Principio dei Lavori Virtuali (PLV)
Definizioni:
azioni
Sistema esterne
A
Staticamente ammissibile: famiglia di quantità statiche equilibrate
azioni interne
spost. e rotazioni
Sistema
B
deformazioni interne del corpo di travi
Cinematicamente ammissibile: famiglia di quantità cinematiche congruente
Enunciato del PLV
Assunto, se pur dimostrabile (TLV).
I due sistemi (ammissibili) possono essere virtuali, cioè non necessar. ≡ al sist. reale
Usi tipici del PLV: determinaz. di comp. di spost., risoluzione di strutture iperstatiche
EJ
Sistema reale
Sistema virtuale
Scrittura del PLV


Principio dei Lavori Virtuali (PLV)
Enunciato del PLV
Determinazione di comp.ti di spostamento
Assunto, seppur dimostrabile (TLV).
Sistema reale
Sistema virtuale
(struttura fittizia)
Scrittura del PLV
2ª struttura fittizia
Lisiel

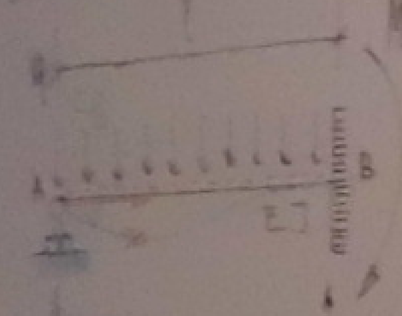

Principio dei Lavori Virtuali (PLV)
Enunciato del PLV (CN di equil. e congr.)
Assunto, o pure dimostrabile (TLV).
Determinazione di comp.ti di spostamento (in strutture isostatiche o iperstatiche)
EJ
forza unitaria in corrisp. della comp.te di spost.
Sistema reale
Sistema virtuale
(struttura fittizia)
2a struttura fittizia
Scrittura del PLV
PLV
generalizzazione
y(s)
come ottenuto con LE


Principio dei Lavori Virtuali (PLV)
Risoluzione di strutture iperstatiche
Struttura principale isostatica (X=0)
Struttura fittizia (X=1)
Scrittura del PLV:
M_B = ql²/2 − Xl = ql²/8
RV = RV(q, X) =
= RV₀ + X RV'
V_A = X
V_B = ql − X = 5/8 ql
Metodo delle Forze
v_A = 0
Sistema B
condizione di congruenza
Sistema reale
M = M₀ + X M'
infatti = qx²/2 − X·x
M₀ = qx²/2
RV₀ + SE.
Sistema A
(sistema virtuale)
M'(x) = −1x = −x
Risolvendo
X = —
Calcolo di φ_A (a valle)

Principio dei Lavori Virtuali (PLV)
• Risoluzione di strutture iperstatiche
RV=RV(q, X)
M = M0 + X M
Struttura principale isostatica (X=0)
RV0 + S.E.
M0 = qx^2/2
Struttura fittizia (X=1)
Sistema A
(sistema virtuale)
M(x) = −1x = −x
Scrittura del PLV:
Risolvendo
Calcolo di φA (a valle)
= 1/48 ql^3/EJ

Principio dei Lavori Virtuali (PLV)

- Risoluzione di strutture iperstatiche



$M_B = \frac{ql^2}{2} - Xl = \frac{ql^2}{8}$

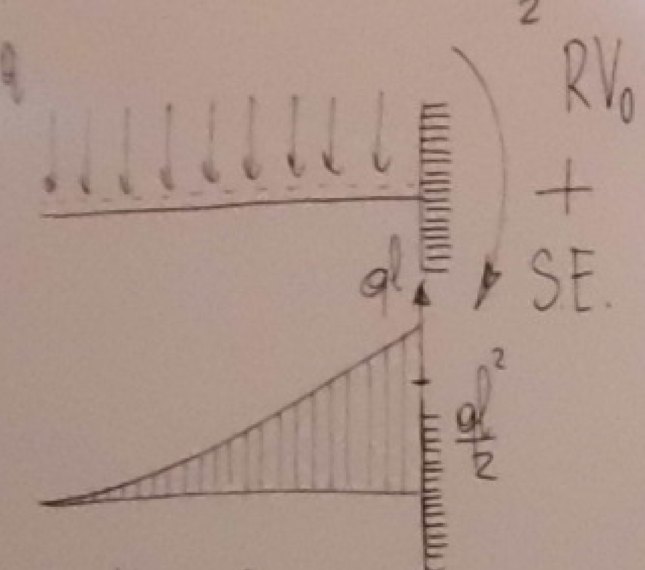
$RV = RV(q, X) = RV_0 + X\,\overset{\triangledown}{RV}$

$M = M_0 + X\,\overset{\triangledown}{M}$

$M(x) = \frac{qx^2}{2} - Xx$

$=$

Struttura principale isostatica (X=0)

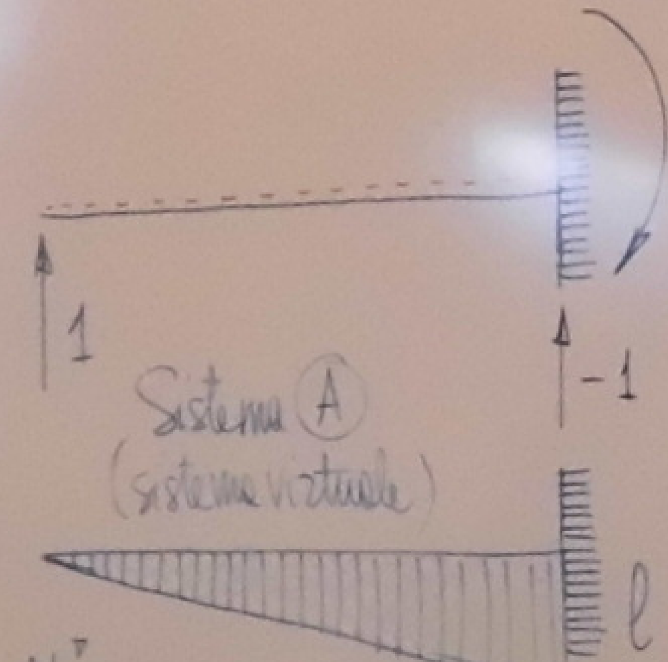


$RV_0 + SE.$

$M_0 = \frac{qx^2}{2}$

$+\ X \cdot$

Struttura fittizia (X=1)



$\overset{\triangledown}{M}(x) = -1x = -x$

Scrittura del PLV:

vincoli non cedevoli

$$L_e^{AB} = 1\cdot v_A + \left(-\frac{1}{l}\, v_B - l\,\varphi_B\right) = \int_0^l \overset{\triangledown}{M}(x)\,\frac{M(x)\,dx}{EJ} = L_i^{AB}$$

$$0 = v_A = \int_0^l \overset{\triangledown}{M}(x)\,\frac{M_0(x) + X\,\overset{\triangledown}{M}(x)}{EJ}\,dx$$

$$0 = \underbrace{\int_0^l \overset{\triangledown}{M}(x)\,\frac{M_0(x)\,dx}{EJ}}_{-f_q} + X\int_0^l \frac{\overset{\triangledown}{M}{}^2(x)\,dx}{EJ}$$

Risolvendo:

$$X = -\frac{\int_0^l \overset{\triangledown}{M}(x)\cdot M_0(x)\,\frac{dx}{EJ}}{\underbrace{\int_0^l \overset{\triangledown}{M}{}^2(x)\,\frac{dx}{EJ}}_{f_1}} = \frac{f_q}{\underbrace{\frac{f_P}{P}}_{f_1}} = \frac{\frac{1}{8}\frac{ql^4}{EJ}}{\frac{1}{3}\frac{1\,l^3}{EJ}} = \boxed{\frac{3}{8}ql = X}$$

Calcolo di φ_A (a valle)

$$1\,\varphi_A = \int_0^l \underbrace{\overset{\triangledown\triangledown}{M}(x)}_{1}\left(M_0(x) + \frac{3}{8}ql\,\overset{\triangledown}{M}(x)\right)\frac{dx}{EJ} = \frac{1}{48}\frac{ql^3}{EJ}$$