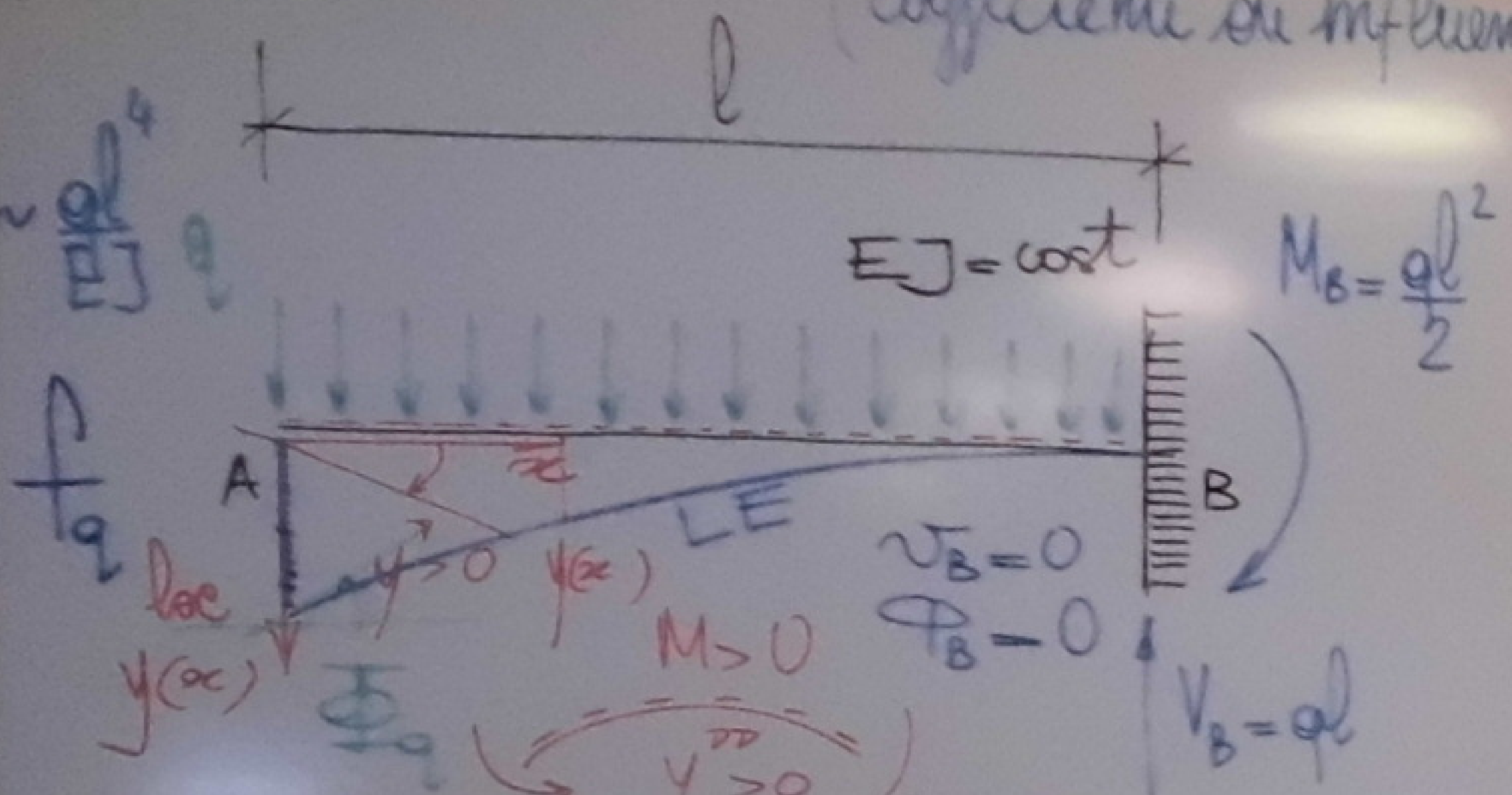
Metodo della LE - Calcolo di componenti di spostamento (coefficienti di influenza)



Eq. diff. le della LE:

- $EJ\, y''(x) = M(x) = \frac{qx^2}{2}$
- $EJ\, y'(x) = \frac{qx^3}{6} + A_1$
- $EJ\, y(x) = \frac{qx^4}{24} + A_1 x + A_2$ (4° grado)

moto rigido

A_1, A_2 costanti di integr.

Scrittura delle c.c.:

$$\begin{cases} \nu_B = 0 \Rightarrow +y(\ell) = 0 \\ \varphi_B = 0 \Rightarrow +y'(\ell) = 0 \end{cases}$$

Imposiz. delle c.c.

$$\begin{cases} EJ\, y'(\ell) = \frac{q\ell^3}{6} + A_1 = 0 \Rightarrow A_1 = -\frac{q\ell^3}{6} \\ EJ\, y(\ell) = \frac{q\ell^4}{24} + A_1\ell + A_2 = 0 \end{cases}$$

$$A_2 = -\frac{q\ell^4}{24} + \frac{q\ell^3}{6}\ell = \left(-\frac{1}{24} + \frac{1}{6}\frac{4}{4}\right)q\ell^4 = \frac{1}{8}q\ell^4$$

LE finale:

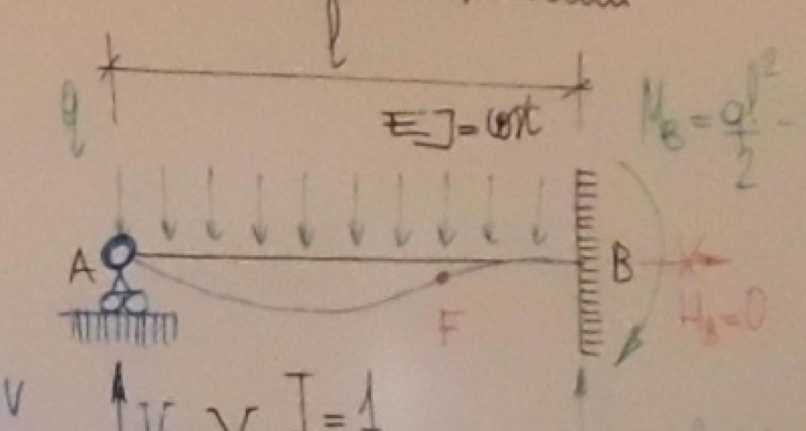
$$y(x) = \frac{1}{EJ}\left(\frac{qx^4}{24} - \frac{q\ell^3}{6}x + \frac{1}{8}q\ell^4\right)$$

gdv ipost

Coeff di influenza: significato fisico delle cost. d'int.

$$\begin{cases} f_q = y(0) = -\nu_A = \frac{A_2}{EJ} = \frac{1}{8}\frac{q\ell^4}{EJ} \\ \Phi_q = -y'(0) = \varphi_A = -\frac{A_1}{EJ} = \frac{1}{6}\frac{q\ell^3}{EJ} \end{cases}$$

Risoluzione di strutture iperstatiche



$M_B = \frac{q\ell^2}{2} - X\ell = \frac{q\ell^2}{8}$

$V_A = X$ $I = 1$

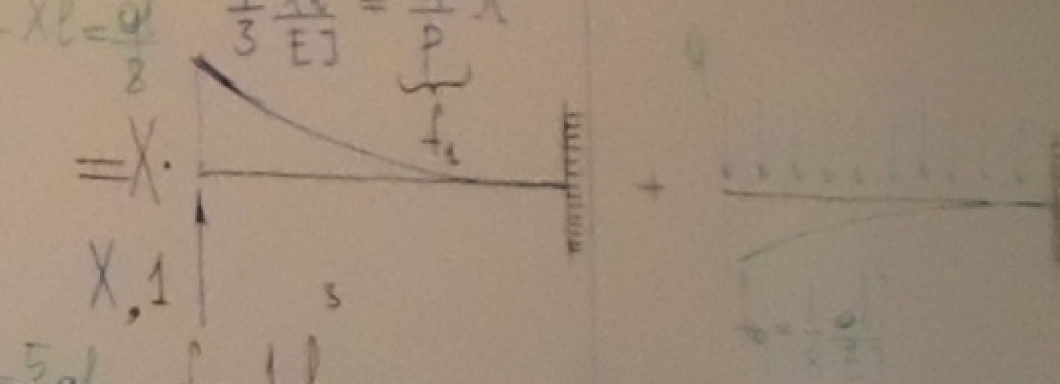
incognita iperstatica (Metodo delle Forze)

$V_B = q\ell - X = \frac{5}{8}q\ell$

$RV = RV(X, q)$

Sovrapposizione di effetti

$\frac{1}{3}\frac{X\ell^3}{EJ} = \frac{f_P}{P}X$

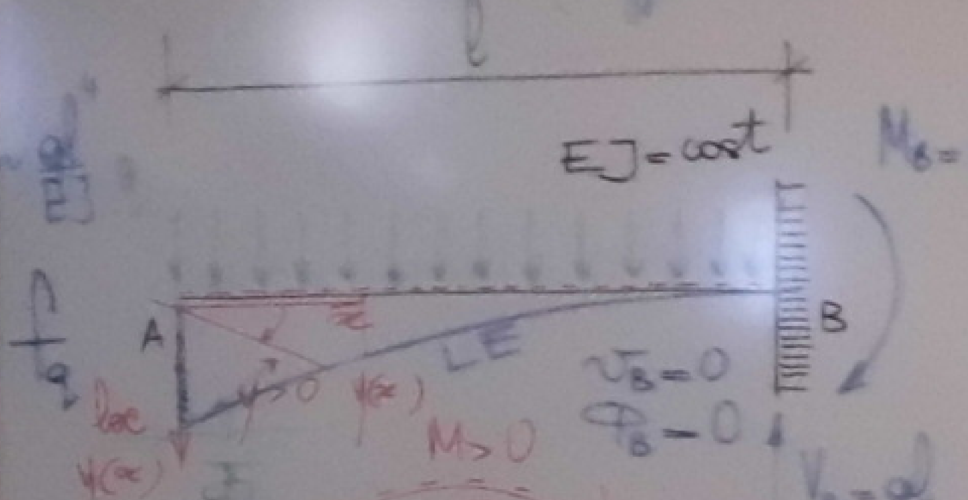


$f_1 = \frac{1}{3}\frac{\ell^3}{EJ}$

$\boxed{\nu_A = 0}$ eq.ne di congruenza $\Rightarrow \nu_A = f_1 X - f_q = 0 \Rightarrow X = \frac{f_q}{f_1} = \dots = \frac{3}{8}\dots$

- La risoluzione di strutture iperstatiche necessita di considerare la deformabilità [illegible] rigido, al fine di scrivere ed imporre il rispetto delle condizioni di congruenza [illegible]
- Ogni metodo atto a calcolare coefficienti di influenza [illegible] rendendo possibile la scrittura esplicita delle condizioni di congruenza

Metodo della LE - Calcolo di componenti di spostamento (coefficienti di influenza)



Eq. diff.le della LE:
- $EJ\,y''(x) = M(x) = \frac{qx^2}{2}$
- $EJ\,y'(x) = \frac{qx^3}{6} + A_1$
- $EJ\,y(x) = \frac{qx^4}{24} + A_1 x + A_2$

moto rigido

A_1, A_2 costanti di integr.

Scrittura delle c.c.:

$$\begin{cases} v_B = 0 \Rightarrow +y(l) = 0 \\ \varphi_B = 0 \Rightarrow +y'(l) = 0 \end{cases}$$

Imposiz. delle c.c.

$$\begin{cases} EJ\,y'(l) = \frac{ql^3}{6} + A_1 = 0 \Rightarrow A_1 = -\frac{ql^3}{6} \\ EJ\,y(l) = \frac{ql^4}{24} + A_1 l + A_2 = 0 \end{cases}$$

$$A_2 = -\frac{ql^4}{24} + \frac{ql^3}{6}l = \left(-\frac{1}{24} + \frac{1}{6}\frac{4}{4}\right)ql^4 = \frac{1}{8}ql^4$$

LE finale:

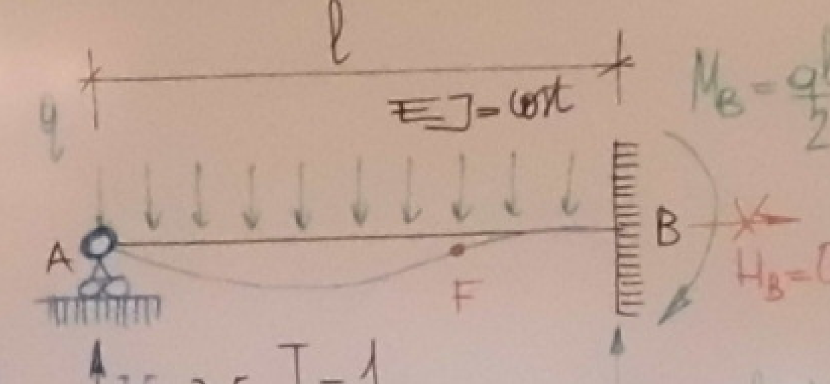
$$y(x) = \frac{1}{EJ}\left(\frac{qx^4}{24} - \frac{ql^3}{6}x + \frac{1}{8}ql^4\right)$$

gdv ipost

Coeff. di influenza: significato fisico delle cost. d'int.

$$\begin{cases} f_q = y(0) = -v_A = \frac{A_2}{EJ} = \frac{1}{8}\frac{ql^4}{EJ} \\ \Phi_q = -y'(0) = \varphi_A = -\frac{A_1}{EJ} = \frac{1}{6}\frac{ql^3}{EJ} \end{cases}$$

Risoluzione di strutture iperstatiche



$M_B = \frac{ql^2}{2} - Xl = \frac{ql^2}{8}$

$V_A = X$ $I = 1$

incognita iperstatica (Metodo delle Forze)

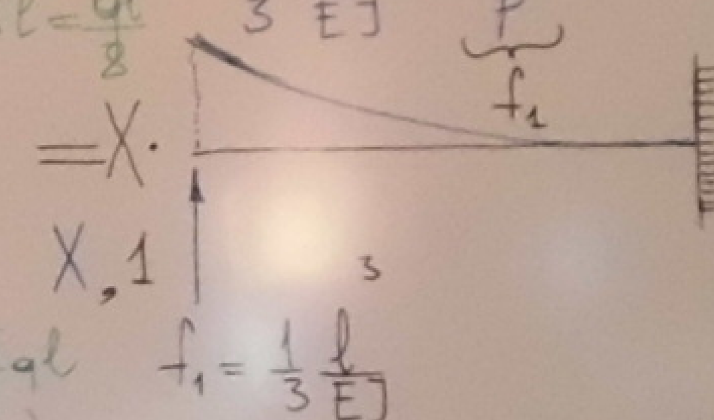
$V_B = ql - X = \frac{5}{8}ql$

$RV = RV(X, q)$

Sovrapposizione di effetti

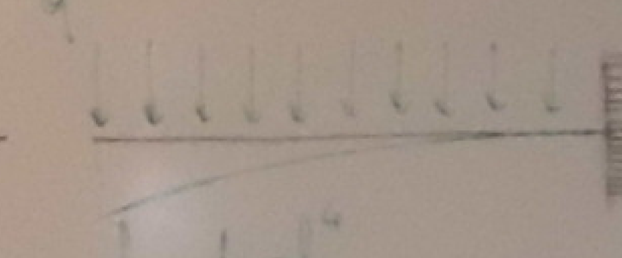
$$\frac{1}{3}\frac{Xl^3}{EJ} = \underbrace{\frac{f_P}{P}}_{f_1} X$$

$= X \cdot$



$f_1 = \frac{1}{3}\frac{l^3}{EJ}$

+

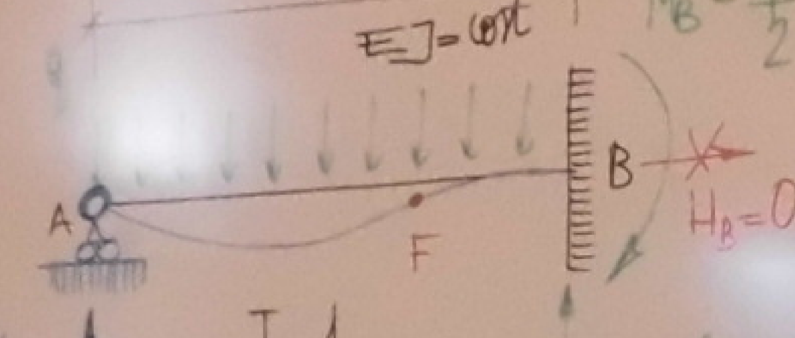


$f_q = \frac{1}{8}\frac{ql^4}{EJ}$

$\boxed{v_A = 0}$ eq.ne di congruenza $\longrightarrow v_A = f_1 X - f_q = 0 \Rightarrow X = \frac{f_q}{f_1} = \frac{f_q}{\frac{f_P}{P}} = \frac{\frac{1}{8}\frac{ql^4}{EJ}}{\frac{1}{3}\frac{l^3}{EJ}} = \boxed{\frac{3}{8}ql = X}$

- La risoluzione di strutture iperstatiche necessita di considerare la deformabilità (elastica flessionale) dei sistemi di travi, abbandonando l'ip. di corpo rigido, al fine di scrivere ed imporre il rispetto della condizione di congruenza in corrispondenza del grado di vincolo ridondante iperstatico (sovrabbondante).
- Ogni metodo atto a calcolare coefficienti di influenza (spost. e rotaz. flessionali caratteristiche) è di fatto un metodo che consente di risolvere strutture iperstatiche, rendendo possibile la scrittura esplicita della condizione di congruenza

Ri-soluzione di strutture iperstatiche



$M_B = \frac{ql^2}{2} - Xl = \frac{ql^2}{8}$

$V_A = X$ $I = 1$

incognita iperstatica

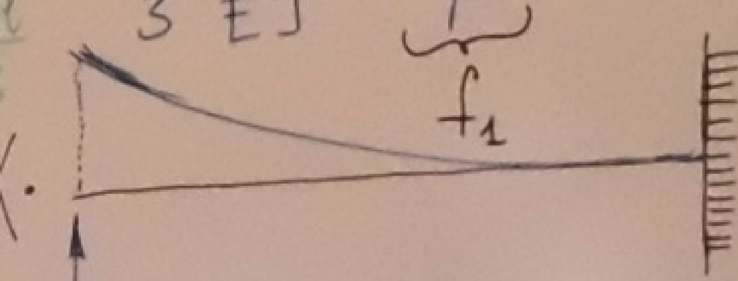
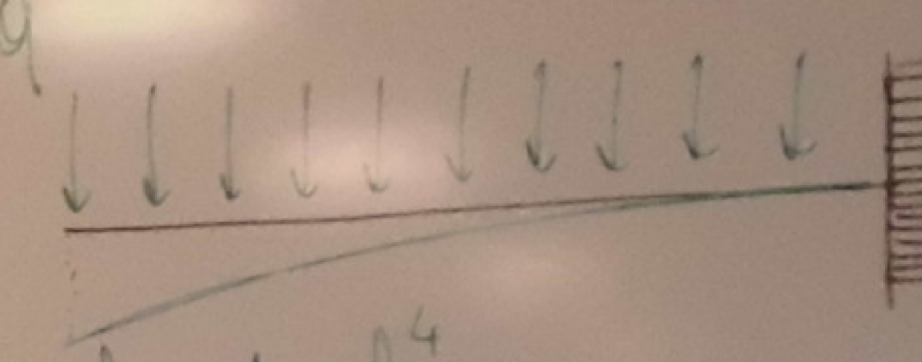
(Metodo delle Forze)

$V_B = ql - X = \frac{5}{8} ql$

$RV = RV(X, q)$

Sovrapposizione di effetti

$\frac{1}{3}\frac{Xl^3}{EJ} = \underbrace{\frac{f_P}{P}}_{f_1} X$

$= X \cdot$  $+$ 

$X, 1$

$f_1 = \frac{1}{3}\frac{l^3}{EJ}$

$f_q = \frac{1}{8}\frac{ql^4}{EJ}$

$\boxed{v_A = 0}$ eq.ne di congruenza $\longrightarrow v_A = f_1 \cdot X - f_q = 0 \Rightarrow X = \frac{f_q}{f_1} = \frac{f_q}{\frac{f_P}{P}} = \frac{\frac{1}{8}\frac{ql^{\cancel{4}}}{\cancel{EJ}}}{\frac{1}{3}\frac{1\,l^{\cancel{3}}}{\cancel{EJ}}} = \boxed{\frac{3}{8} ql = X}$

- La risoluzione di strutture iperstatiche necessita di considerare la deformabilità (elastica flessionale) dei sistemi di travi, abbandonando l'ip. di corpo rigido, al fine di scrivere ed imporre il rispetto della condizione di congruenza in corrispondenza del grado di vincolo ritenuto iperstatico (sovrabbondante).
- Un metodo atto a calcolare coefficienti di influenza (spost. e rotaz. flessionali caratteristici) è di fatto un metodo che consente di risolvere strutture iperstatiche, rendendo possibile la scrittura esplicita della condizione di congruenza

Soluzione (diretta) tramite LE
EJ = cost
A
B
F
l
EJ y''(x) = M(x) = -qx²/2 + Xx
EJ y'(x) = -qx³/6 + X x²/2 + A₁
EJ y(x) = -qx⁴/24 + X x³/6 + A₁x + A₂
3/8 ql
2 + (I=1) incognite
Scrittura delle c.c.
incastro
v_B = 0 → y(l) = 0
φ_B = 0 → y'(l) = 0
carrello
v_A = 0 → y(0) = 0
condiz. di congr.
Imposizione delle c.c.
y(0) = 0 → A₂ = 0
y'(l) = 0 ⇒ -ql³/6 + Xl²/2 + A₁ = 0
y(l) = 0 ⇒ -ql⁴/24 + Xl³/6 + A₁l + A₂ = 0
-ql⁴/6 + ql⁴/24 + Xl³/2 (1 - 1/3) = 0
-1/8 ql⁴ + X 1/3 l³ = 0 ⇒ X = 3/8 ql
-EJ f_q
EJ f_1
= ql³/2 (1/3 - 3/8)
= ql³/2 · (8-9)/24
= -1/48 ql³ = A₁
LE finale: y(x) = 1/EJ (-qx⁴/24 + 1/16 qlx³ - 1/48 ql³x)
- T(x), M(x)
Quadro generale del metodo della LE
- AC
- AS (I=1, RV-RV(X))
- Integrazione
- Scrittura delle c.c.
- Scrittura della LE finale
Scrittura delle c.c.

Soluzione diretta tramite LE
EJ = cost
Imposizione delle c.c.
LE finale
— T(x), M(x)
Quadro generale del metodo delle LE
— AC
— AS (I=1, RV–RV(X))
— Individuazione dei campi di integraz.
— Integrazione nei vari tratti (2n cost. di integr.)
— Scrittura delle c.c.
— Scrittura delle LE finali
— Rappresentazione qualitativa della LE
— N, T, M finali
Scrittura delle c.c.

Imposizione delle c.c.

$y'''(l)=0 \Rightarrow -\frac{ql^3}{6}+\frac{Xl^2}{2}+A_1=0$

$y(l)=0 \Rightarrow -\frac{ql^4}{24}+\frac{Xl^3}{6}+A_1 l+\cancel{A_2}=0$

$= \frac{ql^3}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{8}\right)$

$= \frac{ql^3}{2}\,\frac{8-9}{24}$

$\boxed{= -\frac{1}{48}ql^3 = A_1}$

$+\frac{Xl^3}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)=0$

$\underbrace{}_{-EJ f_q} \quad \underbrace{}_{EJ f_2}$

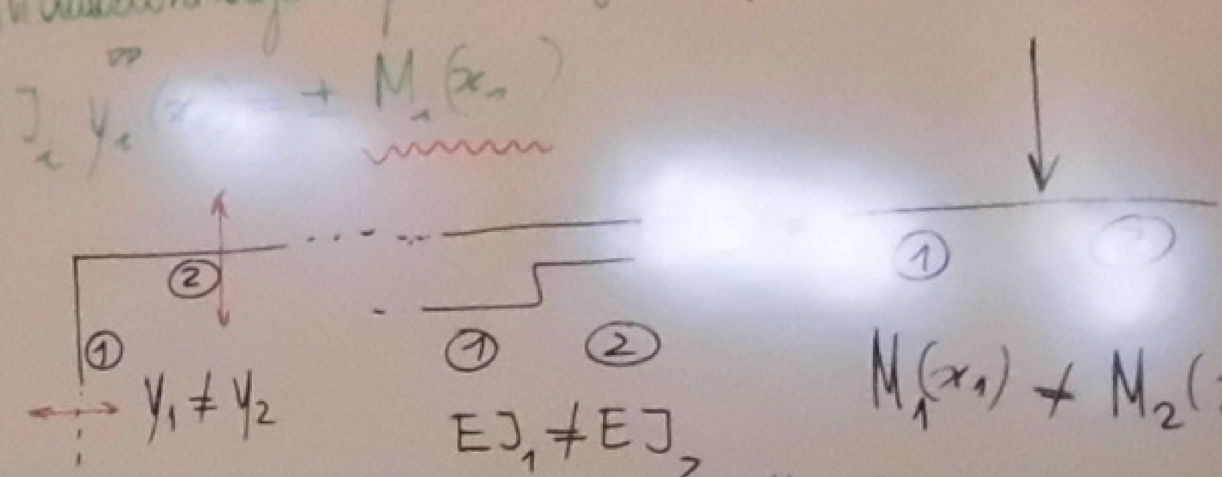
LE finale $\quad y(x)=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{qx^4}{24}+\frac{1}{16}ql x^3-\frac{1}{48}ql^3 x\right)$

- T(x), M(x)

Quadro generale del metodo delle LE

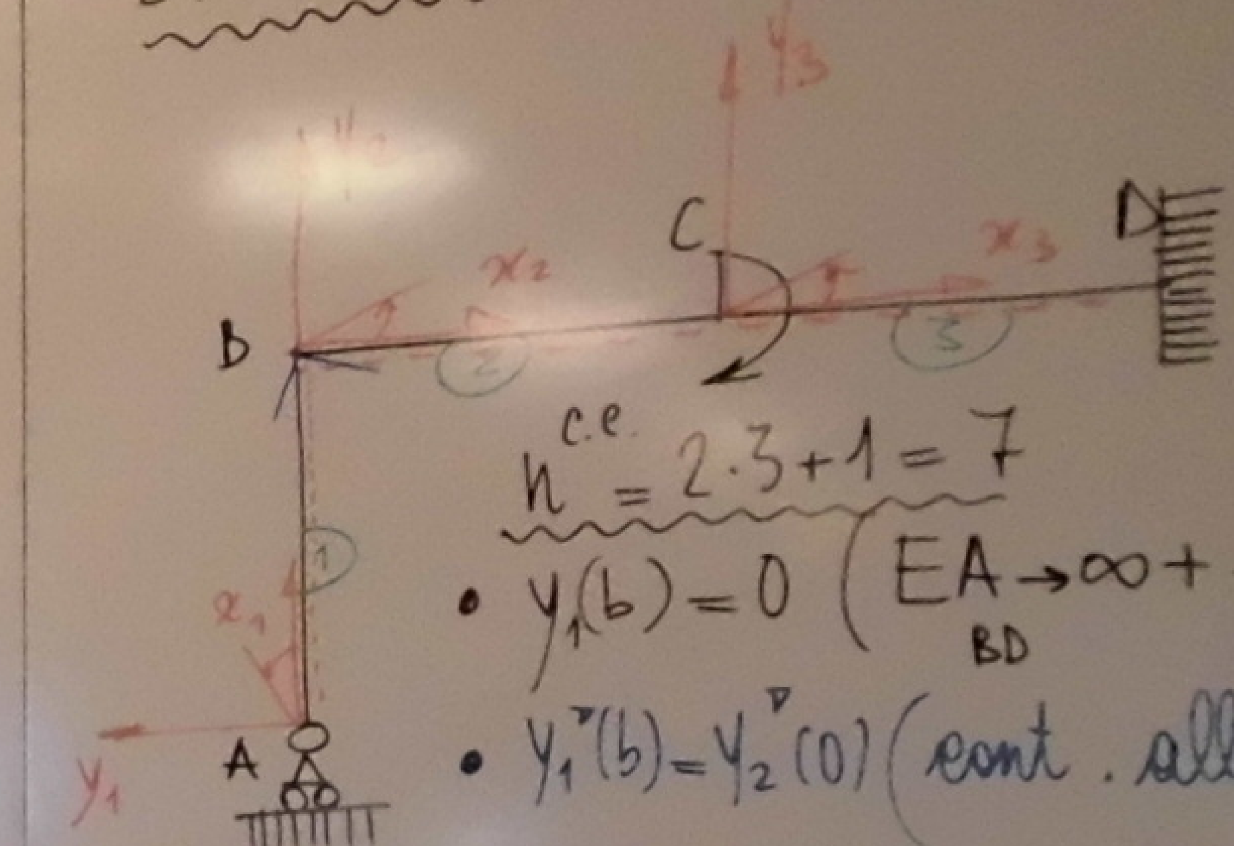
- AC
- AS ($I=1$, $RV=RV(X)$)
- Individuazione degli campi di integraz. (nei rifer. locali scelti)

$EJ_1 y_1'''' = M_1(x_1)$



- Integrazione nei vari tratti (2n cost. di integr.)
- Scrittura delle c.c. ($n^{c.c.} = n^{inc.} = 2n + I$)
- Imposizione delle c.c. ⇒ soluz. di un sistema lineare $n^{c.c.} \times n^{c.c.}$
- Scrittura delle LE finali
- Rappresentazione qualitativa della LE (con calcolo di spost. e rotaz. notevoli)
- N, T, M finali

Scrittura delle c.c.



$n^{c.c.} = 2\cdot 3 + 1 = 7$

- $y_1(b)=0$ ($EA_{BD}\to\infty$ + Inc. in D, $u_D=0$)
- $y_1'(b)=y_2'(0)$ (cont. alla rot. in B)
- $y_2(0)=0$ ($EA_{AB}\to\infty$ + carr. in A, $v_A=0$)
- $y_2(b)=y_3(0)$ (cont. allo spost. in C)
- $y_2'(b)=y_3'(0)$ (cont. alla rotaz. in C)
- $y_3(b)=0$
- $y_3'(b)=0$

} (incastro in D)