

Università degli studi di Bergamo
Scuola di Ingegneria (Dalmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

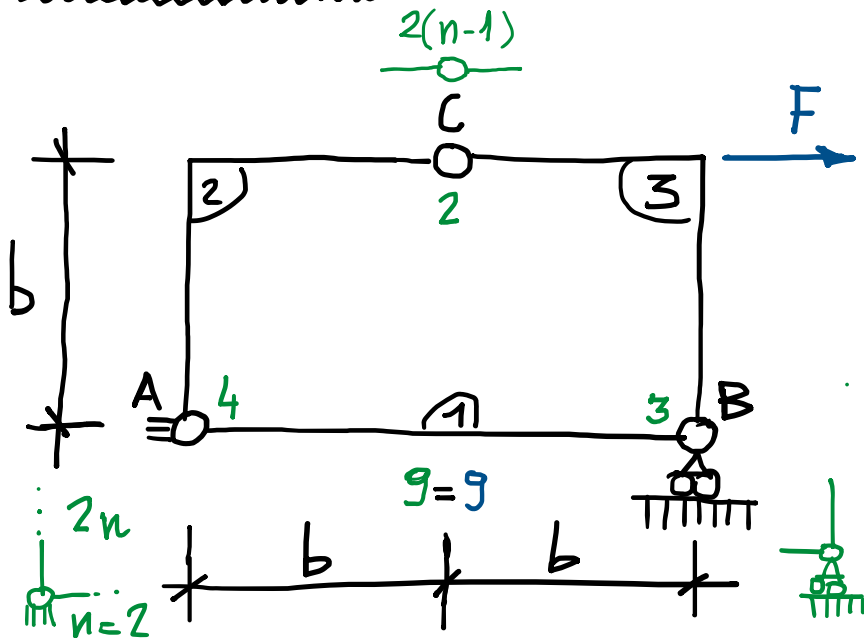
Scienza delle Costruzioni
(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

A.A. 2021/2022

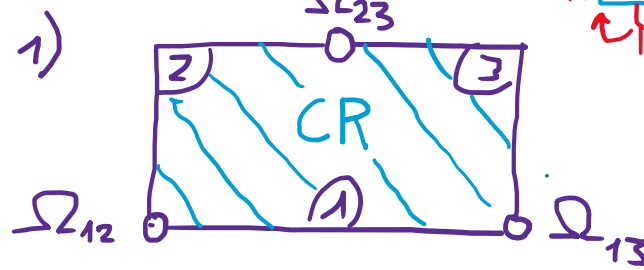
prof. Egidio RIZZI
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 05

Calcolo RV: Sistemi articolati di corpi rigidi

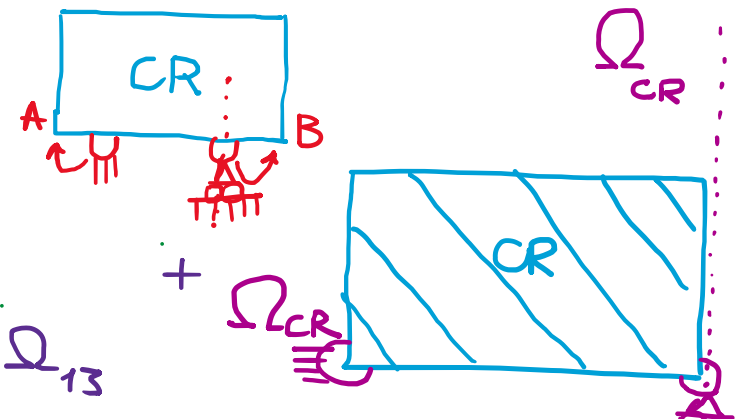


AC:

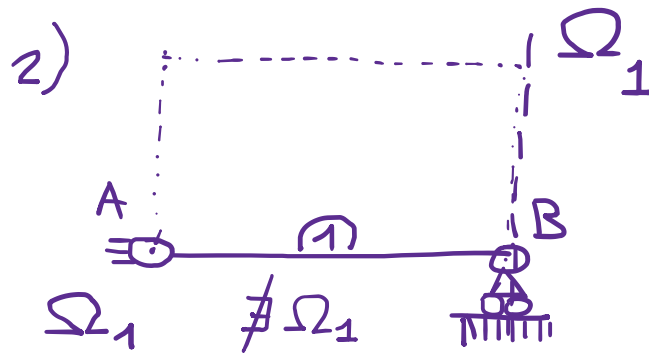


A.C.I. con tre cerniere
interne non allineate
 $\nexists \Omega_{12}, \Omega_{23}, \Omega_{13}$

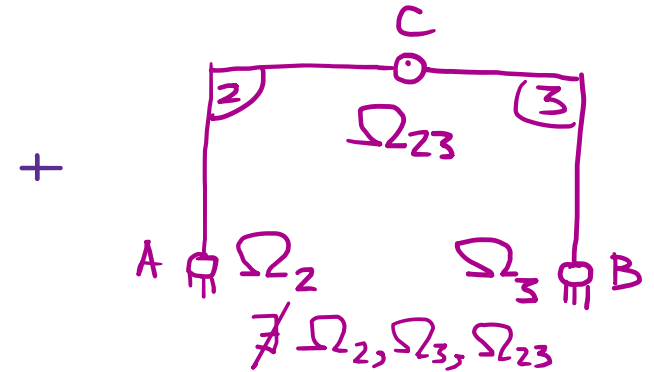
ISOSTATICA



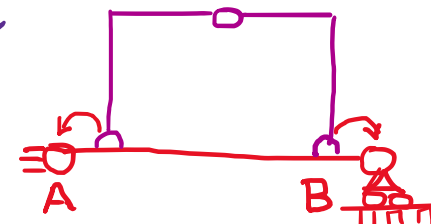
posto a Area con schema
cerniere-carrello avente...
 $\nexists \Omega_{CR}$



asta cerniere-carrello
avente asse non passante
per la cerniera

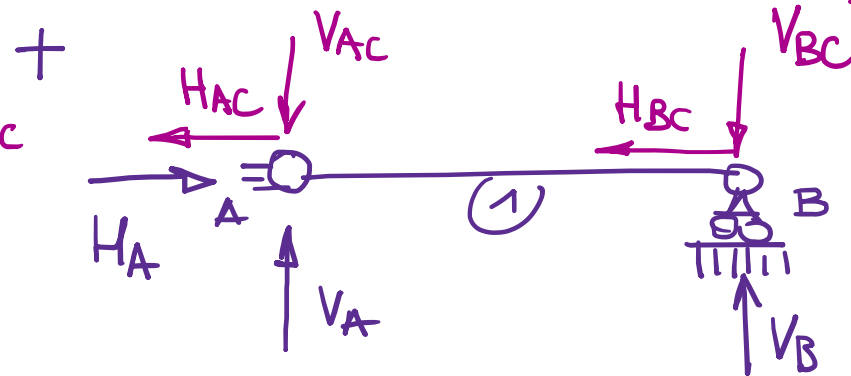
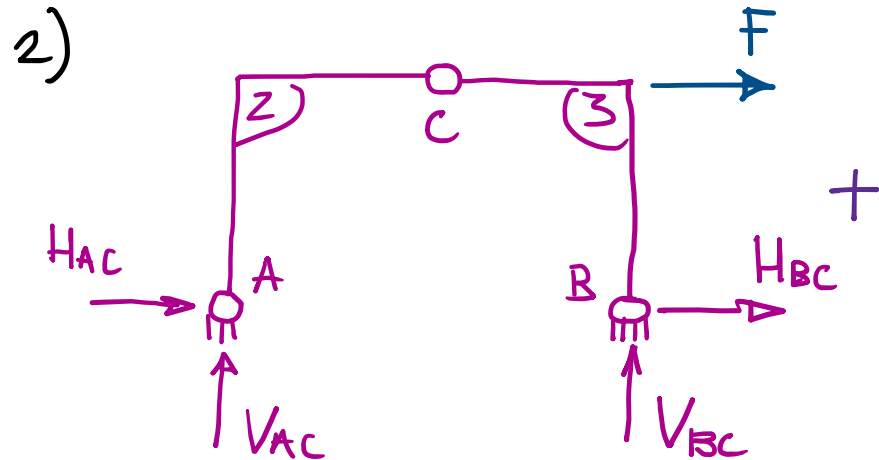
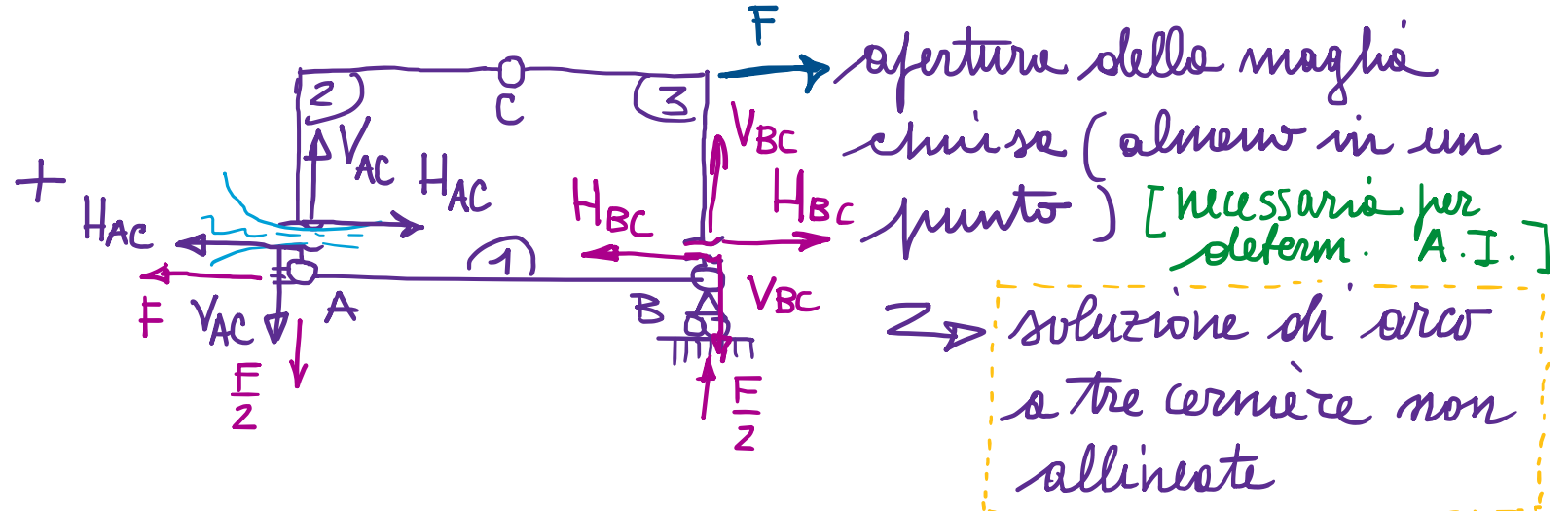
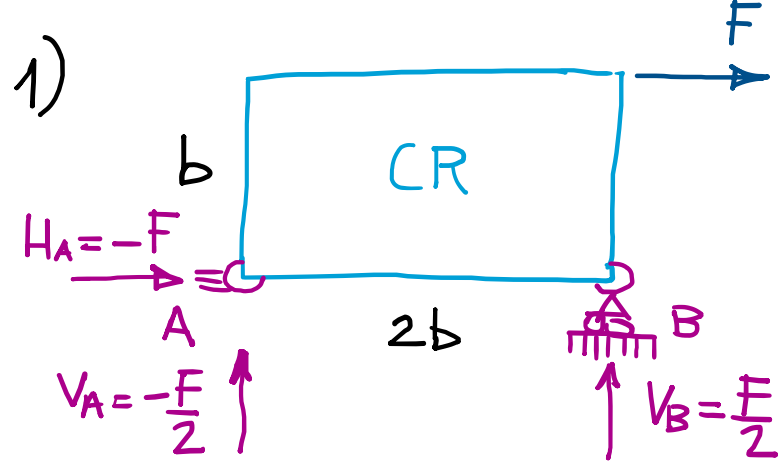


arco a tre cerniere
non allineate



NB: La ricostruzione della sequenza
di montaggio in generale non
risulta univoca, cioè può prestarsi
a possibili interpretazioni
alternative (con lo stesso risultato
finale). $\Rightarrow$ di labilità o meno

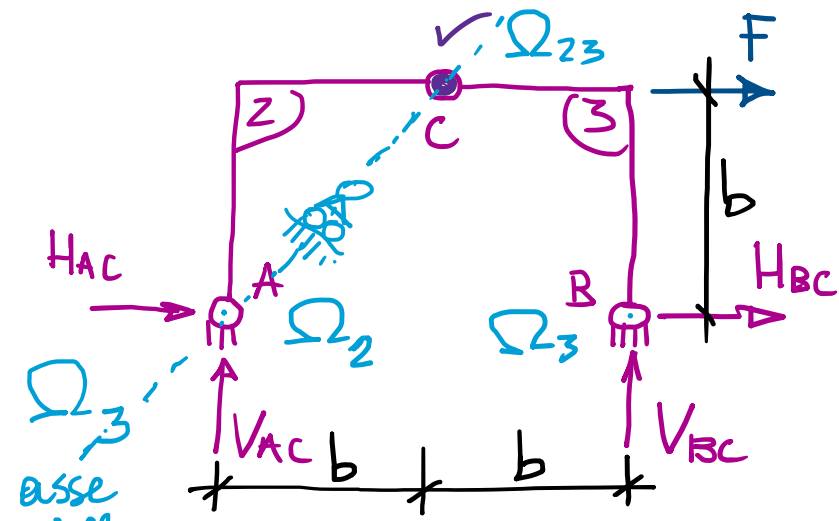
AS : Calcolo delle RV $\rightarrow$ (e delle Azioni Interne) - Secondo sequenza inversa rispetto ad AC
 A.I.



arco a tre cerniere
 non allineate

uguali ed opposte
 alle RV determinate
 per l'arco a tre cerniere
 supportato dall'asta
 cerniera-carrello
 (l'asta si fa carico di
 tutto ciò che proviene da sopra,
 che supporta).

- Soluzione di arco a tre cerniere non allineate:



4 incognite RV: $H_{AC}, V_{AC}; H_{BC}, V_{BC}$

Occorrono 4 eq. di equilibrio, in particolare comprendenti anche l'equilibrio relativo, qui tra l'asta 2 e l'asta 3, in corrispondenza dello snodo (cerniera relativa propria) in C.

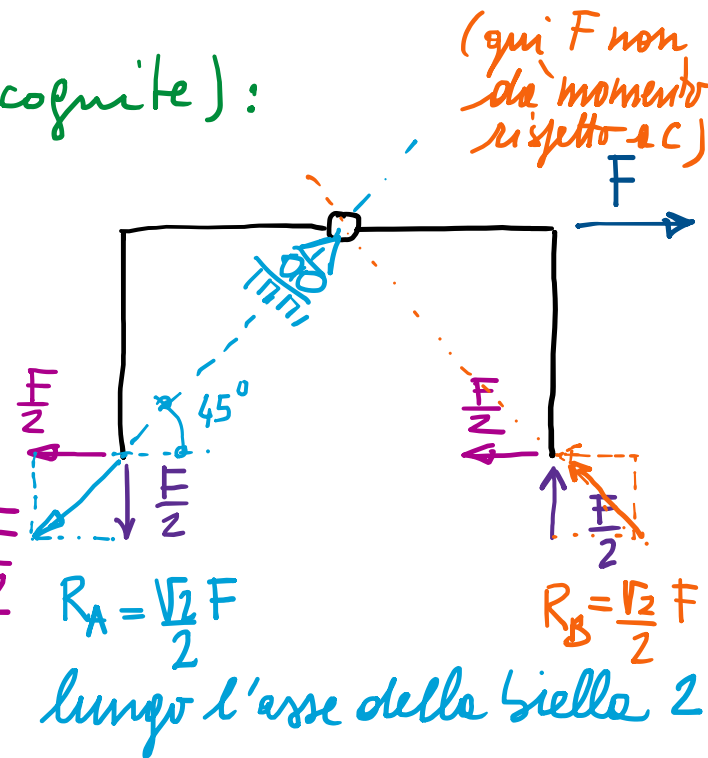
Equazioni di equilibrio (sistema lineare, di 4 eq. in 4 incognite):

$$\begin{aligned} \sum M_{B_i}^{2+3} &= 0 \Rightarrow -V_{AC} 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2} \\ \sum M_{A_i}^{2+3} &= 0 \Rightarrow V_{BC} 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_{BC} = \frac{F}{2} \\ \sum M_{C_i}^2 &= 0 \Rightarrow H_{AC} b - V_{AC} b = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} = -\frac{F}{2} \\ \sum F_{x_i}^{2+3} &= 0 \Rightarrow H_{AC} + H_{BC} + F = 0 \Rightarrow H_{BC} = -F - H_{AC} = -\frac{F}{2} \end{aligned}$$

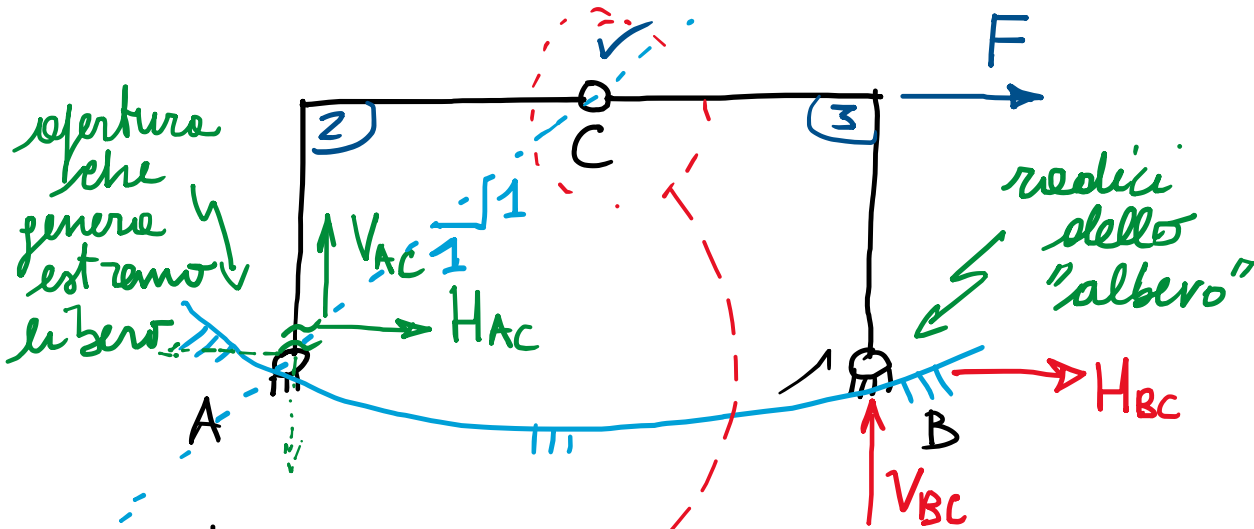
equil. rel. tra 2 e 3



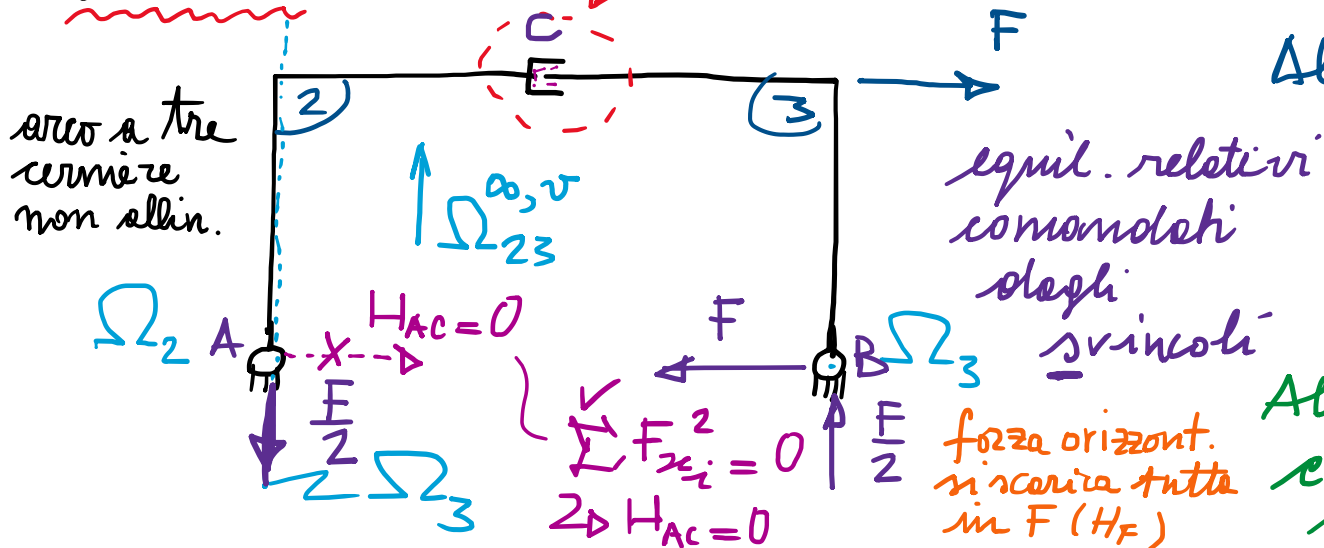
ruolo "statico" della biella (senza azioni esterne in di esse applicate) $\Rightarrow$ biella "statica"



- Risoluzione tramite "schema ad albero": prevede la rimozione di tutte le maglie chiuse (aprendole in un solo punto) $\rightarrow$ risoluzione "ottimizzata" [incluso quelle formate dalla struttura con la terra].



Variante :

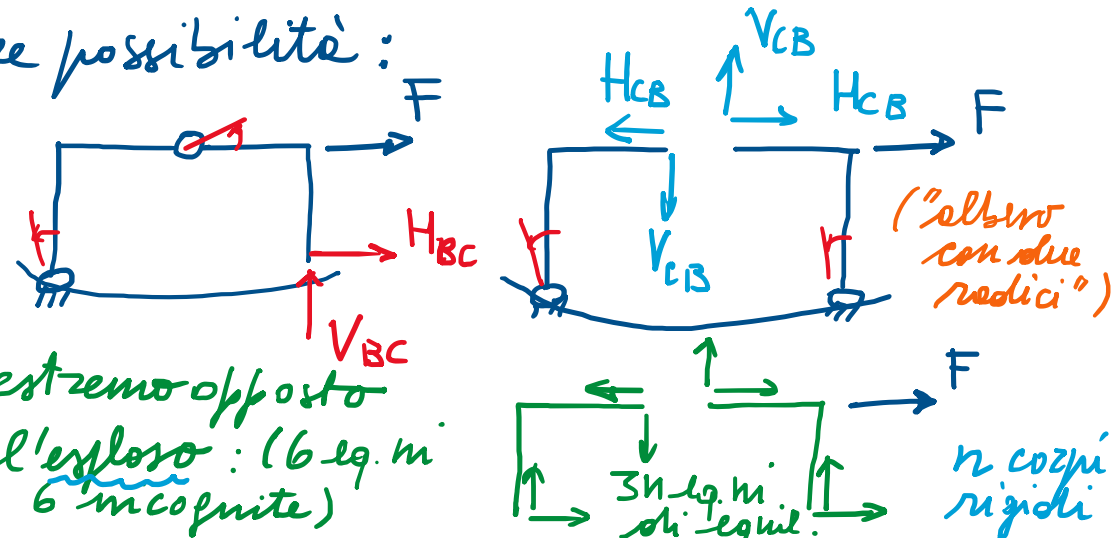


2 sole incognite: H_{AC}, V_{AC}

$$\begin{cases} \sum M_{C_i} = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} \text{ (vedi asse biella 2)} \\ \sum M_{B_i} = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2} \end{cases} \Rightarrow H_{AC} = -\frac{F}{2}$$

A valle del calcolo (tramite schema ad albero): equil. assolute consentono il calcolo di rimanenti RV a terra: H_{BC}, V_{BC}

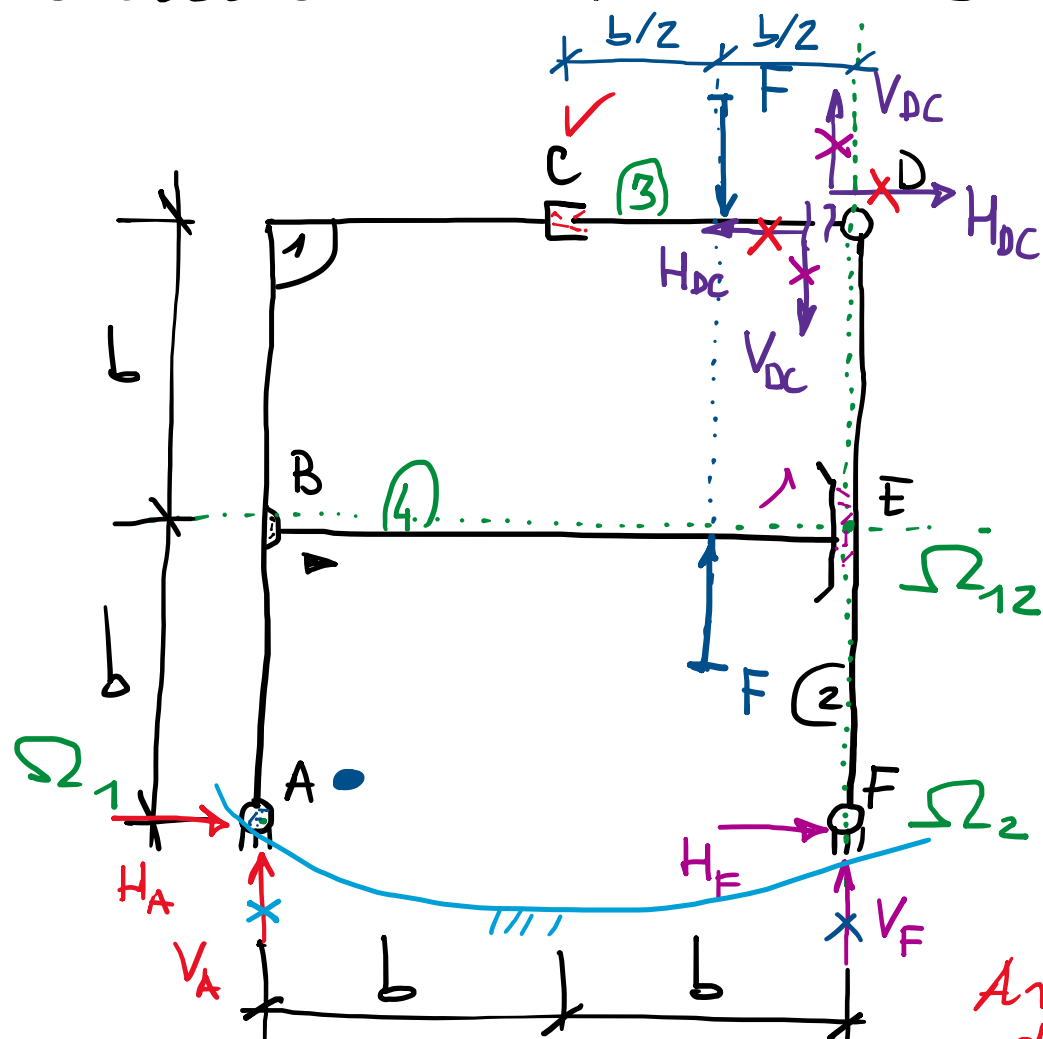
Altre possibilità:



All'estremo opposto c'è l'esplosione: (6 eq. in 6 incognite)

3n eq. in n corpi rigidi

Esempio di quadrilatero articolato



(riducibile ad arco a tre cerniere non allineate)
 soggetto a sistema di forze autoequilibrato
 (e risultante nulla)

Schemi ad albero $\Rightarrow$ eq. di equilibrio
 (assoluto e relativo), comandate e/o
 vincoli presenti

$$\checkmark \sum F_{x_i}^3 = 0 \Rightarrow H_{DC} = 0$$

$$\bullet \sum M_{A_i} = 0 \Rightarrow V_F = 0$$

$$\nearrow \sum F_{y_i}^2 = 0 \Rightarrow V_D = 0$$

$$\blacktriangleright \sum M_B^{2+4} = 0 \Rightarrow H_F = -\frac{3}{2} F$$

$\leftarrow$ uniche
componenti

A valle
del
calcolo $\sum F_{x_i} = 0 \Rightarrow H_A = -H_F = \frac{3}{2} F$

$\leftarrow$ RV non
nulle

$$\sum M_{F_i} = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$(o \sum F_{y_i} = 0 \Rightarrow V_A = 0)$$

NB: pur essendo sistema autoequil.
 ma con forze applicate a corpi rigidi
 differenti (3 e 4), $RV \neq 0$ in generale.