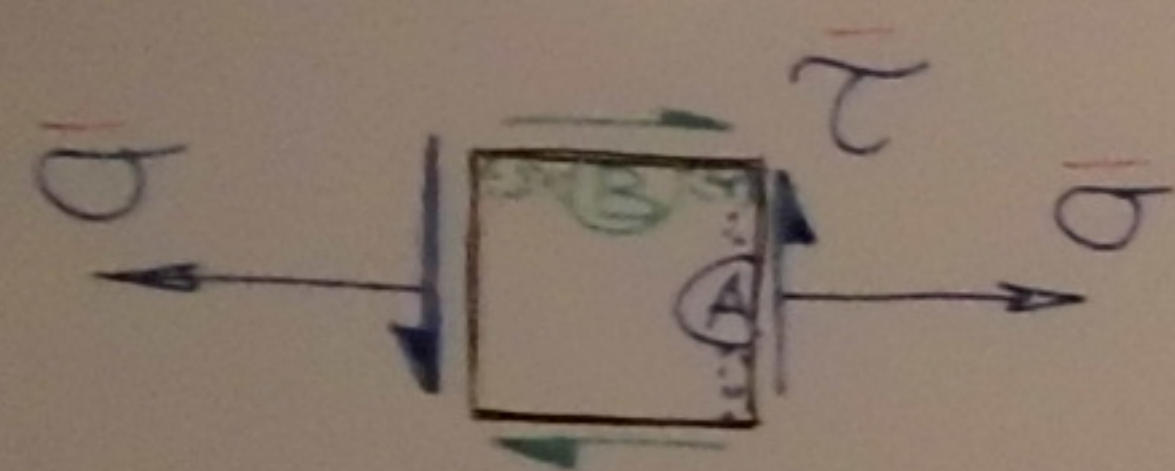


CM - Esempio

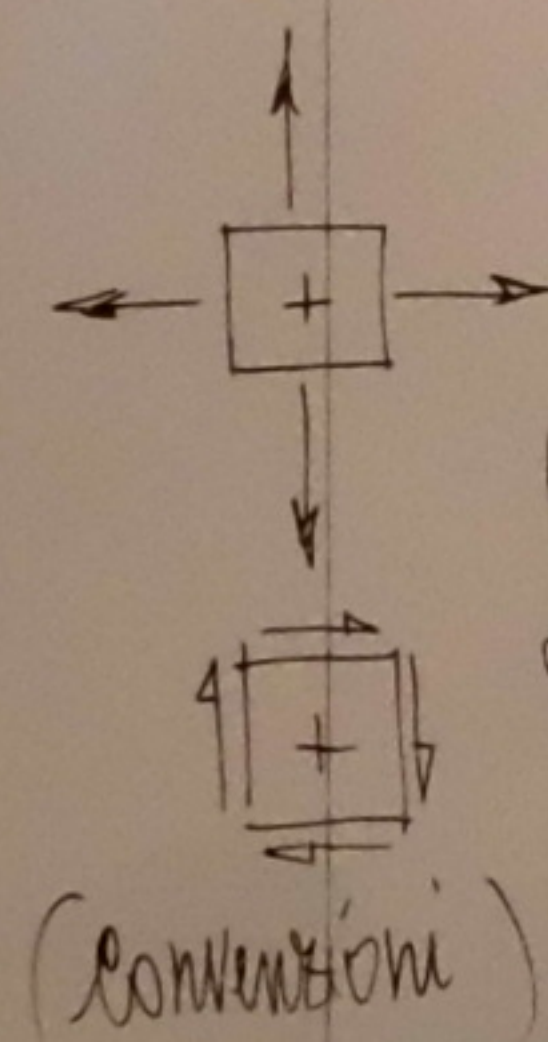
- Stato di sforzo alla de Saint Venant (DSV) $\rightarrow$ particolare stato di sforzo piano con una comp. te di sforzo normale nulla



$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma \\ \sigma_{yy} &= 0 \\ \tau_{xy} &= \tau \\ \tau_{yx} &= \tau \end{aligned}$$

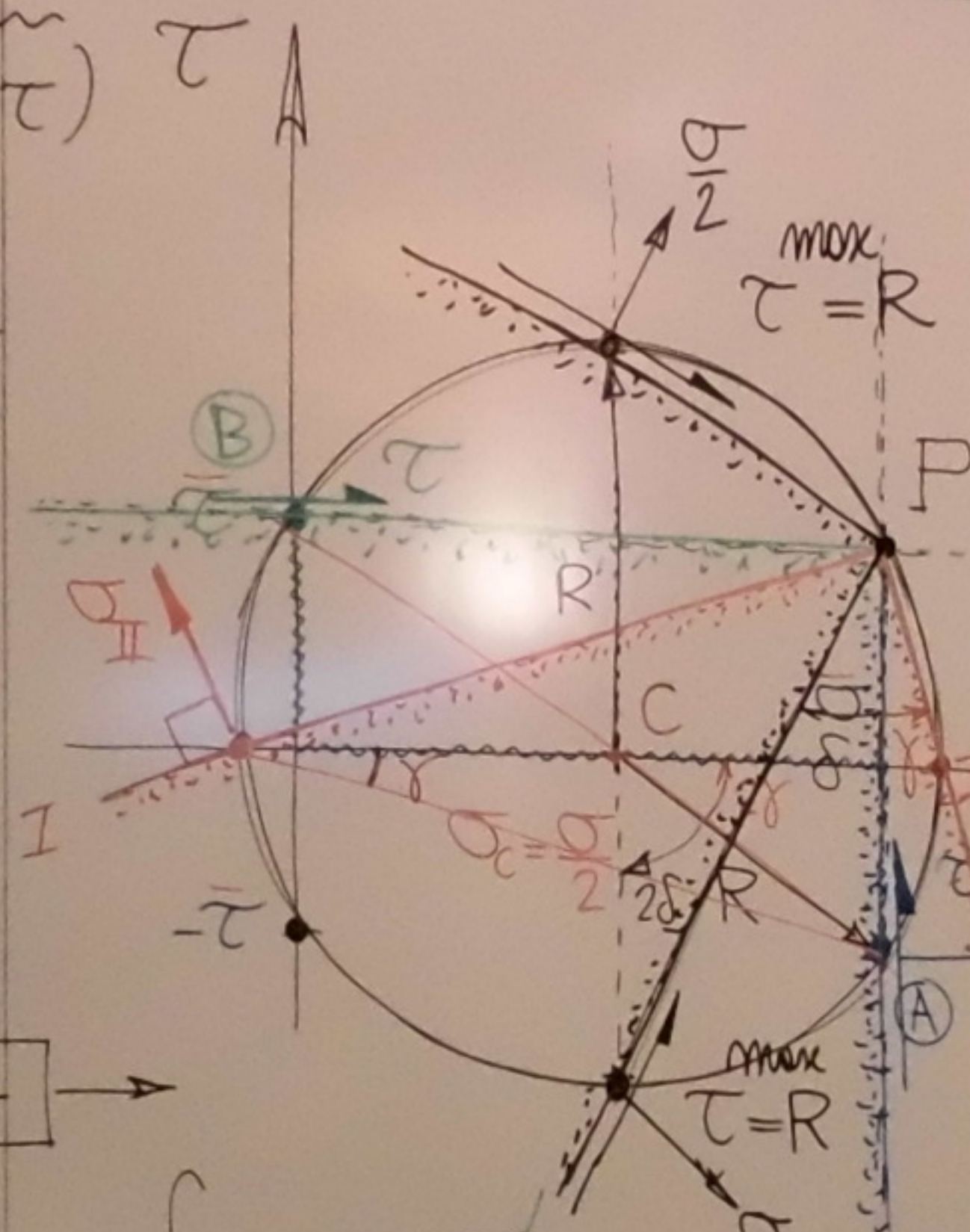
(sforzo piano)

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma \\ \sigma_{yy} &= 0 \\ \tau_{xy} &= \tau \\ \tau_{yx} &= \tau \end{aligned}$$



(convenzioni)

Piano di Mohr
(σ, τ)



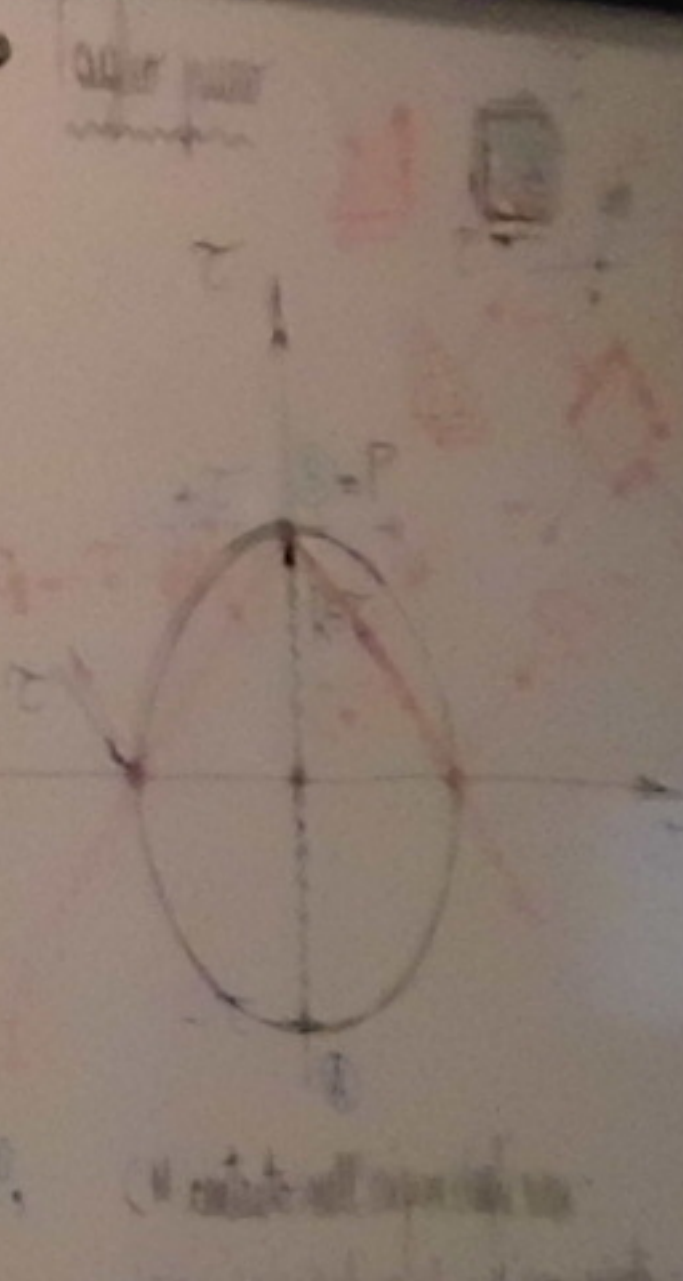
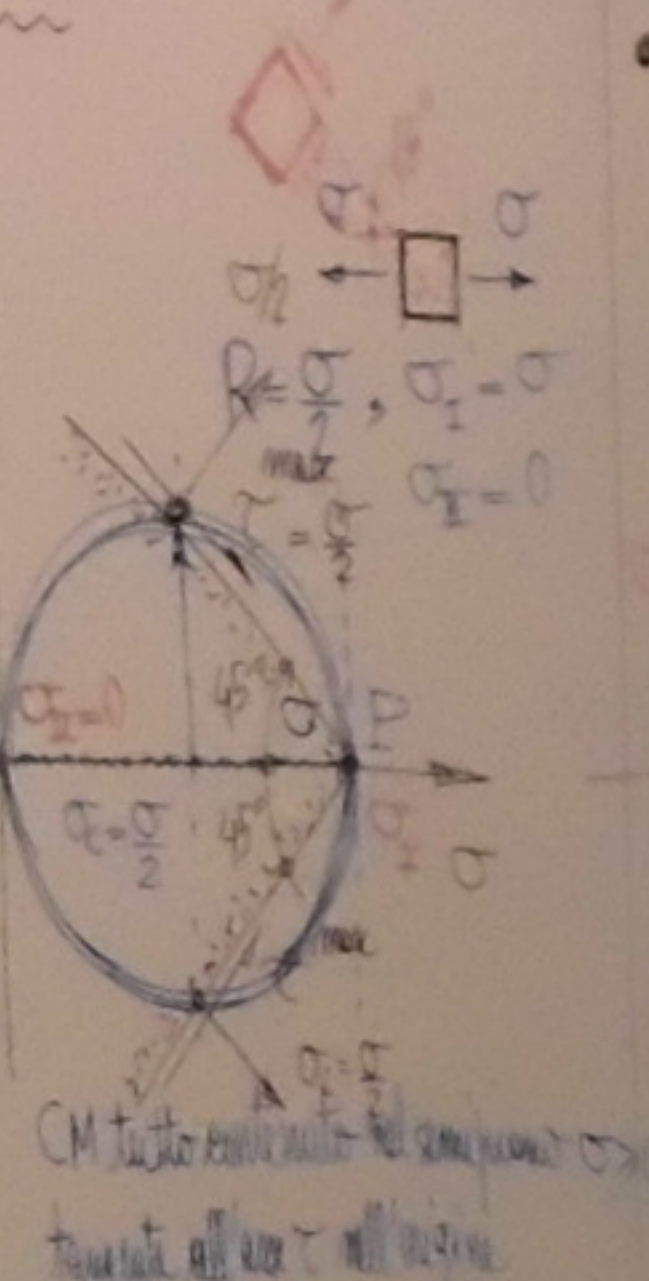
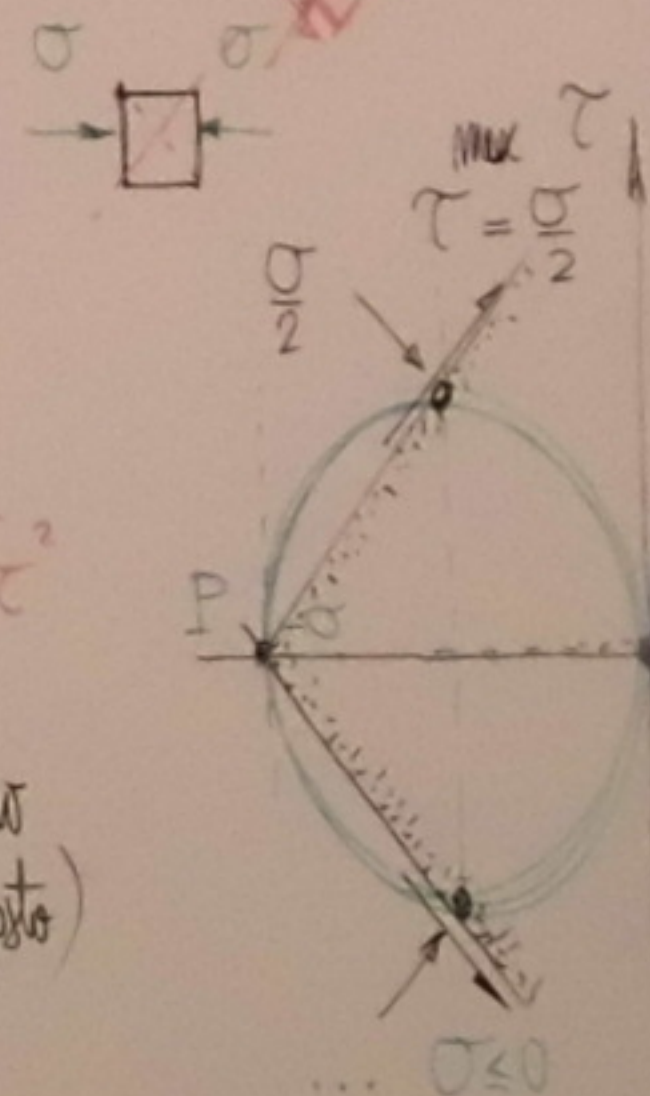
$$\begin{aligned} \tan 2\gamma &= \frac{\tau}{\sigma/2} \\ \gamma &= \frac{1}{2} \arctan \frac{2\tau}{\sigma} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{I,II} &= \sigma_c \pm R \\ &= \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \sigma_{I,II} &= \sigma_c^2 - R^2 \text{ (opposti)} \\ &= \frac{\sigma^2}{4} - \tau^2 \\ &= -\tau^2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} = \frac{\sigma}{2} \\ R &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{I,II} &= \sigma_c \pm R \\ &= \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \end{aligned}$$

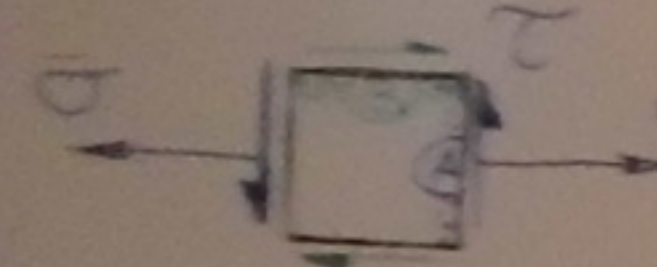
Tensione / compressione massima



Implicazioni nell'ambito della resistenza dei materiali
(es. non vincolati a trazione $\Rightarrow$ NTD CM con $\sigma > 0$)

CM - Esempio

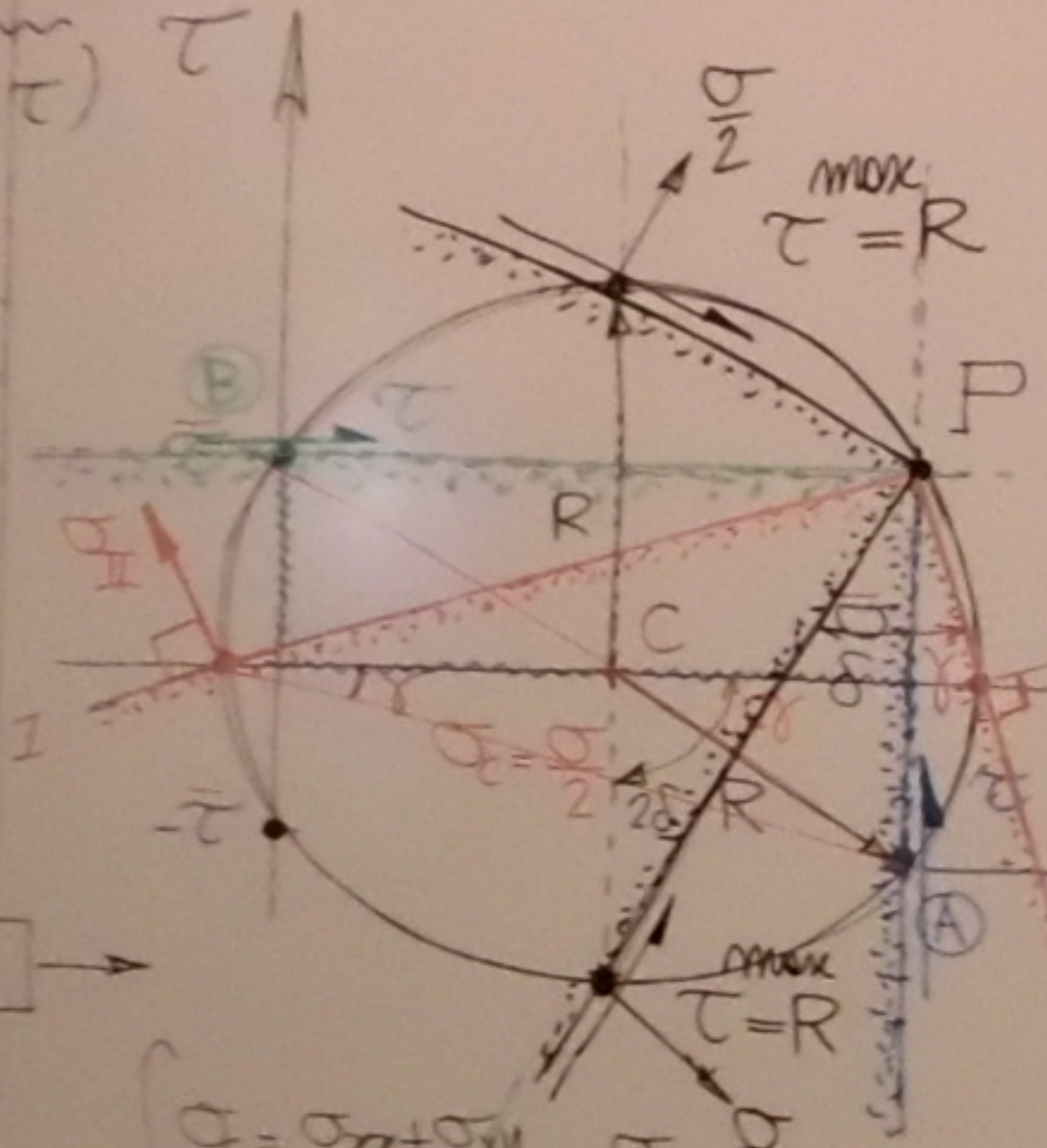
- Stato di sforzo alla de Saint Venant (DSV) è particolare stato di



spazio piano con una comp. di sforzo normale nulla

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma \\ \sigma_{yy} &= 0 \\ \tau_{xy} &= \tau \\ \tau_{yx} &= \tau \end{aligned}$$

Piano di Mohr
(σ, τ)



Davv principali

$$\tan 2\gamma = \frac{\tau}{\frac{\sigma}{2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\tau}{\sigma}$$

$$\sigma_{I,II} = \sigma_c \pm R$$

$$= \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

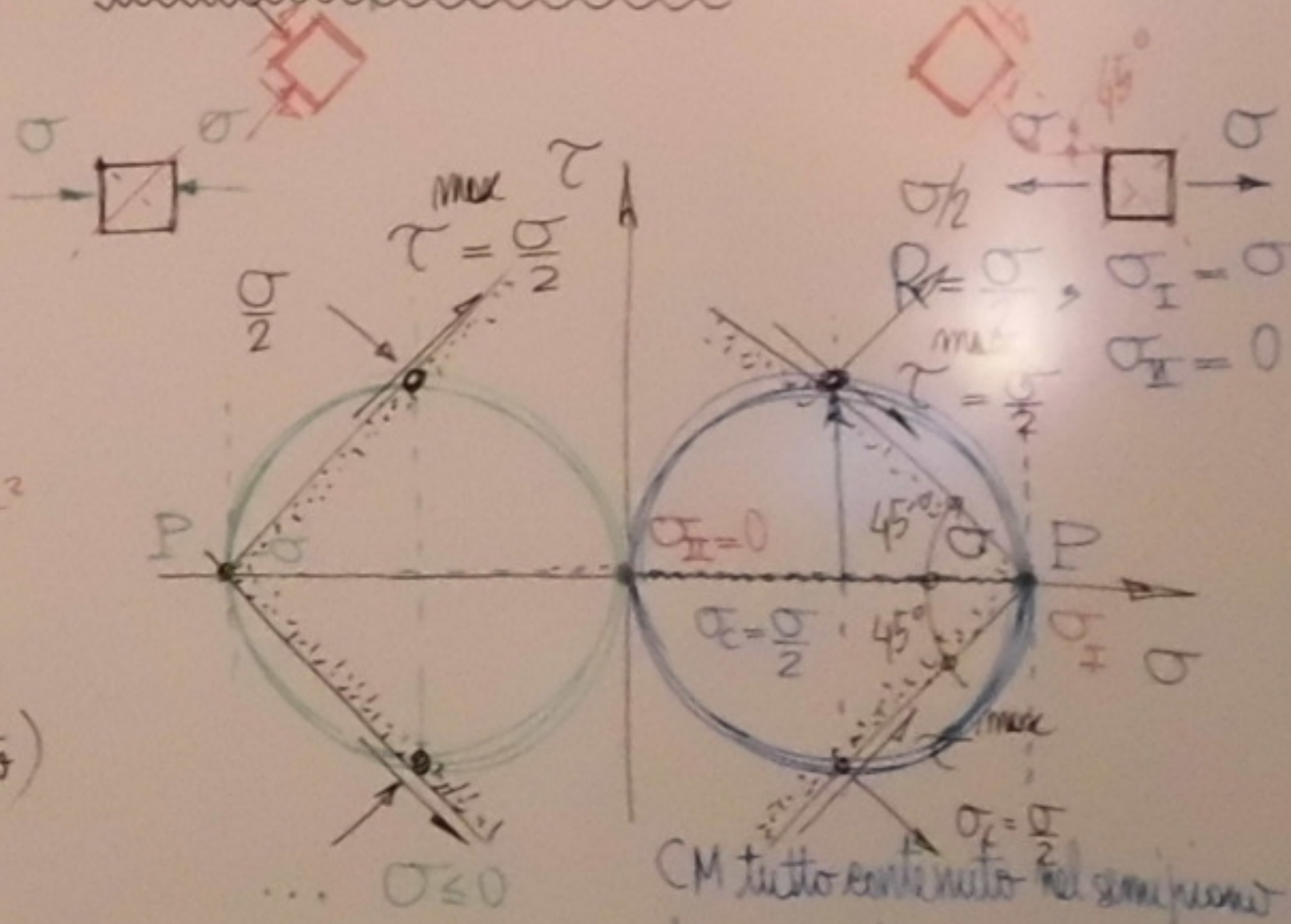
$$\sigma_{I,II} = \sigma_c^2 - R^2$$

$$= \frac{\sigma^2}{4} - \tau^2$$

$$= -\tau^2 \leq 0$$

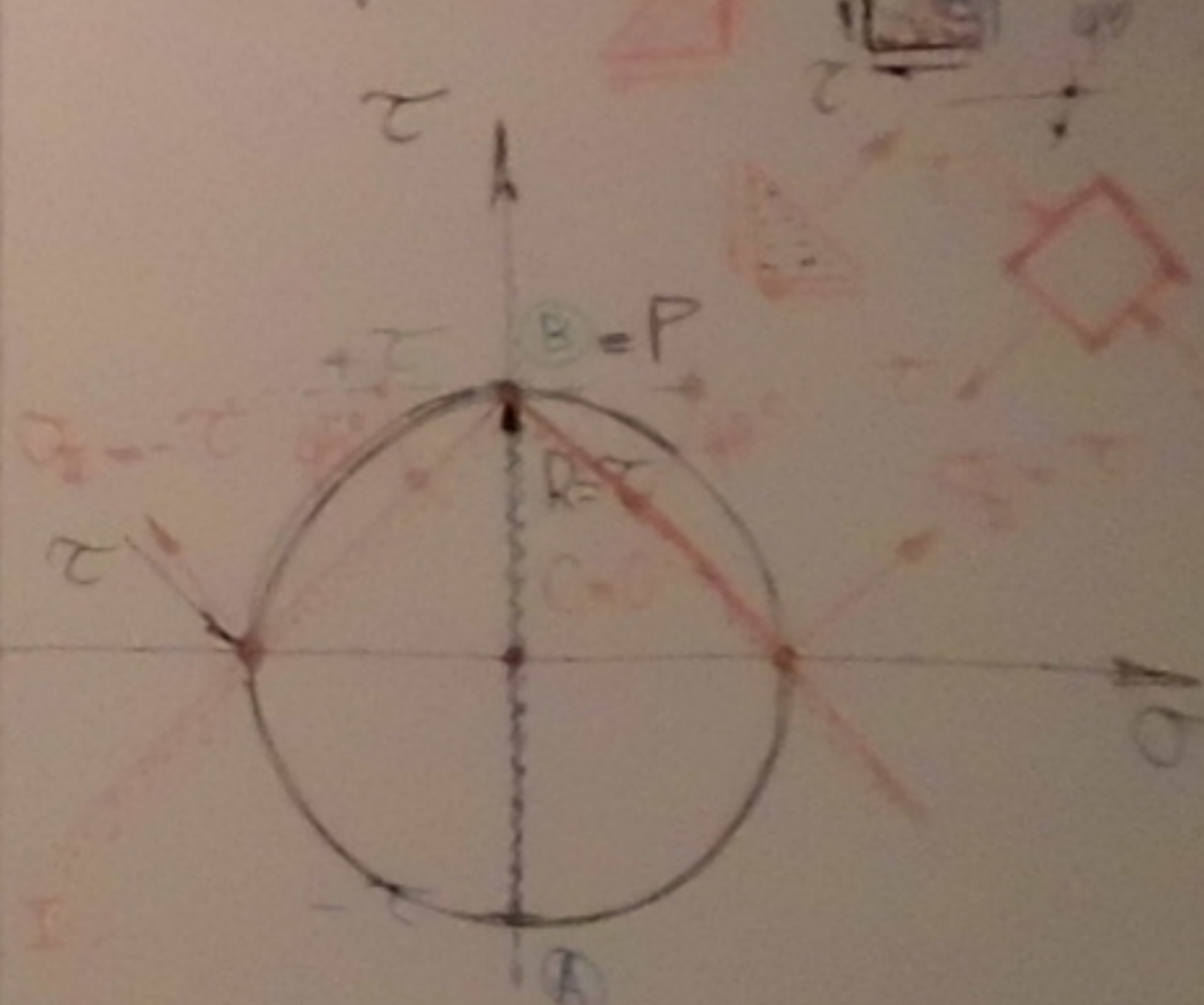
$$\delta = \frac{\pi}{4} - \gamma$$

- Trazione/Compressione monoassiale



- Implicazioni nell'ambito della resistenza dei materiali
(es. non esistente a trazione $\rightarrow$ NO CM con $\sigma > 0$)

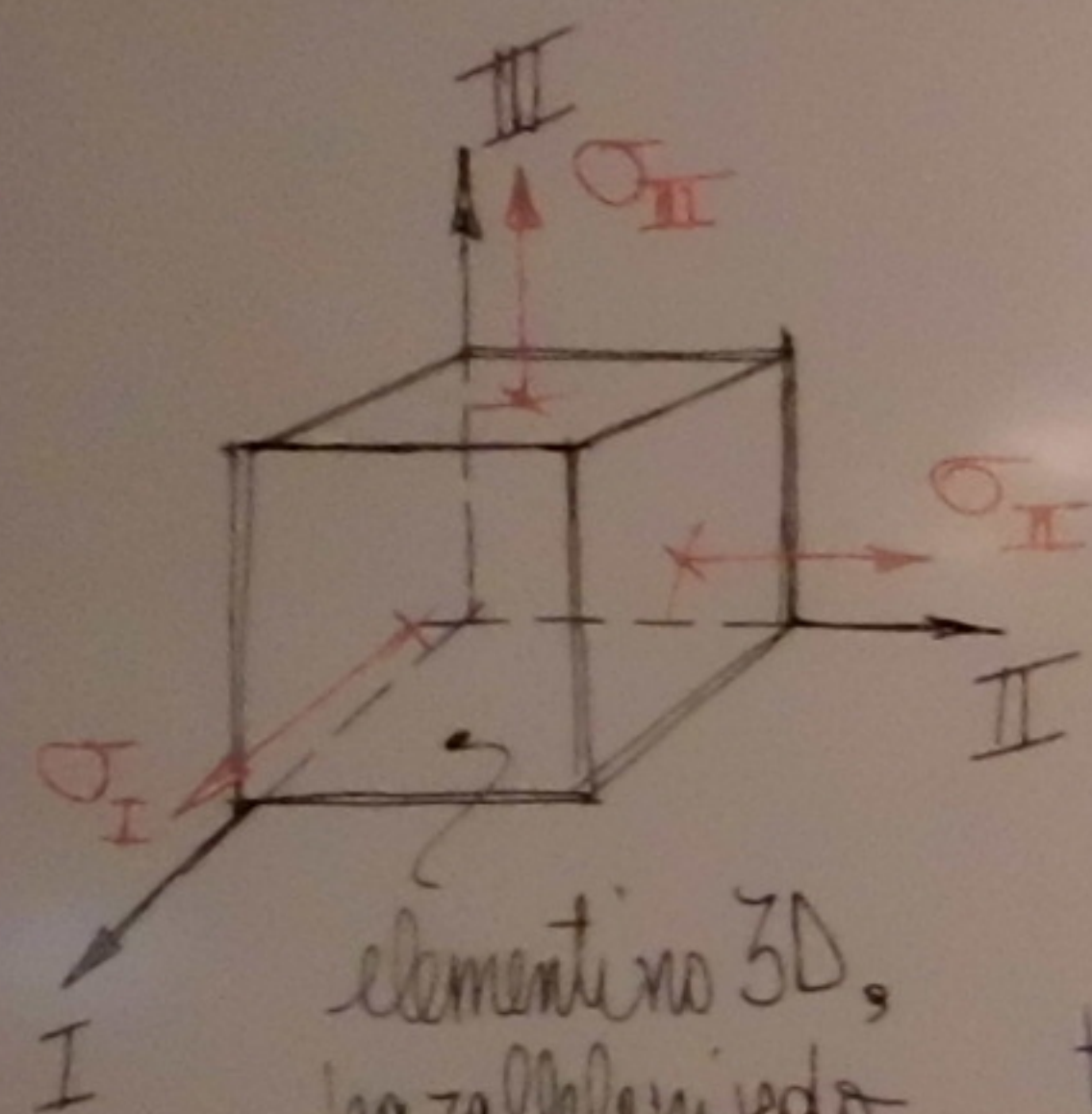
- Taglio puro



CM centrato nell'origine degli assi:
tensioni principali uguali e di segno opposto:

$$\sigma_I = -\sigma_{II}$$

Cerchi e Arbelo di Mohr



elemento 3D, parallelepipedo tagliato secondo le tre direzioni principali

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_I & & \\ & \sigma_{II} & \\ & & \sigma_{III} \end{bmatrix}$$

spazio 3D

$$\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$$

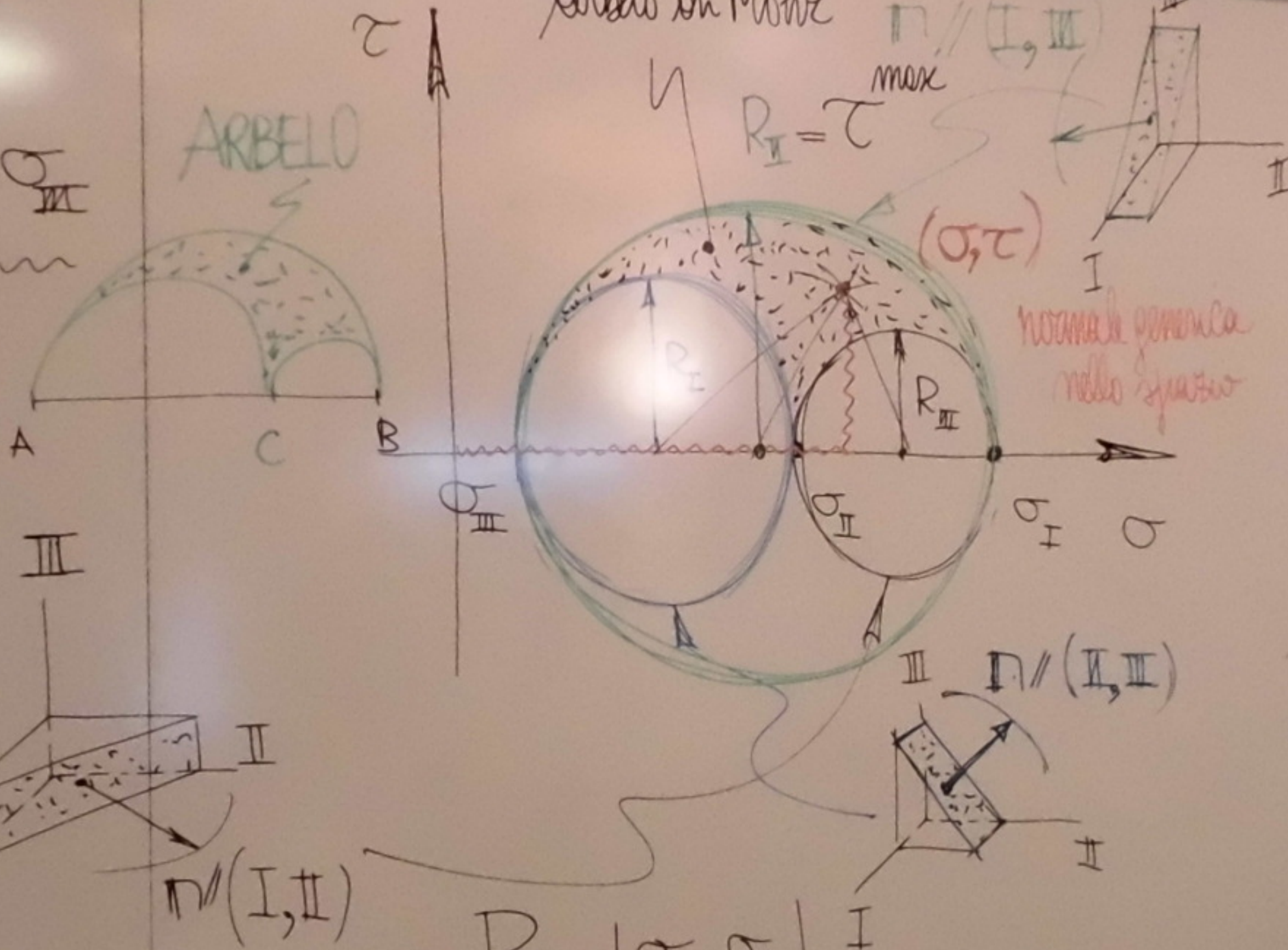
$$t_n = \sigma_n + \tau_n$$

$$t_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2$$

$$\tau^2 = t_n^2 - \sigma_n^2$$

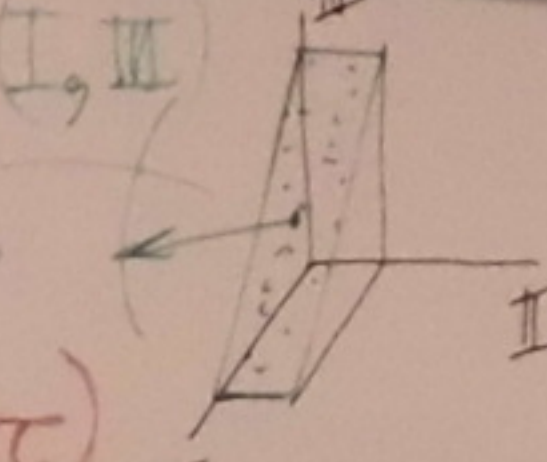
τ definita in modulo in 3D ($\tau \geq 0$)

ARBELO



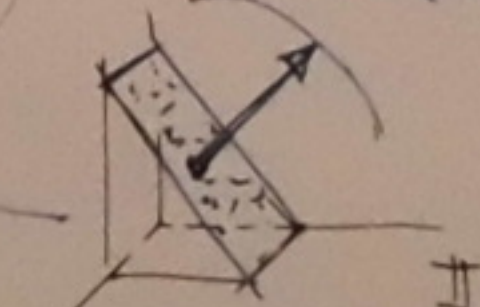
arbelo di Mohr

$\Gamma \parallel (I, III)$



normale perpendicolare nello spazio

$\Gamma \parallel (I, II)$



$$R_I = \frac{|\sigma_I - \sigma_{III}|}{2}$$

Punti estremi del materiale

$$\tau = \max R_I$$

(raggio del CM più grande)

$$\sigma = \sigma_I, \sigma = \sigma_{III}$$

(su CM più grande)

il CM più grande rappresenta l'entità dello stato di sforzo ai fini della resistenza del materiale

Per stato di sforzo piano ($\sigma_{III} = 0$)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}$$

τ_{max} nel piano

$$\sigma = \sigma_I, \sigma = \sigma_{III}$$

tensioni principali nel piano di riferimento $\sigma_I, \sigma_{III} \leq 0$

$$\sigma_I, \sigma_{III} \geq 0$$

(come per sforzo piano)

tensioni principali nel piano di riferimento $\sigma_I, \sigma_{III} \leq 0$

$$\sigma_I, \sigma_{III} \geq 0$$

tensioni principali nel piano di riferimento $\sigma_I, \sigma_{III} \leq 0$

$$\sigma_I, \sigma_{III} \geq 0$$

tensioni principali nel piano di riferimento $\sigma_I, \sigma_{III} \leq 0$

$$\sigma_I, \sigma_{III} \geq 0$$

tensioni principali nel piano di riferimento $\sigma_I, \sigma_{III} \leq 0$

$$\sigma_I, \sigma_{III} \geq 0$$

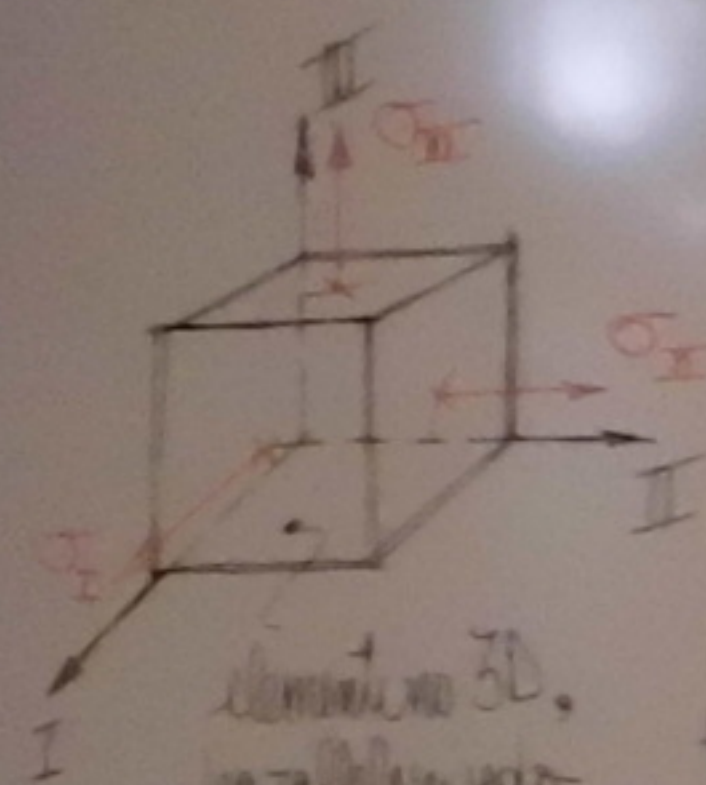
tensioni principali nel piano di riferimento $\sigma_I, \sigma_{III} \leq 0$

$$\sigma_I, \sigma_{III} \geq 0$$

Cerchi e Asilo di Mohr

spazio 3D

$$\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$$



elemento 3D, parallelismo piano stato piano secondo la terza principale

$$t_n = \sigma_n + \tau_n$$

$$t_n = \sigma_n + \tau_n^2$$

$$\tau = t_n - \sigma_n$$

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_I & & \\ & \sigma_{II} & \\ & & \sigma_{III} \end{bmatrix}$$

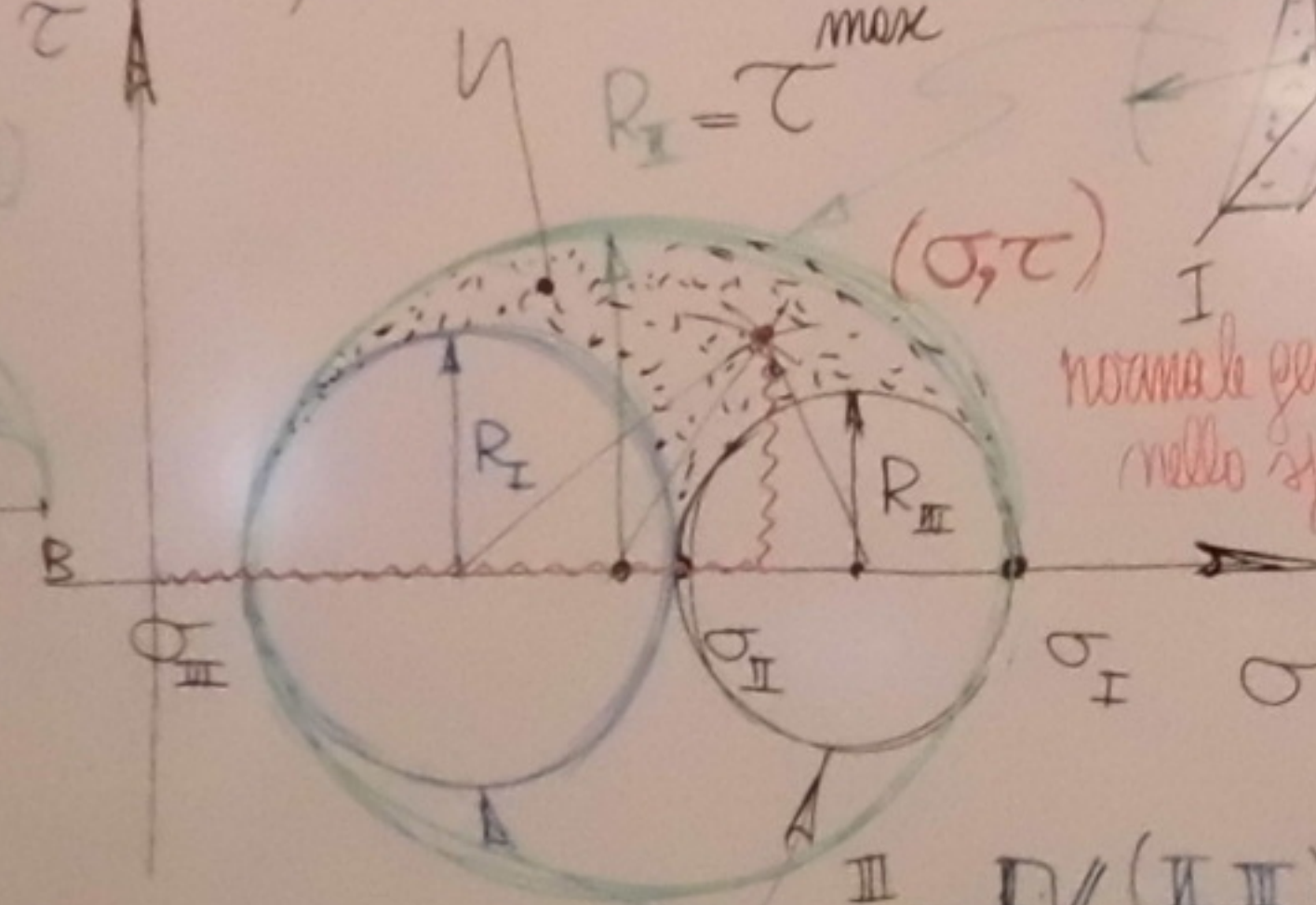
τ massima in elemento 3D (τ > 0)



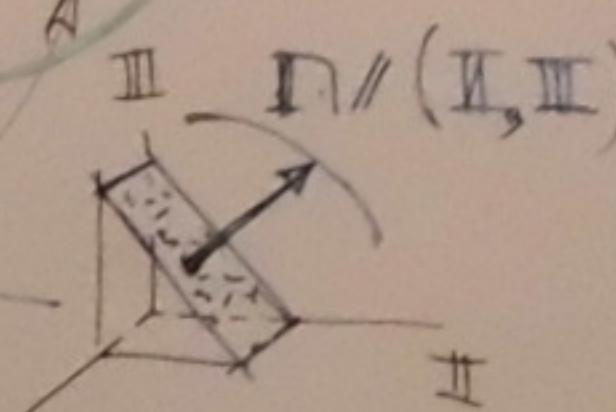
π(I, II)

$$R_I = \frac{|\sigma_I - \sigma_{II}|}{2}$$

cerchio di Mohr



normale generica nello spazio



Resistenza dei materiali

$$\tau = \max R_I$$

(raggio del CM più grande)

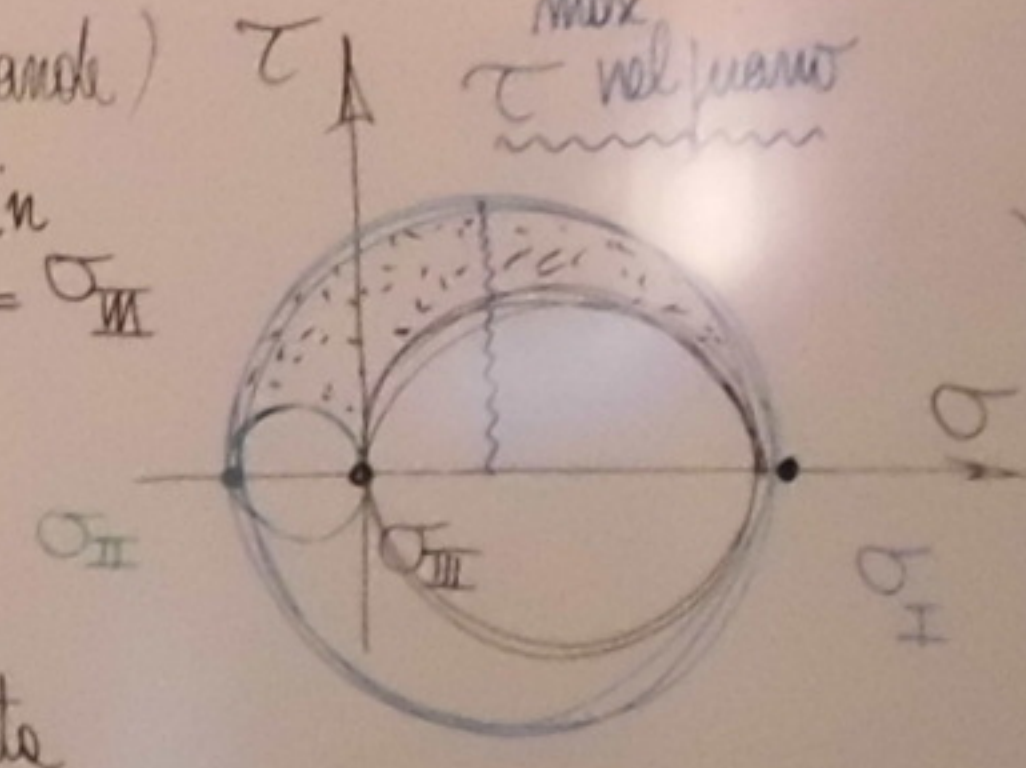
$$\sigma = \sigma_I, \sigma = \sigma_{III}$$

(su CM più grande)

il CM più grande rappresenta l'entità dello stato di sforzo ai fini della resistenza del materiale

Per stato di sforzo piano ($\sigma_{III} = 0$)

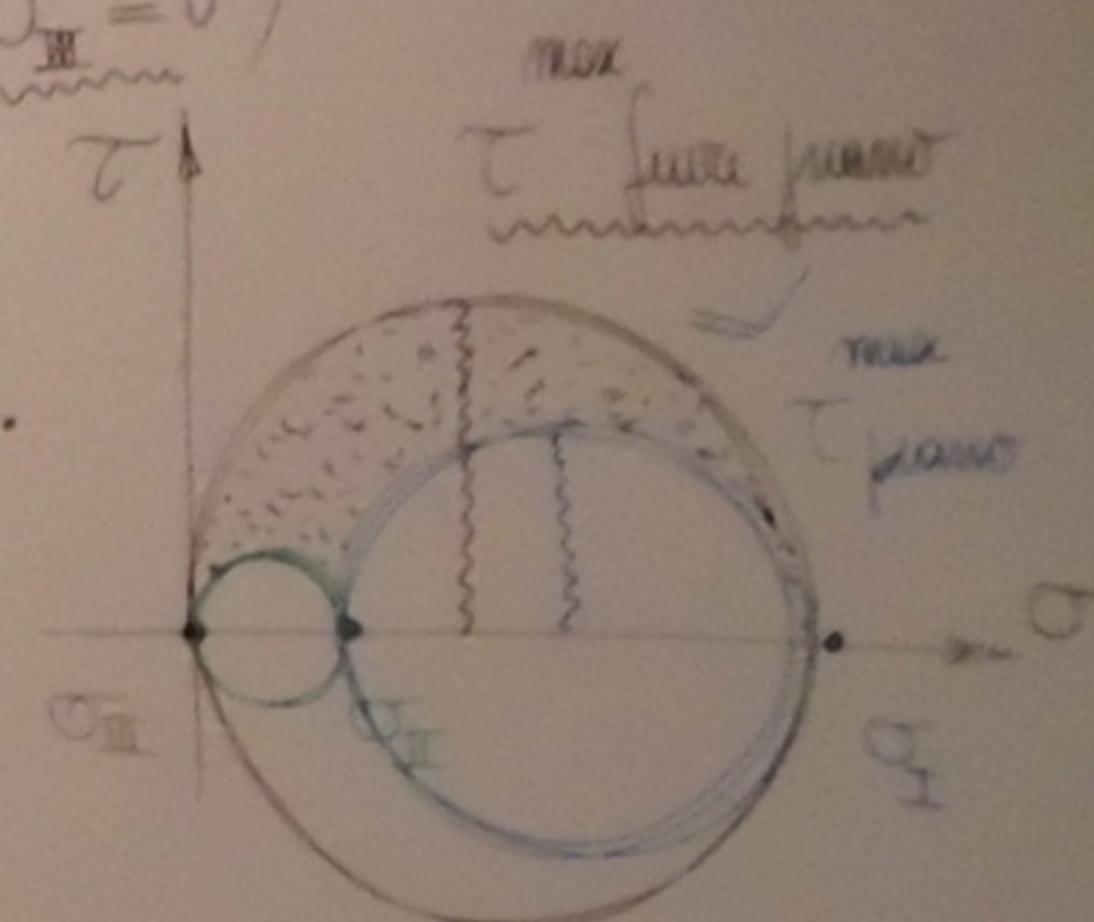
τ max nel piano



tensioni principali nel piano di segno opposto $\sigma_I \cdot \sigma_{II} \leq 0$

(come per sforzi alla DSV)

VS.



tensioni principali nel piano dello stesso segno $\sigma_I \cdot \sigma_{II} \geq 0$

Circhi e Cerchio di Mohr

spazio 3D

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$$\tau_1 = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\tau_2 = \sigma_2 - \sigma_3$$

$$\tau_3 = \sigma_1 - \sigma_2$$

$$\tau_4 = \sigma_2 - \sigma_1$$

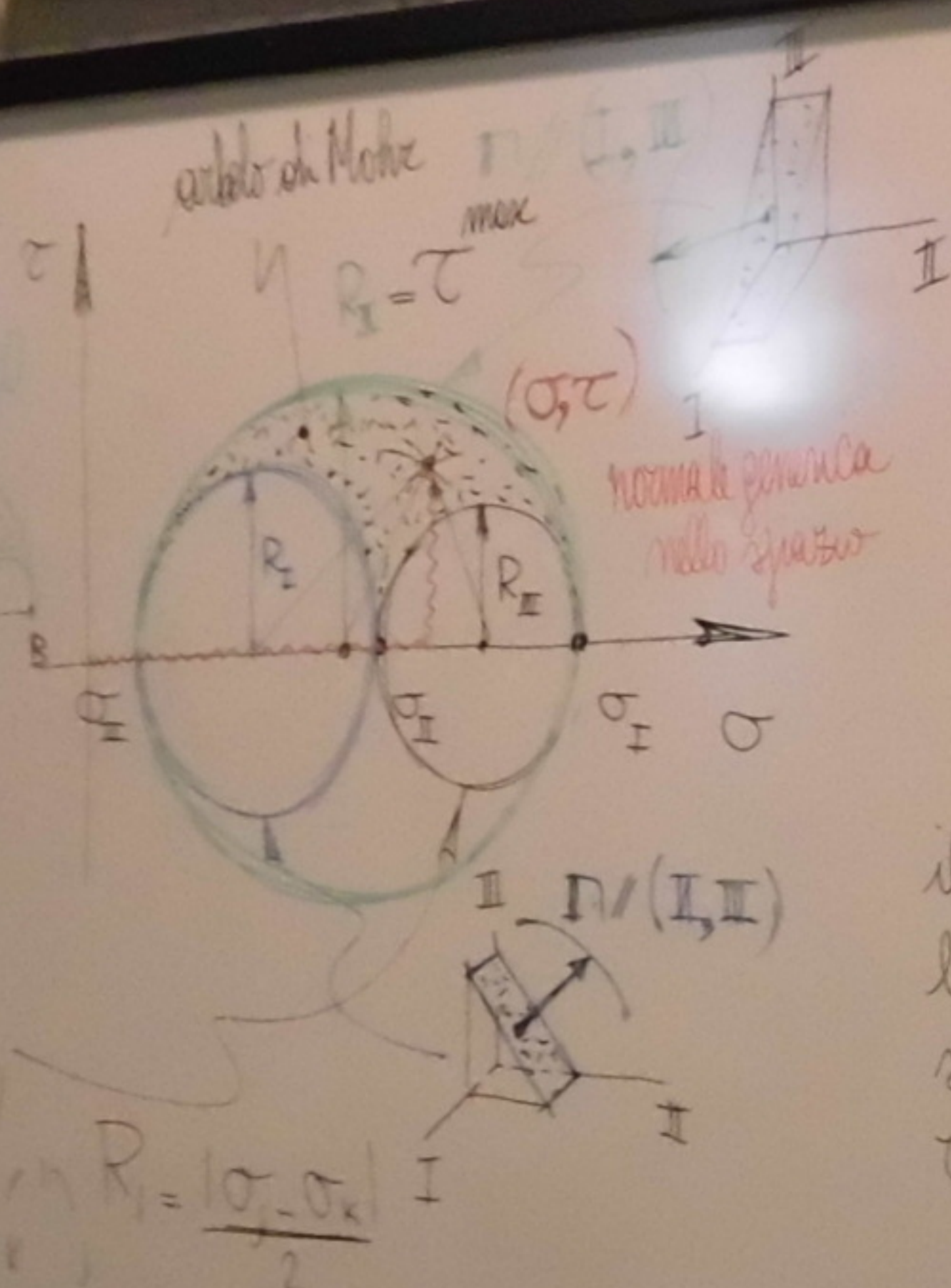
$$\tau_5 = \sigma_3 - \sigma_1$$

$$\tau_6 = \sigma_3 - \sigma_2$$

$$\tau_7 = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\tau_8 = \sigma_2 - \sigma_1$$

$$\tau_9 = \sigma_3 - \sigma_2$$



Resistenza dei materiali

$$\tau_{max} = \max R_i$$

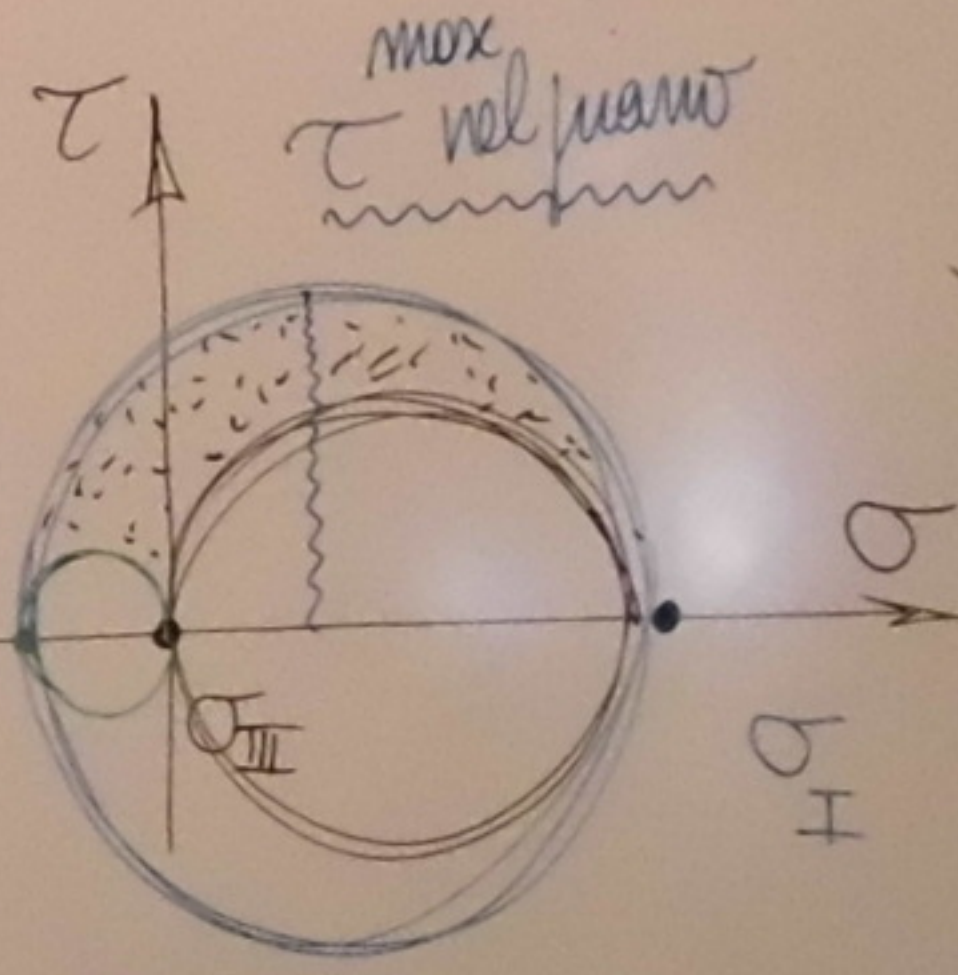
(raggio del CM più grande)

$$\sigma_{max} = \sigma_I, \sigma_{min} = \sigma_{III}$$

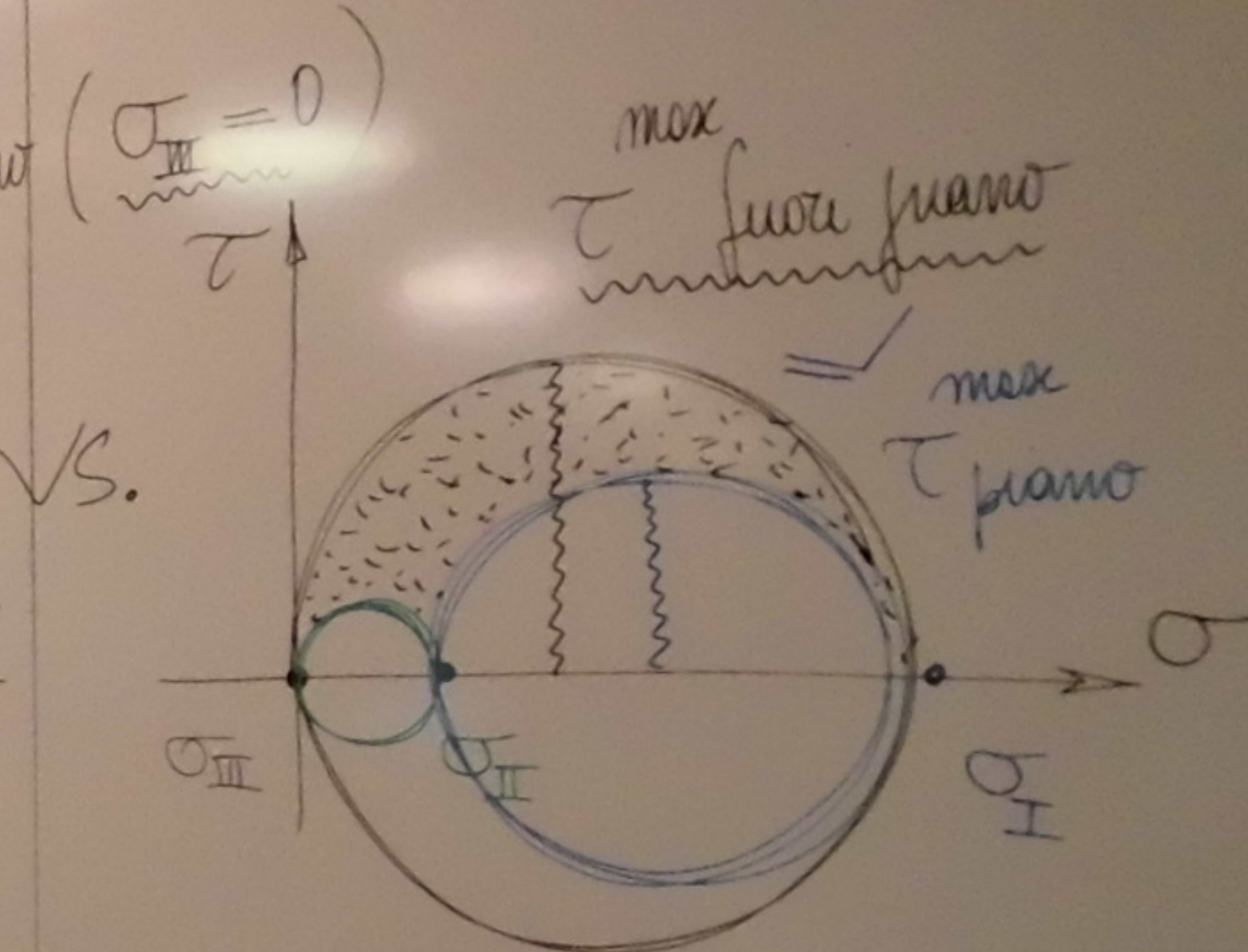
(su CM più grande)

il CM più grande rappresenta l'entità dello stato di sforzo ai fini della resistenza del materiale

Per stato di sforzo piano ($\sigma_{III} = 0$)



tensioni principali nel piano di segno opposto $\sigma_I \cdot \sigma_{II} \leq 0$
(come per sforzi alla DSV)



tensioni principali nel piano dello stesso segno $\sigma_I \cdot \sigma_{II} \geq 0$