrow A_1 = -\frac{ql^3}{6}$
 $\int EJ y(l) = \frac{ql^4}{24} + A_1 l + A_2 = 0$
 $A_2 = -\frac{ql^4}{24} + \frac{ql^3}{6} l = (-\frac{1}{24} + \frac{1}{6}) ql^4 = \frac{1}{8} ql^4$

LE finale:
 $y(x) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{qx^4}{24} - \frac{ql^3}{6} x + \frac{1}{8} ql^4 \right)$

Coeff di influenza: $\rightarrow$ significato fisico delle cost. d'int.
 $\int \frac{f}{q} = y(0) = -v_A = \frac{A_2}{EJ} = \frac{1}{8} \frac{ql^4}{EJ}$
 $\Phi_q = -y'(0) = \Phi_A = -\frac{A_1}{EJ} = \frac{1}{6} \frac{ql^3}{EJ}$

Risoluzione di strutture iperstatiche



incognite ipstatiche
 (Metodo delle Forze)
 $V_A = X \quad I = 1$
 $V_B = ql - X = \frac{5}{8} ql$
 $R_V = R_V(X, q)$

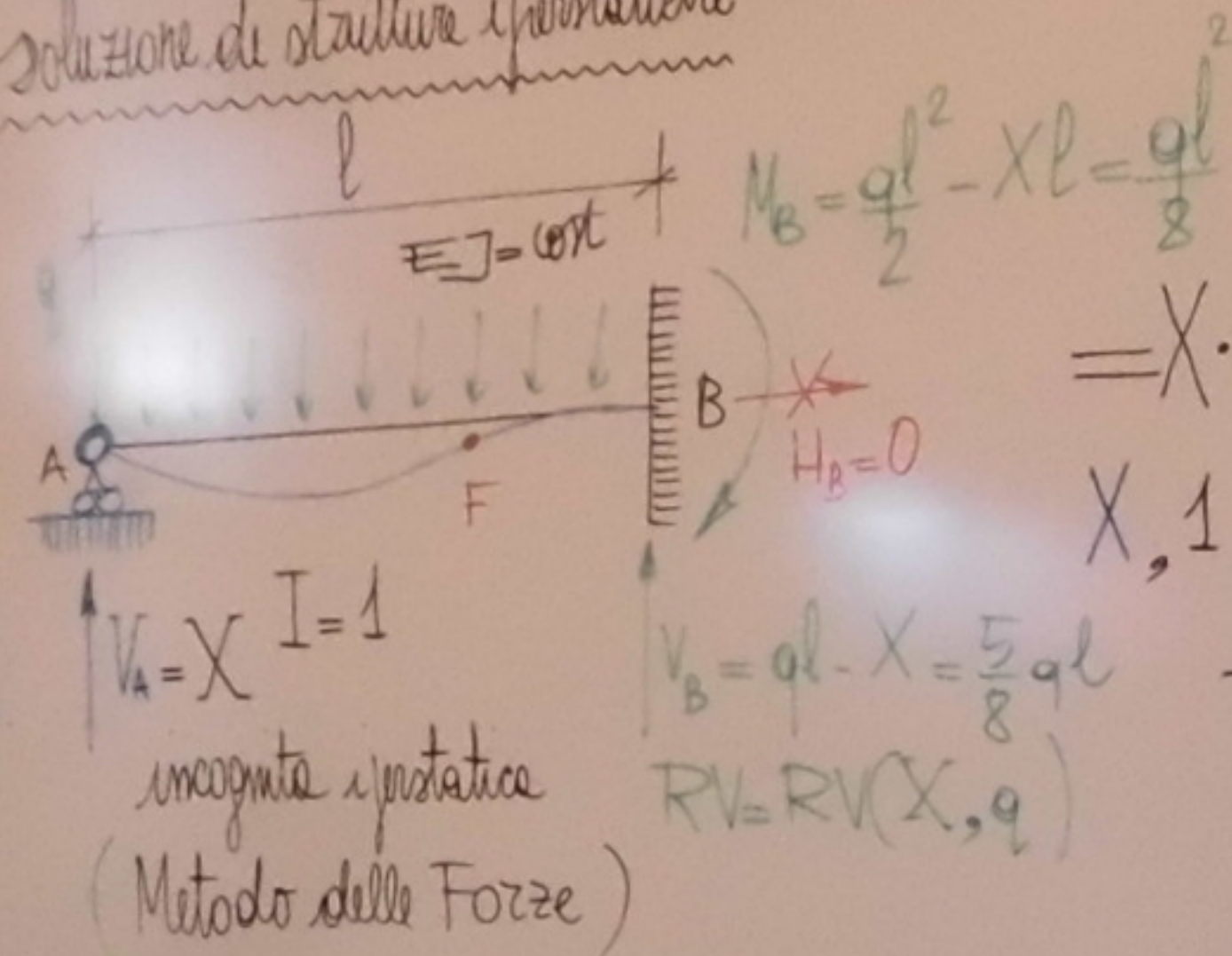
Sovrapposizione di effetti

$\frac{1}{3} \frac{Xl^3}{EJ} = \frac{f_p}{P} X$
 $f_1 = \frac{1}{3} \frac{l^3}{EJ}$
 $f_q = \frac{1}{8} \frac{ql^4}{EJ}$

La risoluzione di strutture iperstatiche necessita di considerare la deformabilità (elastica/lineare) dei sistemi di travi, abbandonando l'ip di corpo rigido, al fine di scrivere ed imporre il rispetto della condizione di congruenza in corrispondenza del grado di vincolo iperstatico (sovrabbondante).
 Con metodo atto a calcolare coefficienti di influenza (per carichi flessionali variabili) si è fatto un metodo da basarsi su sistemi di travi iperstatiche, essendo possibile la scrittura esplicita della condizione di congruenza.

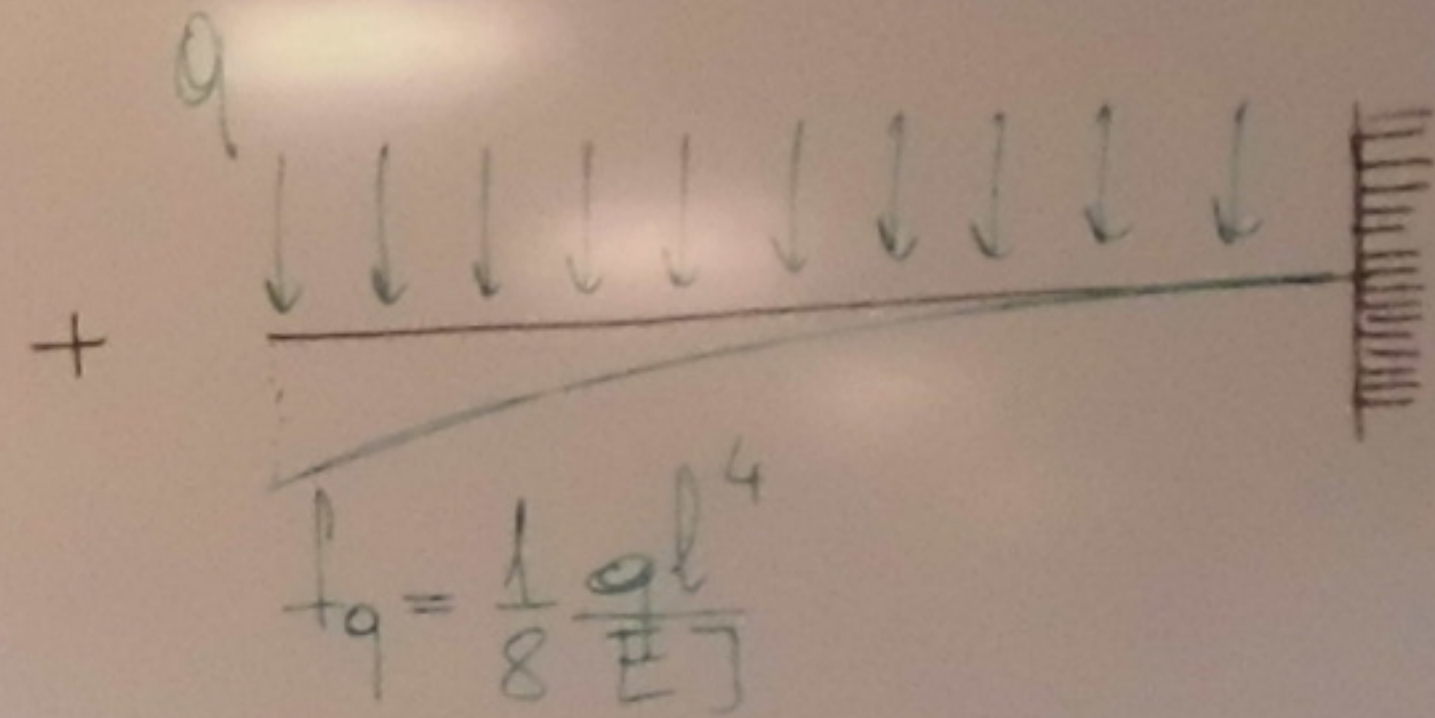
Metodo delle LE
 Impone alla LE
 $EI v''''(0) = q_0$
 $EI v''''(l) = 0$
 $EI v'''(0) = 0$
 $EI v'''(l) = 0$
 $EI v''(0) = A_1$
 $EI v''(l) = A_2$
 $A_1 = -q_0 l^3 + q_0 l^3 = 0$
 $A_2 = -q_0 l^3 + q_0 l^3 = 0$
 LE finale:
 $v(x) = \frac{1}{24} \left(\frac{q_0}{EI} x^4 - \frac{q_0}{EI} x^2 + \frac{1}{8} q_0 l^2 \right)$
 Coeff. di influenza
 $f_1 = \frac{1}{24} \left(\frac{q_0}{EI} x^4 - \frac{q_0}{EI} x^2 + \frac{1}{8} q_0 l^2 \right)$
 $f_2 = \frac{1}{24} \left(\frac{q_0}{EI} x^4 - \frac{q_0}{EI} x^2 + \frac{1}{8} q_0 l^2 \right)$

Risoluzione di strutture iperstatiche



Sovrapposizione di effetti

$$\frac{1}{3} \frac{X l^3}{EI} = \frac{f_p}{P} X$$

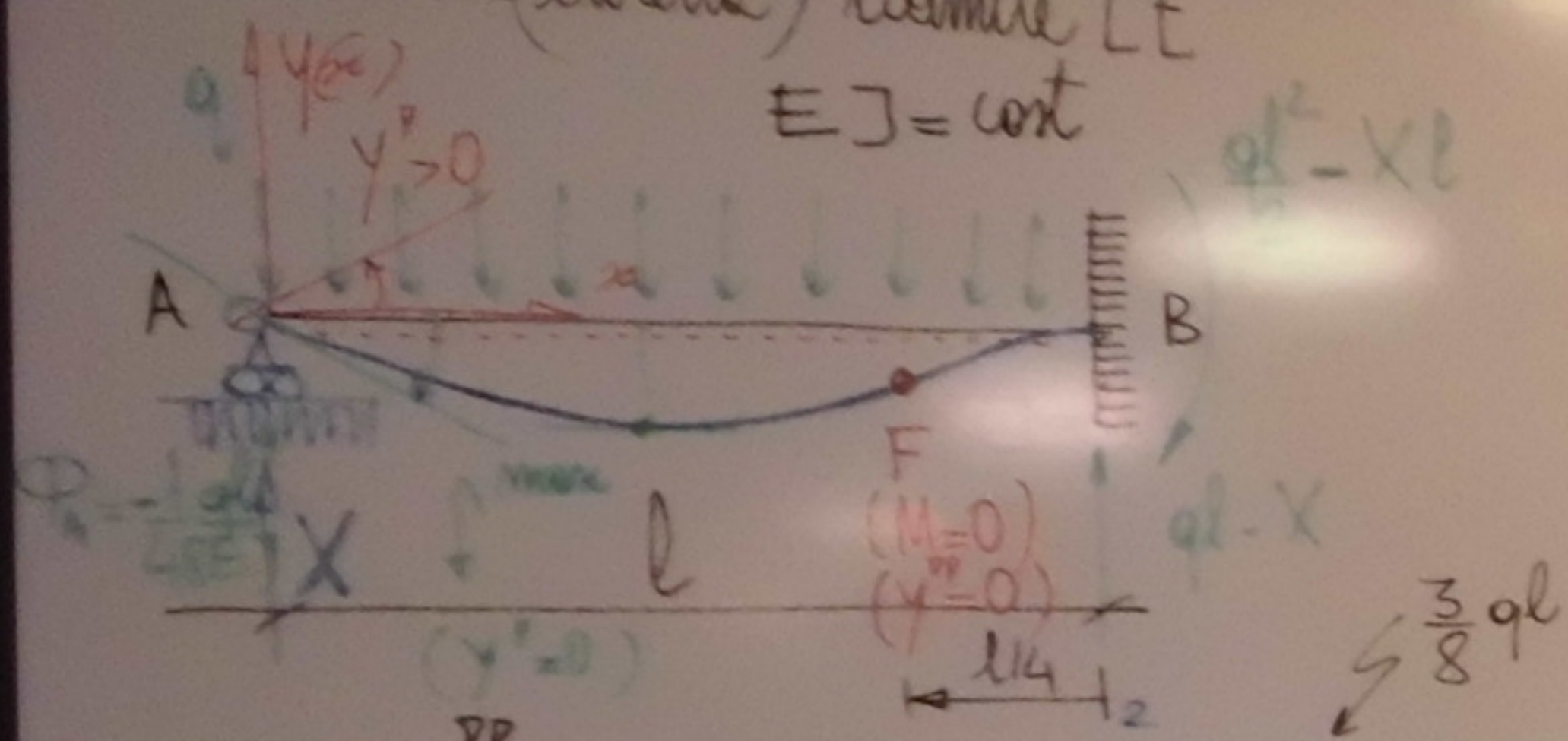


$$v_A = f_1 X - f_q = 0 \Rightarrow X = \frac{f_q}{f_1} = \frac{f_q}{\frac{f_p}{P}} = \frac{\frac{1}{8} \frac{q l^4}{EI}}{\frac{1}{3} \frac{P l^3}{EI}} = \frac{3}{8} q l = X$$

La risoluzione di strutture iperstatiche necessita di considerare la deformabilità (elastica flessionale) dei sistemi di travi, abbandonando l'ip. di corpo rigido, al fine di scrivere ed imporre al rispetto della condizione di congruenza in corrispondenza del grado di vincolo ritenuto iperstatico (sovrabbondante).
 Il metodo delle LE (coefficienti di influenza) è di fatto un metodo che consente di risolvere strutture iperstatiche, tenendo presente la scrittura esplicita della condizione di congruenza.

Soluzione (diretta) tramite LE

$$EI = \text{cost}$$



$$EI y''(x) = M(x) = -\frac{qx}{2} + Xx$$

$$EI y'(x) = -\frac{qx^2}{6} + X\frac{x^2}{2} + A_1$$

$$EI y(x) = -\frac{qx^3}{24} + X\frac{x^3}{6} + A_1x + A_2$$

Scrittura delle e.c.

$$\begin{aligned} \text{incertezza } \psi_B = 0 &\rightarrow y(l) = 0 \\ \varphi_B = 0 &\rightarrow y'(l) = 0 \\ \text{realtà } \psi_A = 0 &\rightarrow y(0) = 0 \end{aligned}$$

2 + (I=1) incognite

not. algebrico di tre eq. in tre incognite
condiz. di congr.

Imposizione delle e.c.

$$y(0) = 0 \rightarrow A_2 = 0$$

$$y'(l) = 0 \Rightarrow -\frac{ql}{6} + X\frac{l^2}{2} + A_1 = 0$$

$$y(l) = 0 \Rightarrow -\frac{ql^3}{24} + X\frac{l^3}{6} + A_1l + A_2 = 0$$

$$-\frac{ql^4}{6} + \frac{ql^4}{24} + X\frac{l^3}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$-\frac{1}{8}ql^4 + X\frac{1}{3}l^3 = 0 \Rightarrow X = \frac{3}{8}ql$$

$$\text{LE finale: } y(x) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{qx^4}{24} + \frac{1}{16}qlx^3 - \frac{1}{48}ql^3x \right)$$

$$y(x) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{qx^4}{24} + \frac{3}{16}qlx^3 - \frac{1}{48}ql^3x \right)$$

$$-T(x), M(x)$$

Quadro generale del metodo delle LE

- AC

- AS (I=1, RV=RV(X))

- Indirizzazioni del campo di risposta (non solo locali)

$$EI_1 y_1(x) = M_1(x)$$

$$EI_1 y_1(x) + EI_2 y_2(x) = M_1(x) + M_2(x)$$

- Integrazione nei vari tratti (2n eq. di integ.)

- Scrittura delle e.c. (n = n = 2n + I)

- Imposizione delle e.c. (n = n = 2n + I)

- Scrittura delle LE finali

- Rappresentazione qualitativa della LE (con alcuni di questi valori)

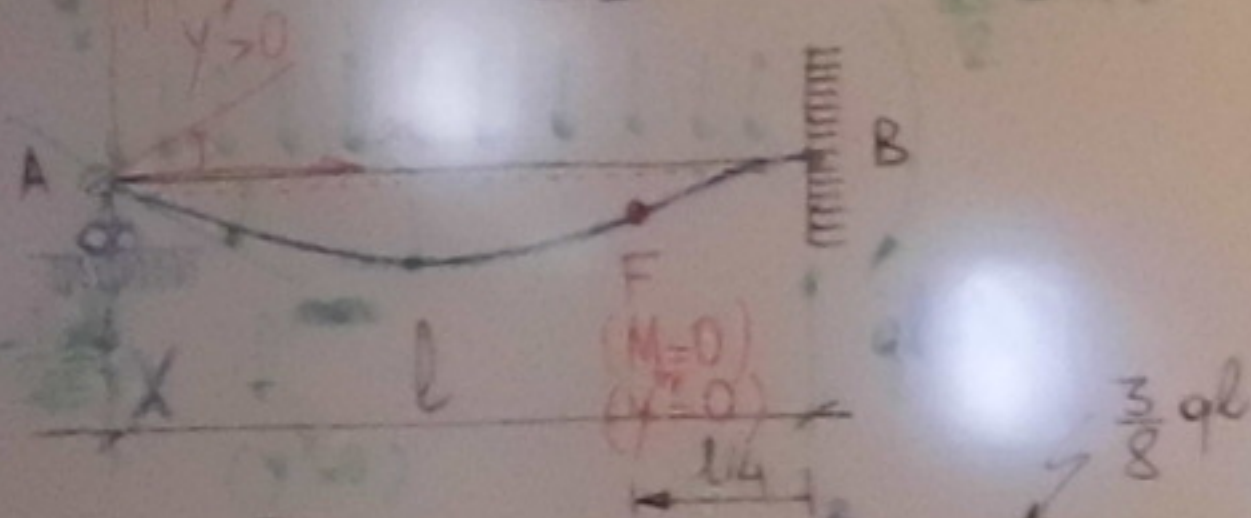
- N, T, M finali

Scrittura delle e.c.

- $y(0) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y'(0) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y(l) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y'(l) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y(0) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y'(0) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y(l) = 0$ (E.A. + 2n eq.)
- $y'(l) = 0$ (E.A. + 2n eq.)

Soluzioni (dirette) tramite LE

$EJ = \text{cost}$



$$EJ y'''' = M(x) = -\frac{qx}{2} + Xx$$

$$EJ y''' = -\frac{qx}{2} + Xx + A_1$$

$$EJ y'' = -\frac{qx}{2} + Xx + A_1x + A_2$$

Scrittura delle c.c.

$$v_B = 0 \rightarrow y(l) = 0$$

$$v_B = 0 \rightarrow y'(l) = 0$$

$$v_A = 0 \rightarrow y(0) = 0$$

2 + (2-1) incognite

noti algebrici da tre eq in tre

risolve da un'eq. integrate

Imposizione delle c.c.

$$y(0) = 0 \rightarrow A_2 = 0$$

$$y'(l) = 0 \Rightarrow -\frac{ql}{6} + \frac{Xl^2}{2} + A_1 = 0$$

$$y(l) = 0 \Rightarrow -\frac{ql^4}{24} + \frac{Xl^3}{6} + A_1l + A_2 = 0$$

$$-\frac{ql^4}{24} + \frac{ql^4}{24} + \frac{Xl^3}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$-\frac{1}{8}ql^3 + X \frac{1}{3}l^3 = 0 \Rightarrow X = \frac{3}{8}ql$$

$$LE \text{ finale: } y(x) = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{qx^4}{24} + \frac{1}{16}qlx^3 - \frac{1}{48}ql^3x \right)$$

$$v(x) = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{qx^3}{6} + \frac{3}{16}qlx^2 - \frac{1}{48}ql^3x \right) \approx \bar{x} \approx \text{cost}$$

- $T(x), M(x)$

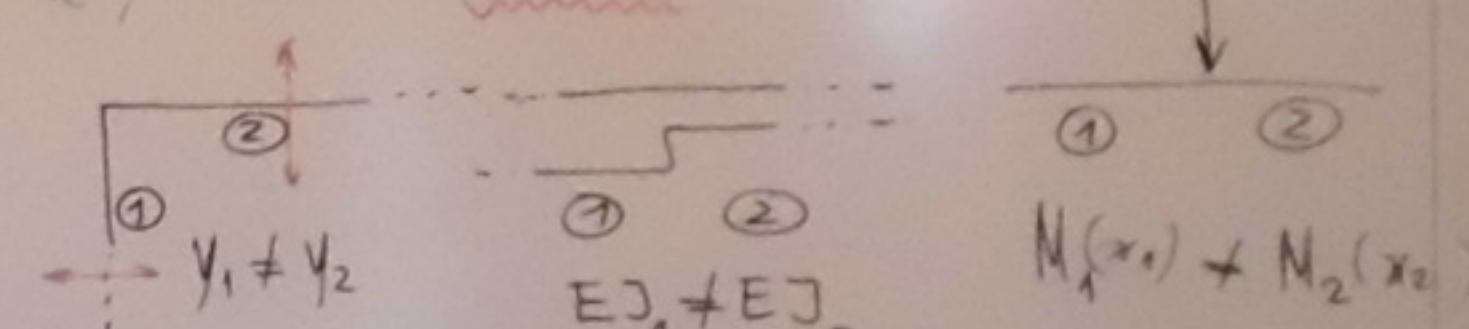
Quadro generale del metodo della LE

- AC

- AS ($I=1, RV=RV(x)$)

- Individuazione degli campi di integr. (in ogni campo rettil.)

$$EJ y''''(x_i) = \pm M_i(x_i)$$



- Integrazione nei vari tratti (2n cost. di integ.)

- Scrittura delle c.c. ($n = n = 2n + I$)

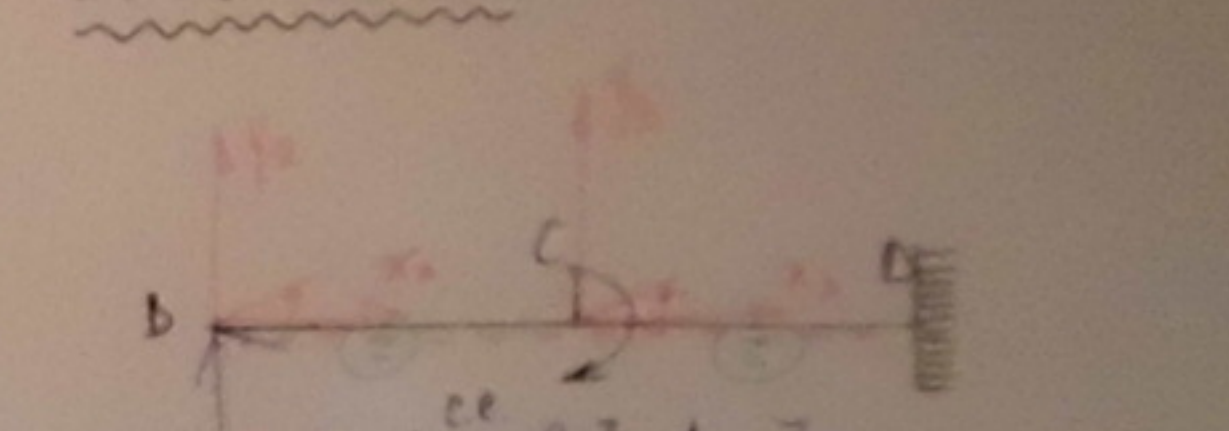
- Imposizione delle c.c. $\rightarrow$ risol. di un sistema lineare $n \times n$

- Scrittura delle LE finali

- Rappresentazione qualitativa della LE (con calcolo di spost. e rot. nodali)

- N, T, M finali

Scrittura delle c.c.



$$n = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$y_1(b) = 0 \text{ (EA} \rightarrow \infty \text{ + Jac in D)}$$

$$y_1(b) = y_2(0) \text{ (cont. della rot. in B)}$$

$$y_1(0) = 0 \text{ (EA} \rightarrow \infty \text{ + Jac in A)}$$

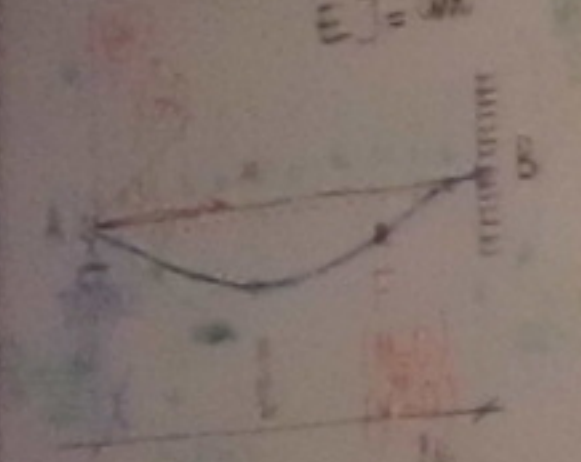
$$y_2(b) = y_3(0) \text{ (cont. della rot. in C)}$$

$$y_2'(b) = y_3'(0) \text{ (cont. della rot. in C)}$$

$$y_3(b) = 0 \text{ (vincolo in D)}$$

$$y_3'(b) = 0 \text{ (vincolo in D)}$$

Dimensione della matrice LE



$$EJ \frac{d^4 v}{dx^4} = -q$$

$$EJ \frac{d^4 v}{dx^4} = -q$$

Scrittura delle e.e.

$$v(0) = 0 \rightarrow v(l) = 0$$

Imposizione delle e.e.

$$v(0) = 0 \rightarrow -\frac{ql^3}{24} + \frac{Xl^3}{6} + A_1 l + \frac{A_2}{2} = 0$$

$$v(l) = 0 \rightarrow -\frac{ql^4}{24} + \frac{Xl^4}{6} + A_1 l + \frac{A_2}{2} = 0$$

$$-\frac{ql^3}{24} + \frac{Xl^3}{6} + A_1 l + \frac{A_2}{2} = 0$$

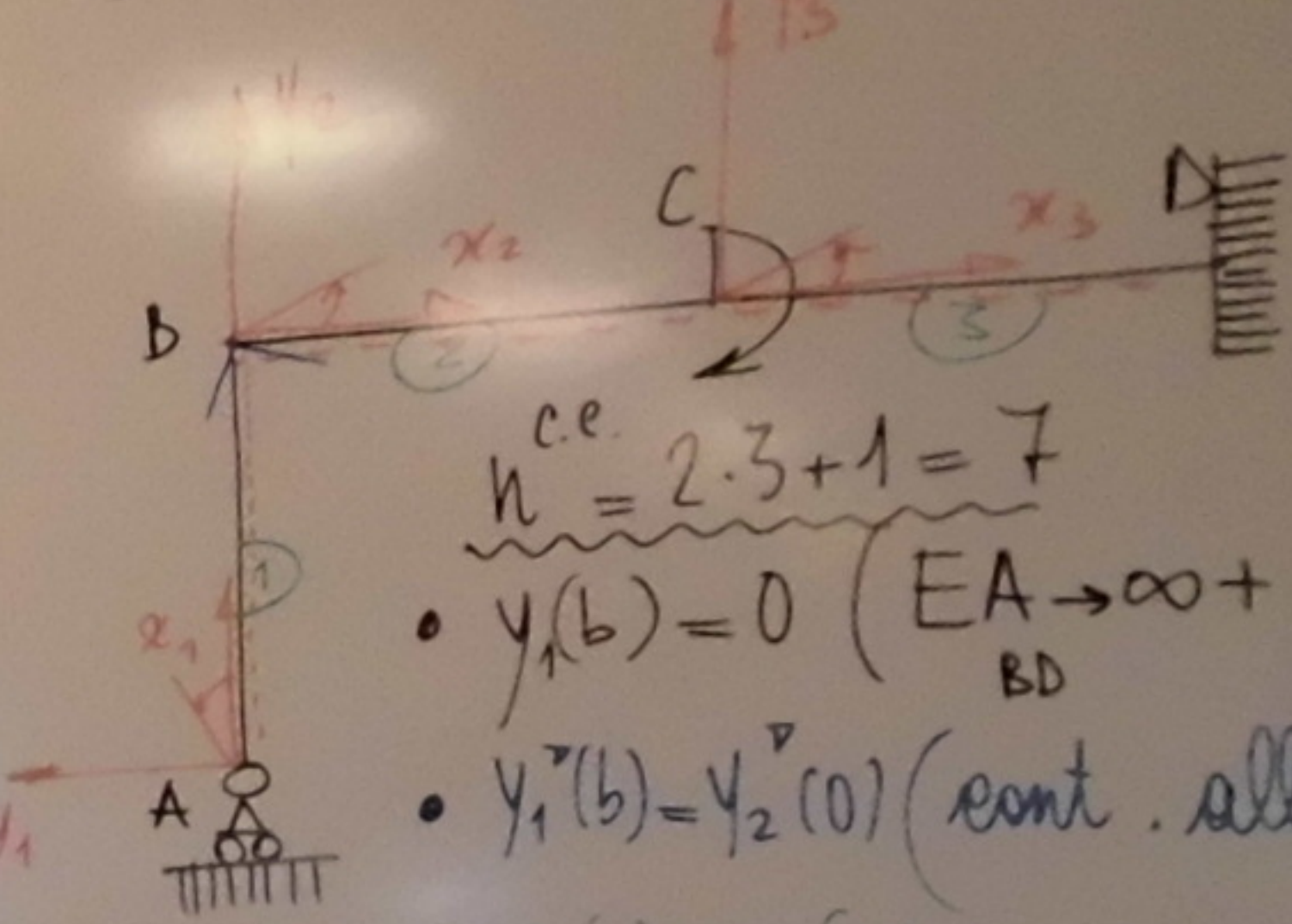
$$-\frac{ql^3}{24} + \frac{Xl^3}{6} + A_1 l + \frac{A_2}{2} = 0$$

$$-\frac{ql^3}{24} + \frac{Xl^3}{6} + A_1 l + \frac{A_2}{2} = 0$$

Quadro generale del metodo della LE

- AC
- AS ($I=1, RV=RV(X)$)
- Individuazione degli elementi di integrazione (nei rifer. locali scelti)
- $EJ \frac{d^4 v}{dx^4} = -q$
- $M_1(x_1) \neq M_2(x_2)$
- Integrazione nei vari tratti ($2n$ cost. di integr.)
- Scrittura delle e.e. ($n = n = 2n + I$)
- Imposizione delle e.e. $\rightarrow$ risoluzione di un sistema lineare $n \times n$
- Scrittura delle LE finali
- Rappresentazione qualitativa della LE (con calcolo di spost. e rotat. nodali)
- N, T, M finali

Scrittura delle e.e.



- $n^{c.e.} = 2 \cdot 3 + 1 = 7$
- $y_1(b) = 0$ ($EA_{BD} \rightarrow \infty + \text{Inc. in D}$)
- $y_1'(b) = y_2'(0)$ (cont. alla rot. in B)
- $y_2(0) = 0$ ($EA_{AB} \rightarrow \infty + \text{corr. in A}$)
- $y_2(b) = y_3(0)$ (cont. allo spost. in C)
- $y_2'(b) = y_3'(0)$ (cont. alla rotat. in C)
- $y_3(b) = 0$
- $y_3'(b) = 0$ (incastro in D)