

Università degli studi di Bergamo
Scuola di Ingegneria (Dalmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni
(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

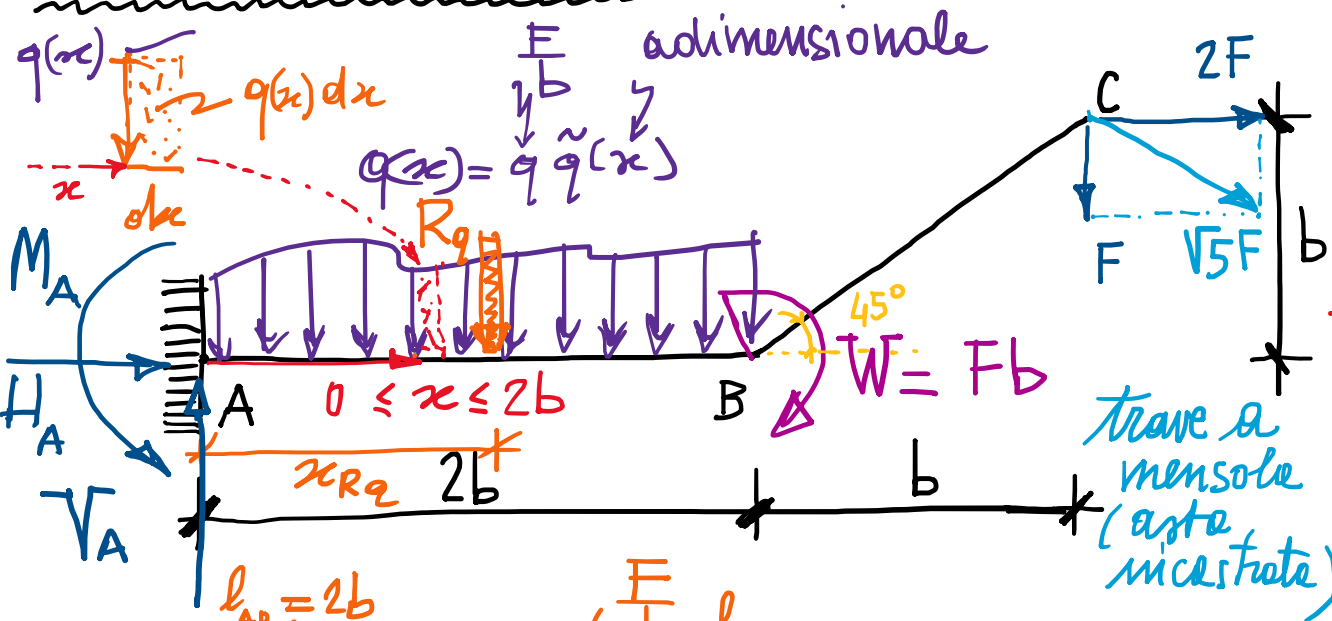
A.A. 2021/2022

prof. Egidio RIZZI
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 04

Analisi Statica (AS): Calcolo delle Reazioni Vincolari (RV)

dimensione caratteristica
maglie strutt.



$m [b] = [L]$ lunghezza ("scala delle lunghezze")
 $N [F] = [F]$ forza ("scala delle forze") (concentrate)
 $Nm [W] = [Fb]$ momento o coppia
 $= [F][L]$ (concentrate)

$\frac{N}{m} [q] = [\frac{F}{b}]$ carico distribuito o ripartito (per unità di lunghezza)
 $= \frac{[F]}{[L]}$

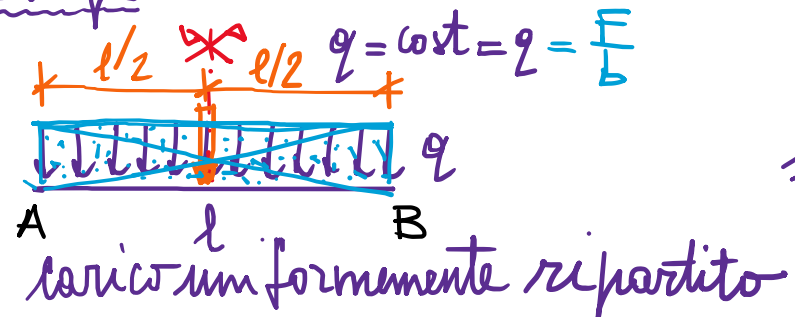
$$R_q = \int_0^{l_{AB}} q(x) dx = \frac{F}{b} \int_0^l \tilde{q}(x) dx$$

$$x_{R_q} = \frac{M_{A^q}}{R_q} = \frac{\int_0^l [q(x) dx] x}{\int_0^l q(x) dx} = \frac{\int_0^l \tilde{q}(x) x dx}{\int_0^l \tilde{q}(x) dx}$$

$[R_q] = [F]$

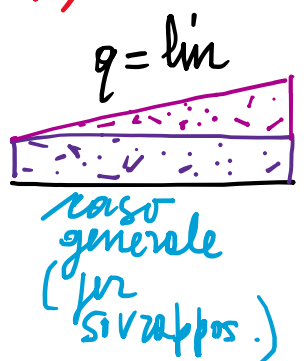
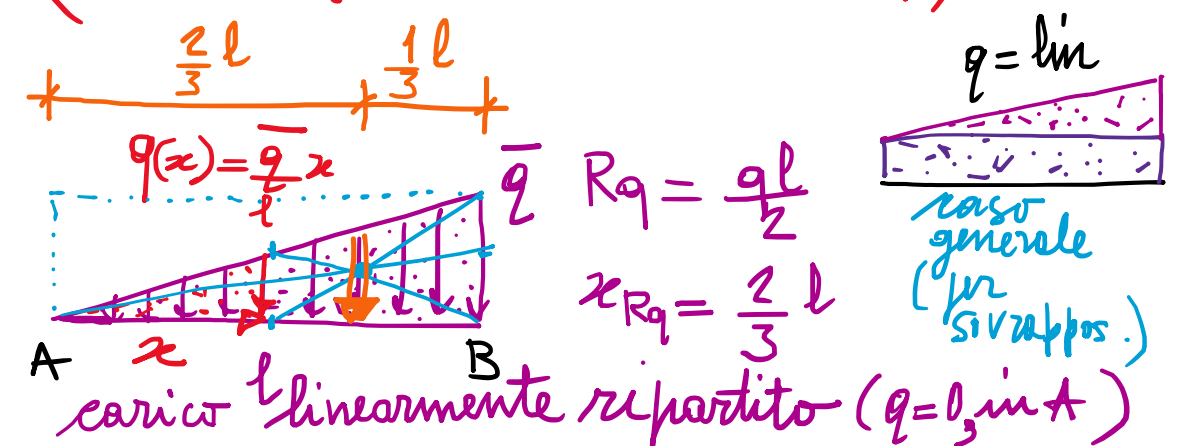
(Th. di Varignon: $M_{A^q} = R_q x_{R_q}$)

Esempi



$$R_q = q l$$

$$x_{R_q} = \frac{q \frac{l^2}{2}}{q l} = \frac{l}{2}$$



Reazioni vincolari: postuliamo l'Enza di azioni statiche, prodotte dai vincoli, in corrispondenza dei p.d.v. forniti, cioè dell'eq. di vincolo cinematico corrispondente, di entità arbitraria (e tali da poter imporre l'equilibrio, in modo che il vincolo possa svolgere la sua funzione di "blocco" di spostamento/rotazione).

Calcolo delle RV: equazioni cardinali della statica dei corpi rigidi

$$\begin{array}{l} \text{2 eq. vi} \quad \text{3 eq. vi} \\ \text{1 eq. ve} \quad \text{3 eq. vi} \\ \text{2D} \quad \quad \text{3D} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} R = 0 \text{ risultante nulla} \\ M_O = 0 \text{ momento rispetto a polo O nulla} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(sistema di forze attive} \\ \text{e reattive)} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i F_{x_i} = 0 \\ \sum_i F_{y_i} = 0 \\ \sum_i M_{O_i} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{equil. alle traslazione} \\ \text{equil. alla rotazione rispetto ad O} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{orizzontale} \\ \text{verticale} \end{array}$$

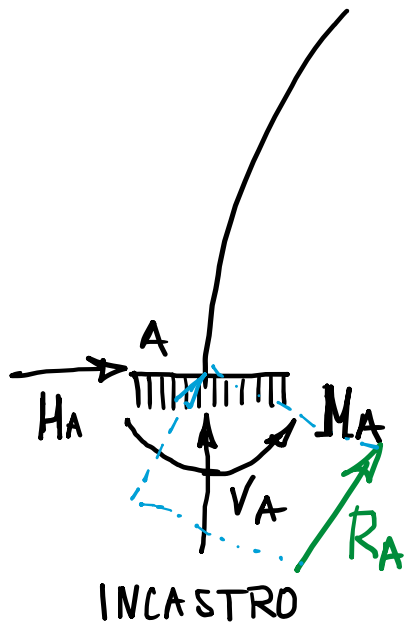
Esempio:

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \uparrow \\ \curvearrowright + \end{array} \left\{ \begin{array}{l} H_A + 2F = 0 \Rightarrow H_A = -2F \\ V_A - F - R_q = 0 \Rightarrow V_A = F + R_q \\ M_A - F \cdot 3b - F \cdot 2b - Fb - M_A^q = 0 \Rightarrow M_A = 6Fb + \underbrace{M_A^q}_{R_q \times R_q} \end{array} \right.$$

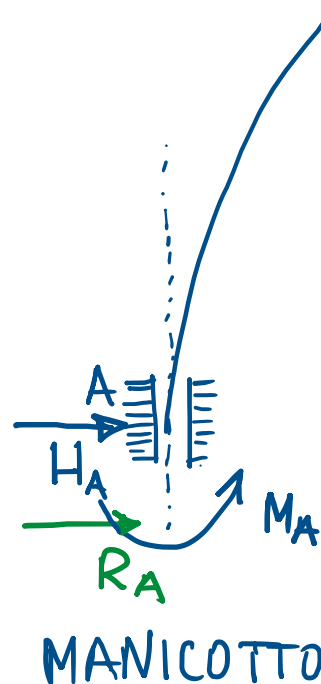
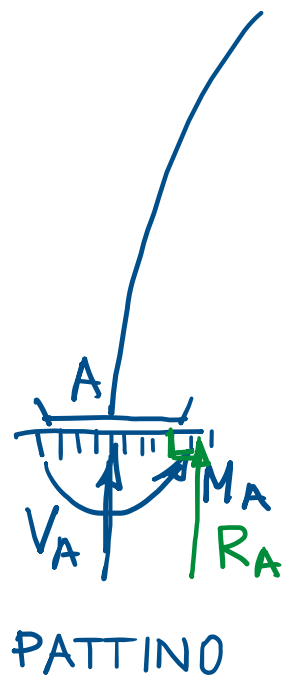
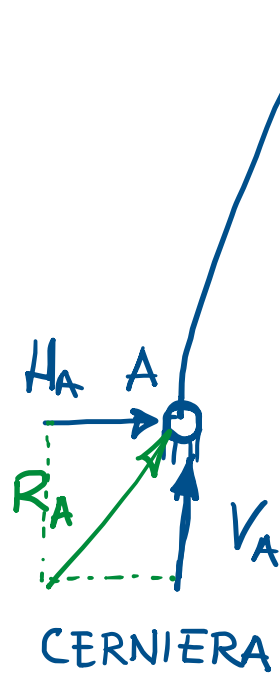
Alternativa: tre equilibri alla rotazione rispetto a tre punti non allineati (per eq. vi linearmente indipendenti)

RV dei vincoli introdotti (vincoli assoluti)

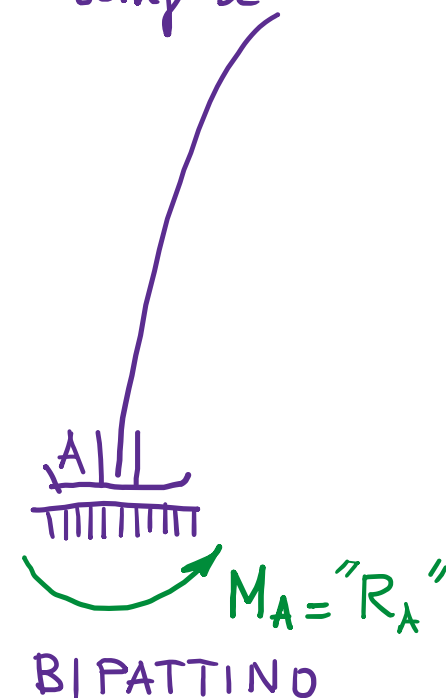
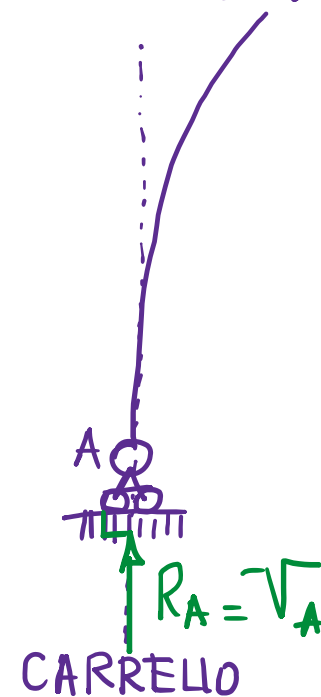
vincoli tripli



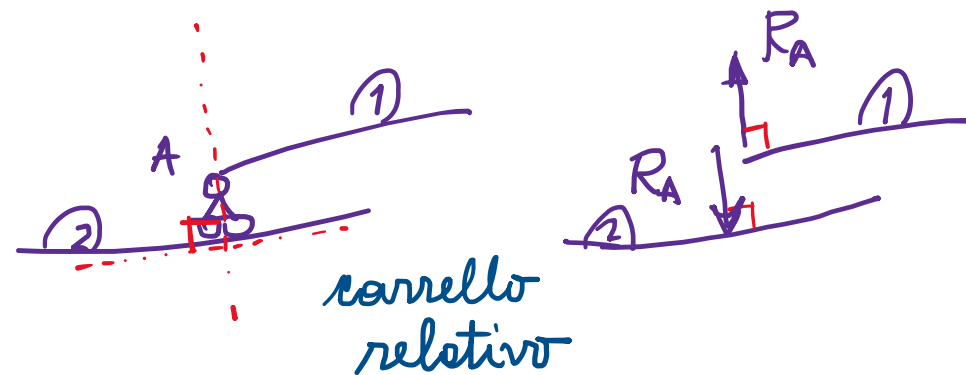
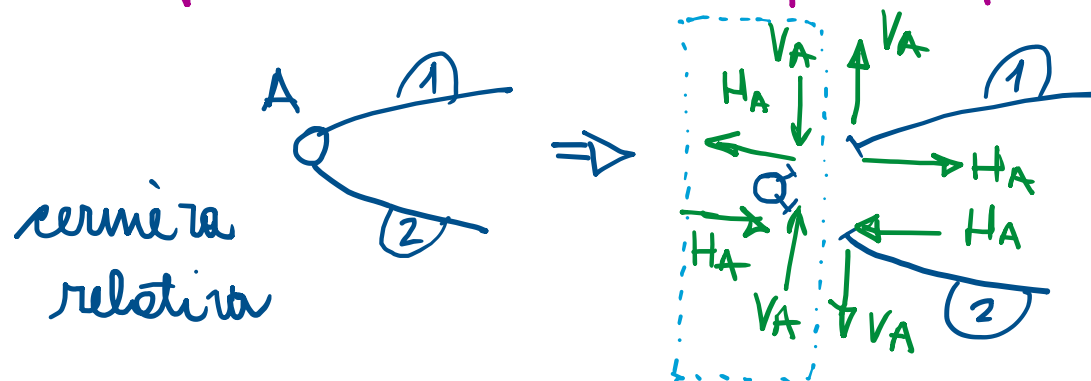
vincoli doppi



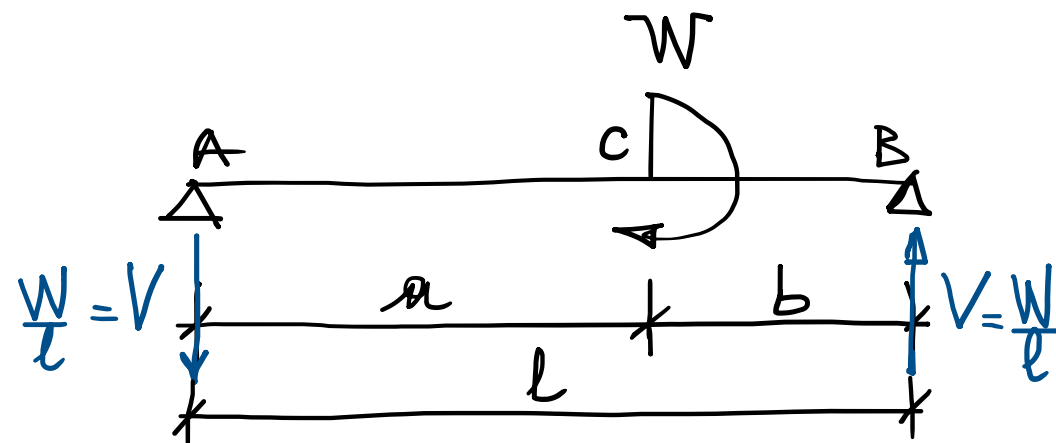
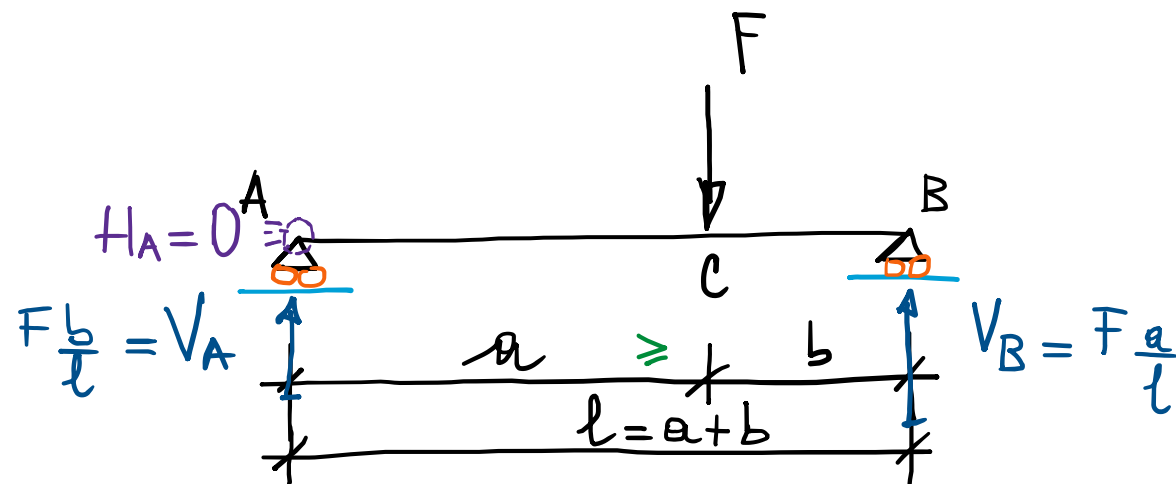
vincoli semplici



IDEM per vincoli relativi tra più corpi rigidi:



Esempi significativi:



trave semplicemente appoggiata (appoggio-offoggio)

$$\sum_i M_{Bi} = 0 \Rightarrow -V_A l + Fb = 0 \Rightarrow V_A = F \frac{b}{l}$$

$$\sum_i M_{Ai} = 0 \Rightarrow V_B l - Fa = 0 \Rightarrow V_B = F \frac{a}{l}$$

$$\left(\sum_i F_{yi} = 0 \Rightarrow V_A + V_B - F = 0 \Rightarrow V_A + V_B = F \right) \checkmark$$

$$\frac{Fa + Fb}{l} = F \frac{b}{l} + F \frac{a}{l} = F$$

NB: se $a = b = \frac{l}{2} \Rightarrow V_A = V_B = V = \frac{F}{2}$

equilibrio alla rotazione

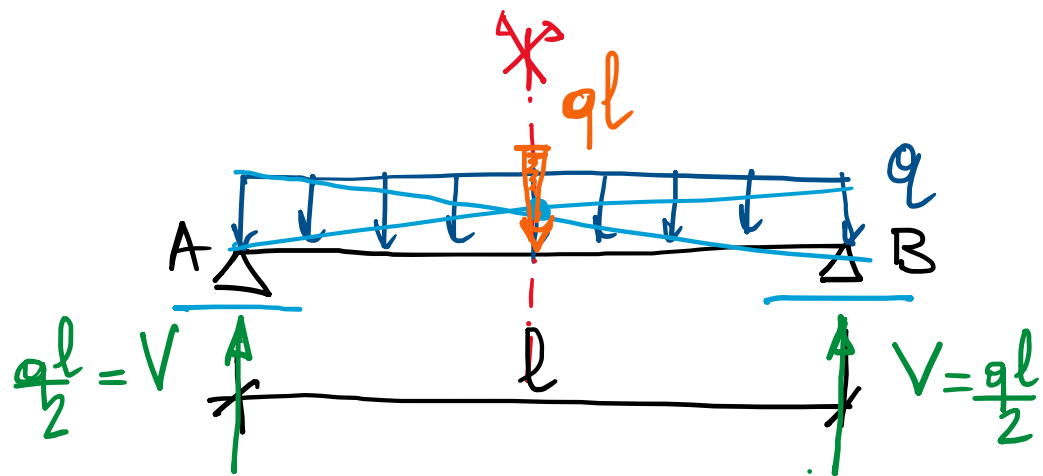
$$V l = W$$

$$\Downarrow$$

$$V = \frac{W}{l}$$

(indipendentemente dal p. to di applicazione C sul corpo rigido AB)

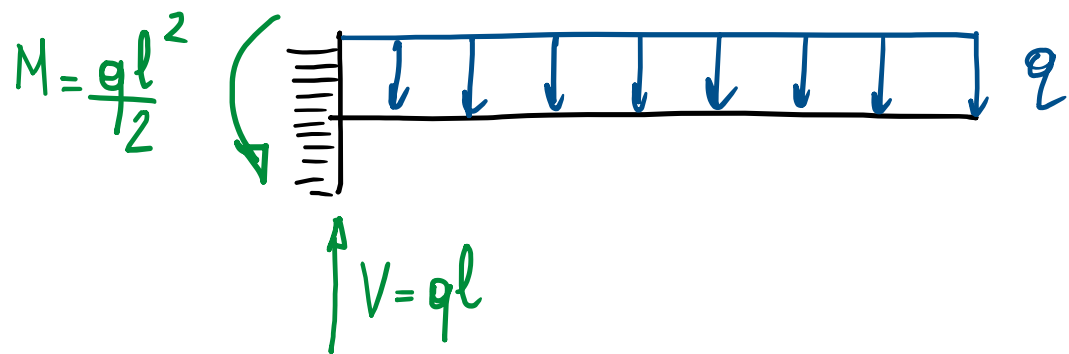
asse di simmetria (retta)



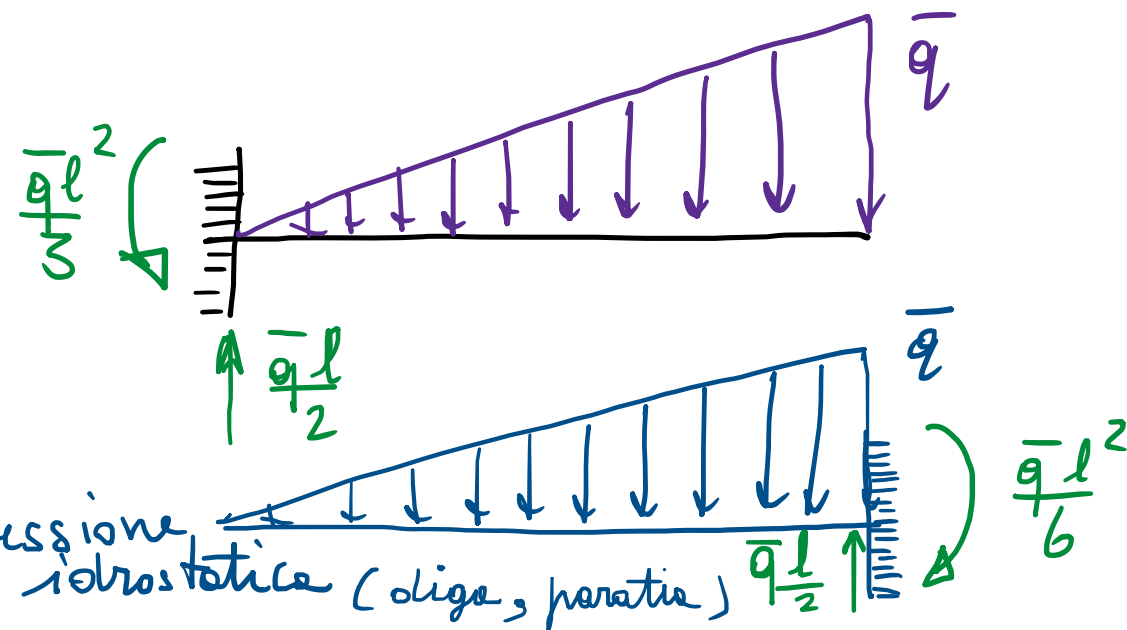
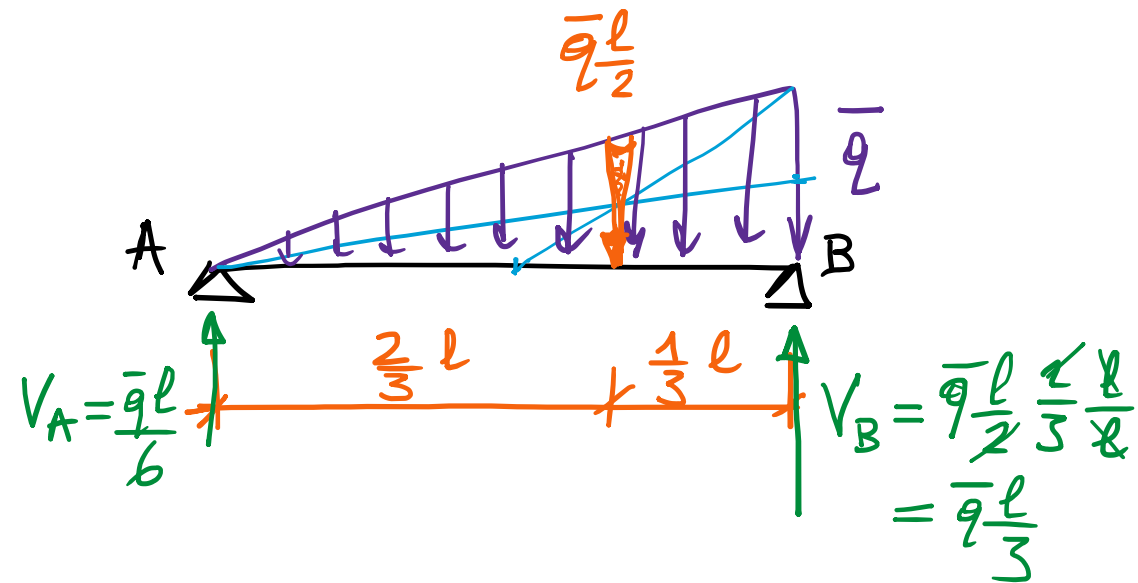
equil. alle traslat. verticali

$$2V = ql$$

(o rotazione rispetto ad A o B)



Esempio di aste tre-cavelli $\Rightarrow$ dispense



es. pressione idrostatica (oligo, paratia)